

Задача 2 (1). Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 1, по заданным параметрам и э. д. с. источника определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и потенциальную диаграмму напряжений по внешнему контуру. Определить показание вольтметра и активную мощность, измеряемую ваттметром.

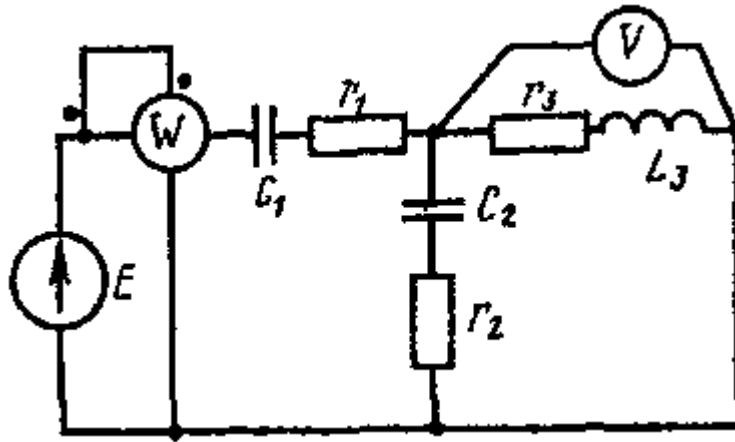


Рис. 1

Дано: $E = 100 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц};$
 $C_1 = 637 \text{ мкФ}; C_2 = 300 \text{ мкФ}; L_3 = 15.9 \text{ мГн};$
 $R_1 = 8 \text{ Ом}; R_2 = 3 \text{ Ом}; R_3 = 4 \text{ Ом}.$

1. Рассчитаем токи во всех ветвях электрической цепи и напряжения на отдельных участках символическим методом.

Для исходной цепи (рис. 1) найдем комплексные сопротивления (рис. 2).

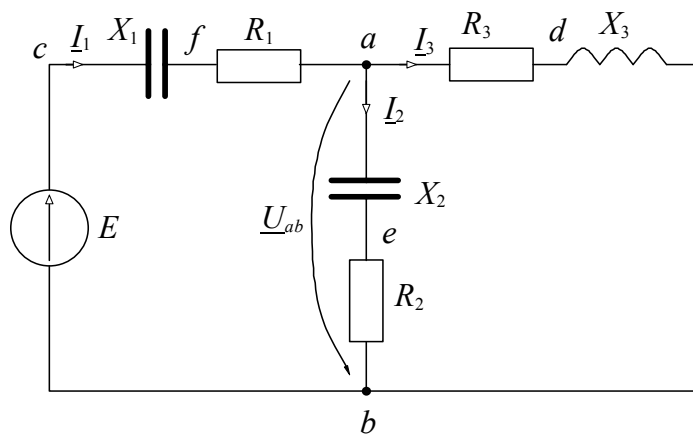


Рис. 2

$$X_1 = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6.37 \times 10^{-4}} = 5 \text{ Ом};$$

$$X_2 = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3 \times 10^{-4}} = 10.6 \text{ Ом};$$

$$X_3 = 2\pi f L_3 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.0159 = 5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_1 = 8 - j5 = 9.43 \cdot e^{-j 31.99^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_2 = 3 - j10.6 = 11.03 \cdot e^{-j 74.21^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3 = 4 + j5 = 6.4 \cdot e^{j 51.31^\circ} \text{ Ом}.$$

Узловое напряжение:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \frac{\underline{E}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\frac{100 e^{j 0^\circ}}{9.43 \cdot e^{-j 31.99^\circ}}}{\frac{1}{9.43 \cdot e^{-j 31.99^\circ}} + \frac{1}{11.03 \cdot e^{-j 74.21^\circ}} + \frac{1}{6.4 \cdot e^{j 51.31^\circ}}} = \\ &= \frac{10.60 \cdot e^{j 31.99^\circ}}{0.2123 + 0.0215j} = \frac{23.32 \cdot e^{j 31.99^\circ}}{0.2133 \cdot e^{j 5.77^\circ}} = 49.7 \cdot e^{j 26.22^\circ} = 44.6 + 22j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Токи в ветвях цепи:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E} - \dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{100 - (44.6 + 22j)}{9.43 \cdot e^{-j 31.99^\circ}} = \frac{59.6 \cdot e^{-j 21.61^\circ}}{9.43 \cdot e^{-j 31.99^\circ}} = 6.32 \cdot e^{j 10.38^\circ} = 6.22 + 1.14j \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{49.7 \cdot e^{j 26.22^\circ}}{11.03 \cdot e^{-j 74.21^\circ}} = 4.51 \cdot e^{j 100.43^\circ} = -0.82 + 4.44j \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_3} = \frac{49.7 \cdot e^{j 26.22^\circ}}{6.4 \cdot e^{j 51.31^\circ}} = 7.77 \cdot e^{-j 25.1^\circ} = 7.04 - 3.3j \text{ А};$$

Выражения для мгновенных значений токов в ветвях

$$i_1(t) = 6.32\sqrt{2} \sin(\omega t + 10.38^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(t) = 4.51\sqrt{2} \sin(\omega t + 100.43^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = 7.77\sqrt{2} \sin(\omega t - 25.1^\circ) \text{ А}.$$

Напряжения на отдельных участках

$$\dot{U}_{R1} = \dot{I}_1 \cdot R_1 = 6.32 \cdot e^{j 10.38^\circ} \cdot 8 = 50.6 \cdot e^{j 10.38^\circ} = 49.8 + 9.1j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_2 \cdot R_2 = 4.51 \cdot e^{j 100.43^\circ} \cdot 3 = 13.5 \cdot e^{j 100.43^\circ} = -2.4 + 13.3j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_3 \cdot R_3 = 7.77 \cdot e^{-j 25.1^\circ} \cdot 4 = 31.1 \cdot e^{-j 25.1^\circ} = 28.2 - 13.2j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{C2} = \dot{I}_2 \cdot (-jX_2) = 4.51 \cdot e^{j 100.43^\circ} \cdot 10.6 \cdot e^{-j 90^\circ} = 47.8 \cdot e^{j 10.43^\circ} = 47 + 8.7j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{L3} = \dot{I}_3 \cdot (jX_3) = 7.77 \cdot e^{-j 25.1^\circ} \cdot 5 \cdot e^{j 90^\circ} = 38.8 \cdot e^{j 64.9^\circ} = 16.5 + 35.1j \text{ В}$$

2. Баланс активных и реактивных мощностей. Относительные погрешности расчета.

Мощность источника

$$\tilde{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = 100 \cdot (6.22 - 1.14j) = 622 - 114j \text{ В}\cdot\text{А.}$$

Активная мощность приемников

$$\begin{aligned} P &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = \\ &= 6.32^2 \cdot 8 + 4.51^2 \cdot 3 + 7.77^2 \cdot 4 = 622 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

+

Реактивная мощность приемников

$$\begin{aligned} Q &= -I_2^2 \cdot X_2 + I_3^2 \cdot X_3 = \\ &= -6.32^2 \cdot 5 - 4.51^2 \cdot 10.6 + 7.77^2 \cdot 5 = -113 \text{ Вар (емкостная).} \end{aligned}$$

Погрешность расчета

$$\delta_{P\%} = \frac{|P_{уст} - P_{np}|}{P_{уст}} \cdot 100\% = \frac{|622 - 622|}{622} \cdot 100 = 0 \%$$

$$\delta_{Q\%} = \frac{|Q_{уст} - Q_{np}|}{Q_{уст}} \cdot 100\% = \frac{|114 - 113|}{114} \cdot 100 = 0.9 \%$$

3. Строим векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную лучевую диаграмму токов (рис. 3).

Полагаем $\phi_b = 0$.

Тогда

$$\phi_a = \phi_b + \underline{U}_{ab} = 0 + (44.6 + 22j) = 44.6 + 22j \text{ В;}$$

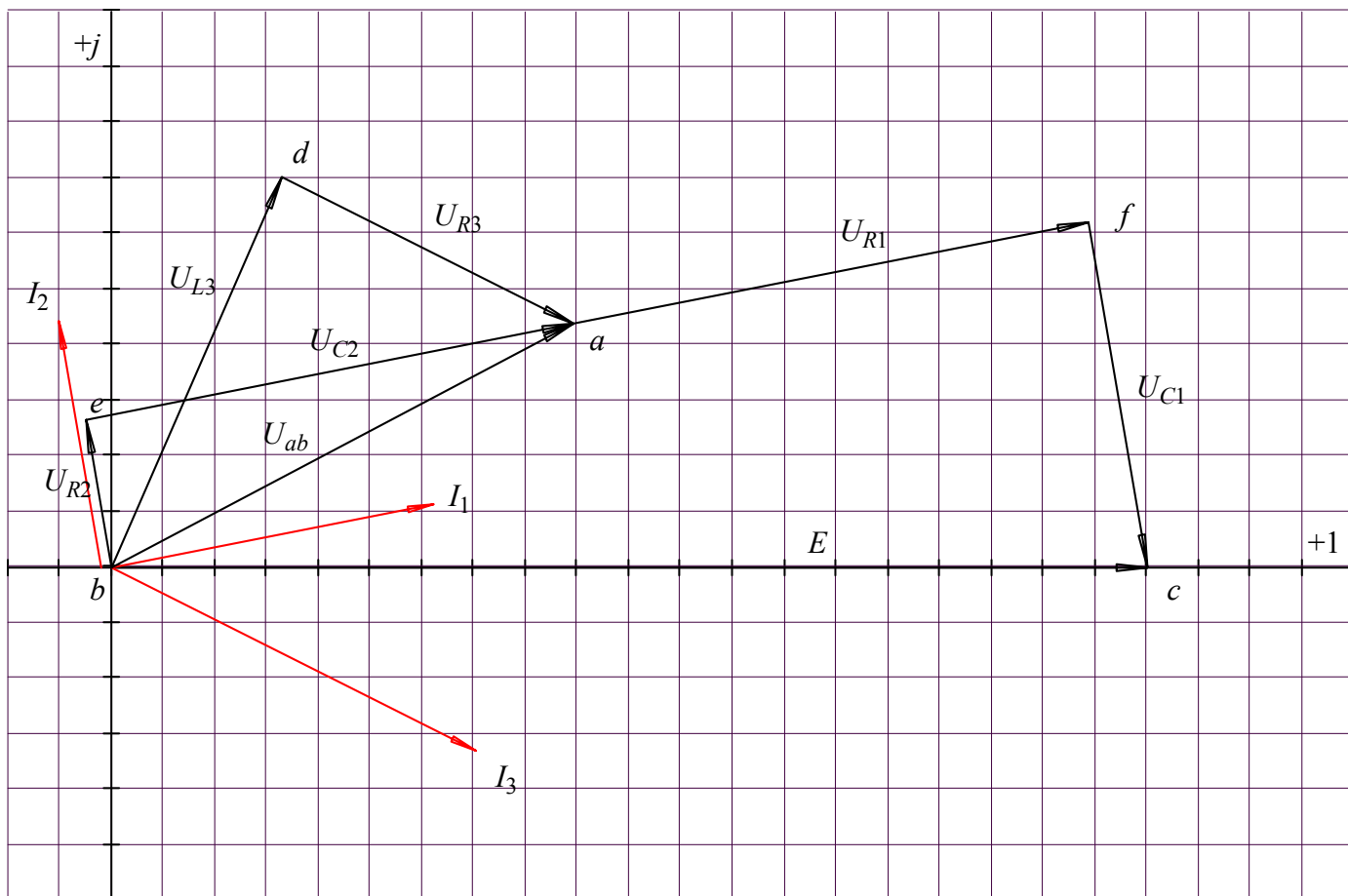
$$\phi_c = \phi_b + \underline{E} = 0 + 100 = 100 \text{ В;}$$

$$\phi_d = \phi_a - \underline{I}_3 \cdot R_3 = 44.6 + 22j - (7 - 3.3j) \cdot 4 = 17 + 35j \text{ В;}$$

$$\phi_e = \phi_b + \underline{I}_2 \cdot R_2 = 0 + (-0.82 + 4.43j) \cdot 3 = -2 + 13j \text{ В;}$$

$$\phi_f = \phi_a + \underline{I}_1 \cdot R_1 = 44.6 + 22j + (6.2 + 1.1j) \cdot 8 = 94 + 31j \text{ В.}$$

+



Масштаб: $m_u = 5$ В/дел; $m_i = 1$ А/дел.

Рис. 3

4. Показания приборов

Показание ваттметра

$$\dot{U}_W = \dot{E} = 100 \cdot e^{j 0^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{I}_W = \dot{I}_1 = 6.32 \cdot e^{j 10.38^\circ} \text{ А};$$

$$P_W = U_W \cdot I_W \cdot \cos(\varphi_{U_W} - \varphi_{I_W}) =$$

$$= 100 \cdot 6.32 \cdot \cos(0^\circ - 10.38^\circ) = 622 \text{ Вт.}$$

Показание вольтметра

$$U_V = I_3 \cdot Z_3 = 7.8 \cdot 6.4 = 49.9 \text{ В.}$$