

Вывод формулы емкости коаксиального кабеля

Вывести формулу емкости коаксиального кабеля, изображенного на рис. 1, и определить емкость на единицу.

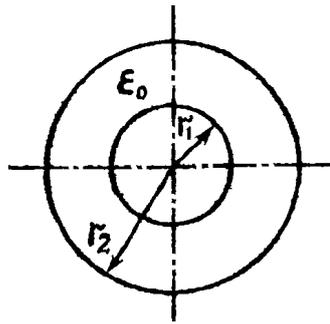


Рис. 1

Решение

Аналитическое описание поля коаксиального кабеля

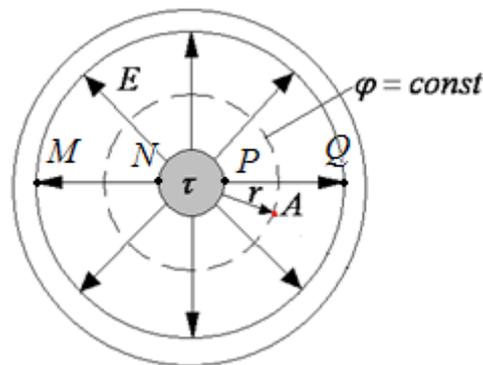


Рис. 2 Аналитическое описание поля коаксиального кабеля

Модуль напряженности поля в некоторой точке A изоляции кабеля, находящейся на расстоянии r от его оси обратно пропорционален этому расстоянию (рис.2)

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi \cdot \varepsilon_a \cdot r \cdot l} = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_a \cdot r}, \text{ [В/м]} \quad (1)$$

где

Q – заряд жилы кабеля,

$\varepsilon_a = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость изоляции кабеля;

$\varepsilon_r = 1$ – относительная диэлектрическая проницаемость изоляции кабеля;

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – диэлектрическая постоянная;

l – длина кабеля,

$\tau = \frac{Q}{l}$ – линейная плотность этого заряда.

При положительном заряде Q линии напряженности электрического поля E направлены от оси кабеля к его жиле (рис.2).

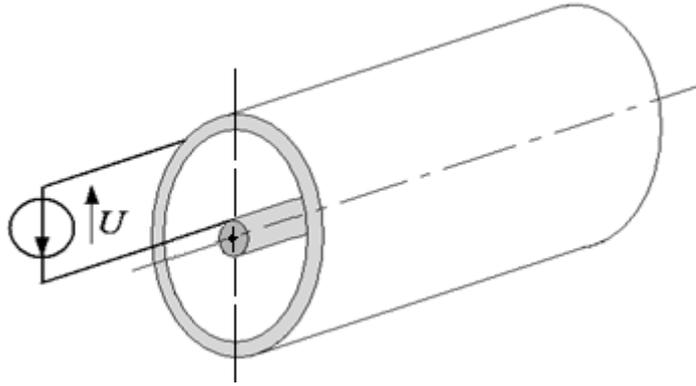


Рис. 3 Коаксиальный кабель с приложенным к нему напряжением

Для потенциала точки A относительно оболочки кабеля имеем

$$\varphi(r) = \int_r^{r_2} E(r) dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_a} \ln \frac{r_2}{r}. \quad [\text{В}] \quad (2)$$

Из (2) следует, что линии равного потенциала (эквипотенциали) в поперечном сечении кабеля представляют собой концентрические окружности (рис.2).

Потенциал жилы относительно оболочки (напряжение кабеля) согласно выражению (2)

$$U = \varphi(r_1) = \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_a} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Напряженность поля внутри токопроводящих жилы и оболочки равна нулю.

Заряд Q и его плотность τ пропорциональны напряжению кабеля

$$Q = C \cdot U \quad \text{или} \quad \tau = C_0 \cdot U, \quad (4)$$

где C – емкость, а $C_0 = C/l$ – емкость единицы длины кабеля

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi \cdot \epsilon_a \cdot l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad [\Phi], \quad C_0 = \frac{\tau}{U} = \frac{2\pi \cdot \epsilon_a}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad [\Phi/\text{м}].$$