

Задача 2

Определить собственные и рабочие параметры четырехполюсника.

Схема четырехполюсника з) (рис. 1)

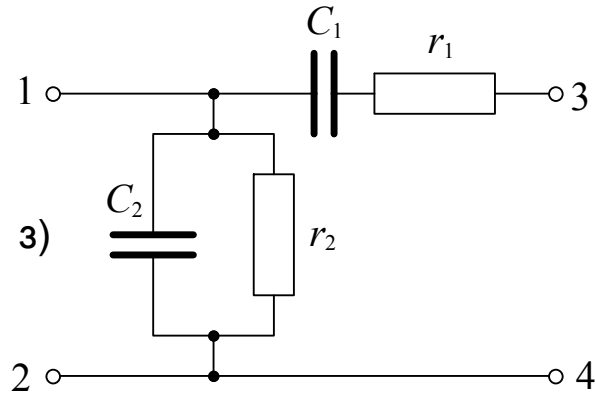


Рис. 1. Схема четырехполюсника.

Исходные данные:

$$f = 35 \text{ кГц};$$

$$r_1 = 2 \text{ кОм}; C_1 = 0.9 \text{ мкФ};$$

$$r_2 = 0.9 \text{ кОм}; C_2 = 0.15 \text{ мкФ};$$

$$Z_{\Gamma} = 0.7 \text{ кОм}; \phi_{\Gamma} = 30^\circ;$$

$$Z_H = 3.1 \text{ кОм}; \phi_H = -20^\circ.$$

Рассчитаем сопротивления двухполюсников в последовательном и параллельном плечах заданного четырехполюсника;

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2.1991 \times 10^5 \text{ рад/с};$$

$$\underline{Z}_1 = r_1 - j \frac{1}{\omega C_1} = 2000 - j \frac{1}{2.1991 \times 10^5 \cdot 9 \times 10^{-7}} = 2000 - 5.1j = 2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} \text{ Ом.}$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2.1991 \times 10^5 \cdot 1.5 \cdot 10^{-7}} = 30.315 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{r_2 \cdot (-j x_{C2})}{r_2 + (-j x_{C2})} = \frac{900 \cdot (-j 30.315)}{900 + (-j 30.315)} = 1.02 - 30.281j = 30.298 \cdot e^{-j 88.071^\circ} \text{ Ом};$$

Определим коэффициенты A , B , C и D уравнений передачи четырехполюсника (рис. 1) и проверим правильность их вычисления.

Сопротивление холостого хода \underline{Z}_{xx} и короткого замыкания $\underline{Z}_{кз}$ четырехполюсника определим методом преобразования цепи.

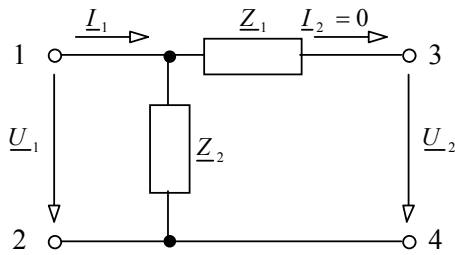


Рис. 2. Режим холостого хода

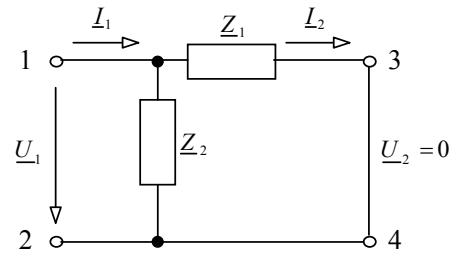


Рис. 3. Режим короткого замыкания

$$\underline{Z}_{xx} = \underline{Z}_2$$

$$\underline{Z}_{кз} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Уравнения A -параметров четырехполюсника.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 + \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Режим холостого хода (рис. 2).

$$\dot{I}_2 = 0,$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{xx}} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_2}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_2 = \dot{U}_1$$

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{\underline{Z}_2}$$

Режим короткого замыкания (рис. 3).

$$\dot{U}_2 = 0,$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{кз}} = \dot{U}_1 \cdot \left(\frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2} \right)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \dot{U}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \underline{Z}_1$$

$$\underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

Проверка

$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1 \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \right) - \underline{Z}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_2} = 1$$

Находим

$$\underline{A} = 1;$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_1 = 2000 - 5.1j = 2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{30.298 \cdot e^{-j 88.071^\circ}} = 0.033 \cdot e^{j 88.071^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ}}{30.298 \cdot e^{-j 88.071^\circ}} = 3.389 + 65.968j = 66.055 \cdot e^{j 87.059^\circ}.$$

Проверка

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} &= 1 \cdot (3.389 + 65.968j) - 2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j 88.071^\circ} = \\ &= 3.389 + 65.968j - (2.389 + 65.957j) = 1 + 0j. \end{aligned}$$

Рассчитаем постоянную передачи (собственные затухания и сдвиг фаз), характеристическое сопротивление (его модуль и угол).

Постоянная передачи четырехполюсника:

$$\underline{g} = a + j \cdot b = \ln(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}});$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} &= \\ &= \sqrt{66.055 \cdot e^{j 87.059^\circ}} + \sqrt{2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} \cdot 0.033 \cdot e^{j 88.071^\circ}} = \\ &= 8.127 \cdot e^{j 43.53^\circ} + 8.125 \cdot e^{j 43.963^\circ} = 11.74 + 11.238j = \\ &= 16.252 \cdot e^{j 43.746^\circ} \end{aligned}$$

$$\underline{g} = a + j \cdot b = \ln(16.252 \cdot e^{j 43.746^\circ}) = 2.788 + 0.764j$$

$$a = 2.788 \text{ Нп} = 2.788 \cdot 8.686 = 24.2 \text{ дБ} - \text{коэффициент затухания};$$

$$b = 0.764 \text{ рад} = 43.75^\circ - \text{коэффициент фазы}.$$

Характеристические параметры четырехполюсника $\underline{Z}_{C1}, \underline{Z}_{C2}$ (согласованные сопротивления) (рис. 4).

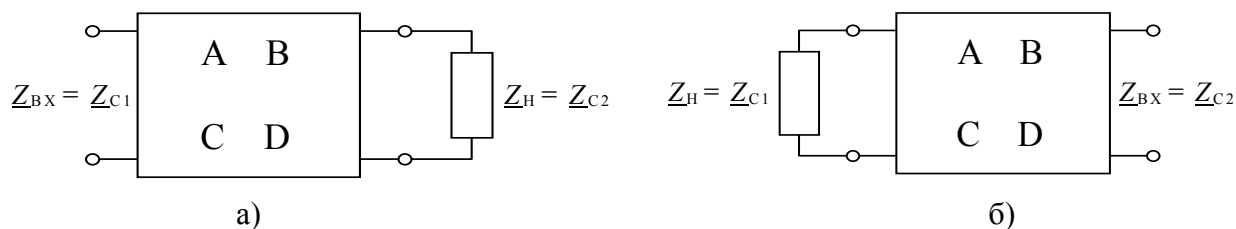


Рис. 4. Характеристические параметры четырехполюсника $\underline{Z}_{C1}, \underline{Z}_{C2}$.

Характеристическое сопротивление четырехполюсника со стороны входа

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1X} \cdot \underline{Z}_{1K}}$$

Для цепи (рис. 1)

$$\underline{Z}_{1X} = \underline{Z}_2 = 1.02 - 30.28j = 30.30 \cdot e^{-j 88.071^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{1K} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} \cdot 30.30 \cdot e^{-j 88.071^\circ}}{2000 - 5.1j + (1.02 - 30.28j)} = 30.28 \cdot e^{-j 87.204^\circ} = 1.48 - 30.24j \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1C} &= \sqrt{\underline{Z}_{1X} \cdot \underline{Z}_{1K}} = \sqrt{30.30 \cdot e^{-j 88.071^\circ} \cdot 30.28 \cdot e^{-j 87.204^\circ}} = \\ &= 30.29 \cdot e^{-j 87.637^\circ} = 1.25 - 30.26j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Характеристическое сопротивление четырехполюсника со стороны выхода

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2X} \cdot \underline{Z}_{2K}}$$

Для цепи (рис. 1)

$$\underline{Z}_{2X} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 2000 - 5.1j + (1.02 - 30.28j) = 2001 - 35.4j = 2001 \cdot e^{-j 1.012^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{2K} = \underline{Z}_1 = 2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ} = 2000 - 5.1j \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{2C} &= \sqrt{\underline{Z}_{2X} \cdot \underline{Z}_{2K}} = \sqrt{2001 \cdot e^{-j 1.012^\circ} \cdot 2000 \cdot e^{-j 0.145^\circ}} = \\ &= 2001 \cdot e^{-j 0.578^\circ} = 2001 - 20j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Определим входное сопротивление четырехполюсника, его модуль и угол и оценим влияние нагрузки на выходе четырехполюсника на его входное сопротивление.

Запишем выражение для входного сопротивления

$$\underline{Z}_{BX} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{A \cdot U_2 + B \cdot I_2}{C \cdot U_2 + D \cdot I_2} = \frac{A \cdot \underline{Z}_H + B}{C \cdot \underline{Z}_H + D} = \underline{Z}_{1X} \frac{\underline{Z}_{2K} + \underline{Z}_H}{\underline{Z}_{2X} + \underline{Z}_H}.$$

Вычислим входное сопротивление для:

холостой ход

$$Z_{BX}(\infty) = 1 - 30.3j = 30.3 \cdot e^{-j 88.071^\circ} \text{ Ом};$$

короткое замыкание

$$Z_{BX}(0) = 1.5 - 30.2j = 30.3 \cdot e^{-j 87.204^\circ} \text{ Ом};$$

нагрузка $\underline{Z}_H = 3100 \cdot e^{-j 20^\circ} \text{ Ом},$

$$Z_{BX}(Z_H) = 1.2 - 30.2j = 30.25 \cdot e^{-j 87.736^\circ} \text{ Ом}.$$

При включении нагрузки \underline{Z}_H фаза входного сопротивления изменяется незначительно по отношению к фазе входного сопротивления при коротком замыкании, а модуль входного сопротивления близок к модулю входного сопротивления при холостом ходе.

Рассчитаем рабочее и вносимое затухания четырехполюсника при исходных данных

$$Z_H = 3100 \text{ Ом}, \phi_H = -20^\circ;$$

$$Z_\Gamma = 700 \text{ Ом}, \phi_\Gamma = 30^\circ;$$

а также при условиях:

$$\underline{Z}_\Gamma = \underline{Z}_{1C}, \underline{Z}_H = \underline{Z}_{2C} \text{ и } \underline{Z}_H = \underline{Z}_\Gamma,$$

где $\underline{Z}_{1C}, \underline{Z}_{2C}$ – характеристические сопротивления четырехполюсника со стороны его входных и выходных зажимов.

Рабочее затухание

$$a_p = a + \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_{1C}}} \right| + \ln \left| \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}{2\sqrt{\underline{Z}_H \underline{Z}_{2C}}} \right| + \ln \left| 1 - \underline{p}_\Gamma \underline{p}_H e^{-2g} \right| = a + \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3,$$

где

a – собственное затухание четырехполюсника;

$\Delta a_1 = \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_{1C}}} \right|$ – затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника;

$$\Delta a_2 = \ln \left| \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}{2\sqrt{\underline{Z}_H \underline{Z}_{2C}}} \right| - \text{затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника};$$

$$\Delta a_3 = \ln \left| 1 - \underline{p}_\Gamma \underline{p}_H e^{-2\underline{g}} \right| - \text{затухание взаимодействия отражений}.$$

Коэффициент отражения (несогласованности)

на входе:

$$\underline{p}_\Gamma = \frac{\underline{Z}_\Gamma - \underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}};$$

на выходе:

$$\underline{p}_H = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}.$$

Характеристическая (или собственная) постоянная передачи четырехполюсника

$$\underline{g} = \ln \left(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} \right) = a + j \cdot b = \ln \left(16.252 \cdot e^{j43.746^\circ} \right) = 2.788 + 0.764j$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{\text{вн}} = a_p - \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_H}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_H}} \right|$$

Вычисляем

$$1) \underline{Z}_\Gamma = 700 \cdot e^{j30^\circ} = 606.2 + 350j \text{ Ом}; \underline{Z}_H = 3100 \cdot e^{-j20^\circ} = 2913 - 1060.3j \text{ Ом};$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.788 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0.858 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = 0.010 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = 0.001 \text{ Нп}$$

рабочее затухание

$$a_p = 3.656 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 3.459 \text{ Нп}$$

$$2) \underline{Z}_Г = \underline{Z}_{1C} = 30.29 \cdot e^{-j87.637^\circ} = 1.2 - 30.3j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_Н = \underline{Z}_{2C} = 2001 \cdot e^{-j0.578^\circ} = 2001 - 20j \text{ Ом};$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.788 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = 0 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = 0 \text{ Нп}$$

рабочее затухание

$$a_p = 2.788 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 1.385 \text{ Нп}$$

$$3) \underline{Z}_Г = 700 \cdot e^{j30^\circ} = 606.2 + 350j \text{ Ом}; \underline{Z}_Н = \underline{Z}_Г :$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.788 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0.858 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = 0.105 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = -0.001 \text{ Нп}$$

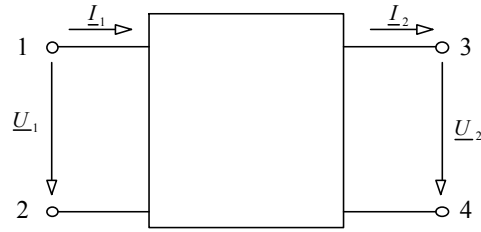
рабочее затухание

$$a_p = 3.750 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 3.750 \text{ Нп}$$

Запишем основные уравнения передачи в различных формах.



Форма \underline{Y}

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Форма \underline{Z}

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма \underline{H}

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{H}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{H}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Форма \underline{F}

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{F}_{11} & \underline{F}_{12} \\ \underline{F}_{21} & \underline{F}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{F}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{F}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма \underline{A}

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма \underline{B}

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{B}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{12} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \underline{B}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{22} \cdot \dot{I}_1 \end{cases}$$