Задача 2.3 (22)

На рис. 2.22 в) дана схема, на вход которой воздействует периодическое напряжение $u_1(t)$ (график напряжения приведен на рис. 2.23). Схема нагружена на активное сопротивление нагрузки R_H.

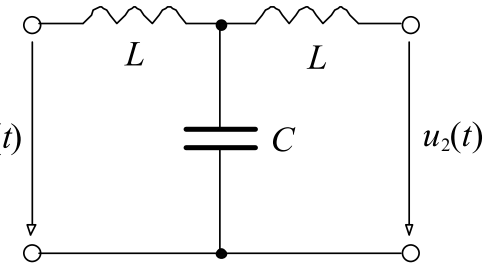


Рис. 2.22 в)

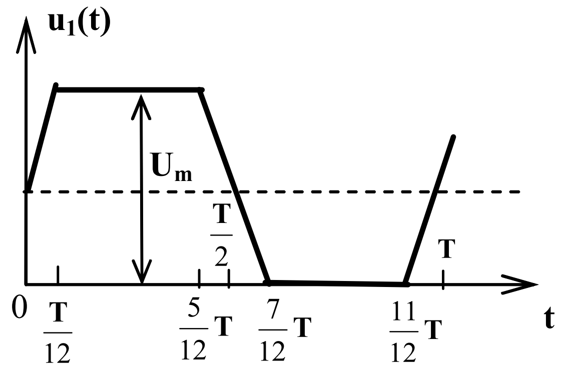


Рис. 2.23

Дано: $L = 9.57$ мГн; $C = 3.48$ мкФ; $T = 1.74$ мс; $U_m = 104.6$ В; $R_H = 65.7$ Ом.

1. Разложим $u_1(t)$ в ряд Фурье до 5-й гармоники включительно.

Выделим постоянную составляющую $U_m/2$.

Воспользуемся табличным сигналом рис. 1.

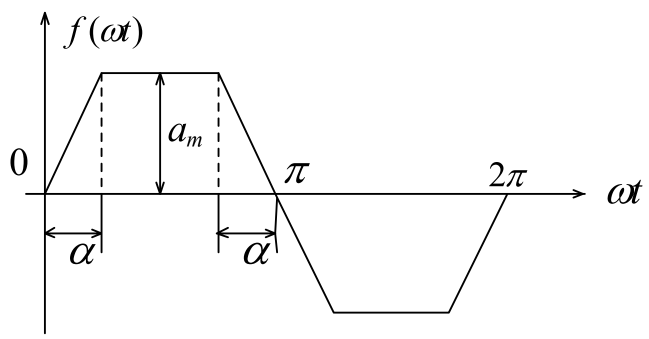


Рис. 1

$$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\alpha\pi}\left(\sin\alpha\sin\omega t + \frac{1}{9}\sin 3\alpha\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\alpha\sin 5\omega t + ...\right).$$

Для исходного сигнала получим

$$u_1(\omega t) = \frac{U_m}{2} + \frac{6U_m}{\pi^2}\left(\sin\omega t + \frac{2}{9}\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\omega t + ...\right). \qquad (1)$$

2. Получим формулу для комплексной амплитуды $\underline{U}_{2m}$ (Рис. 2).

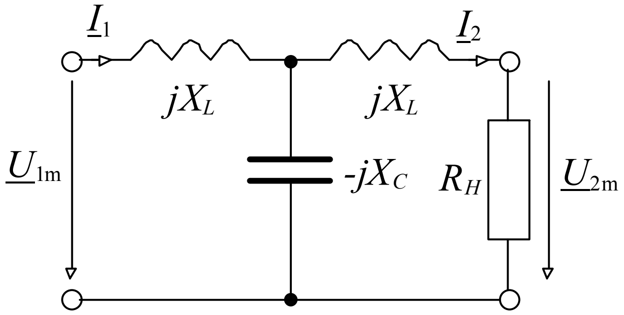


Рис. 2

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1m}}{jX_L + \dfrac{(R_H + jX_L)\cdot(-jX_C)}{(R_H + jX_L) + (-jX_C)}}.$$

$$\underline{U}_{2m} = \underline{I}_2 \cdot R_H = \underline{I}_1 \frac{-jX_C}{R_H + j(X_L - X_C)} R_H =$$

$$= \underline{U}_{1m} \frac{\underline{U}_{1m}}{jX_L + \dfrac{(R_H + jX_L)\cdot(-jX_C)}{R_H + j(X_L - X_C)}} \frac{-jX_C}{R_H + j(X_L - X_C)} R_H =$$

$$= \underline{U}_{1m} \frac{R_H \cdot X_C}{R_H\left(X_C - X_L\right) + jX_L\left(2X_C - X_L\right)}.$$

Получим

$$\underline{U}_{2m} = \underline{U}_{1m} \frac{1}{\left(1 - \dfrac{X_L}{X_C}\right) + j\dfrac{X_L}{R_H}\left(2 - \dfrac{X_L}{X_C}\right)}. \qquad (2)$$

3. Используя формулу (2), определим комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для 1-й, 3-й и 5-й гармоник гармоник ряда Фурье.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot\pi}{1.74 \times 10^{-3}} = 3.611 \times 10^{3} \ \text{1/c.}$$

0-я гармоника (постоянный ток).

$$U_{2m(0)} = \frac{U_m}{2} = \frac{104.6}{2} = 52.3 \quad \text{В}$$

1-я гармоника

$$U_{1m(1)} = \frac{6U_m}{\pi^2} = \frac{6\cdot 104.6}{\pi^2} = 63.59 \ \text{В;} \quad \psi_{U1} = 0\ {}^\circ$$

$$X_{C(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3.611 \times 10^{3}\cdot 3.48 \times 10^{-6}} = 79.58 \quad \text{Ом}$$

$$X_{L(1)} = \omega L = 3.611 \times 10^{3}\cdot 9.57 \times 10^{-3} = 34.56 \quad \text{Ом}$$

$$\underline{U}_{2m(1)} = \underline{U}_{1m(1)} \frac{1}{\left(1 - \frac{X_{L(1)}}{X_{C(1)}}\right) + j\frac{X_{L(1)}}{R_H}\left(2 - \frac{X_{L(1)}}{X_{C(1)}}\right)} =$$

$$= 63.59\cdot e^{j\,0\,{}^\circ}\cdot\frac{1}{\left(1 - \frac{34.56}{79.58}\right) + j\cdot\frac{34.56}{65.7}\cdot\left(2 - \frac{34.56}{79.58}\right)} = 63.6\cdot e^{-j\,55.5\,{}^\circ} \ \text{В}$$

3-я гармоника

$$U_{1m(3)} = \frac{6U_m}{\pi^2}\frac{2}{9} = \frac{6\cdot 104.6}{\pi^2}\cdot\frac{2}{9} = 14.13 \quad \text{В;} \quad \psi_{U1} = 0\ {}^\circ$$

$$X_{C(3)} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3\cdot 3.611 \times 10^{3}\cdot 3.48 \times 10^{-6}} = 26.53 \quad \text{Ом}$$

$$X_{L(3)} = 3\omega L = 3\cdot 3.611 \times 10^{3}\cdot 9.57 \times 10^{-3} = 103.67 \quad \text{Ом}$$

$$\underline{U}_{2m(3)} = \underline{U}_{1m(3)} \frac{1}{\left(1 - \frac{X_{L(3)}}{X_{C(3)}}\right) + j\frac{X_{L(3)}}{R_H}\left(2 - \frac{X_{L(3)}}{X_{C(3)}}\right)} =$$

$$= 14.13 \cdot e^{j\,0\,°} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{103.67}{26.53}\right) + j \cdot \frac{103.67}{65.7} \cdot \left(2 - \frac{103.67}{26.53}\right)} = 3.38 \cdot e^{j\,134.0\,°}\ \text{В}$$

5-я гармоника

$$U_{1m(5)} = \frac{6U_m}{\pi^2}\frac{1}{25} = \frac{6 \cdot 104.6}{\pi^2 \cdot 25} = 2.54 \quad \text{В}; \quad \psi_{U1} = 0\ °$$

$$X_{C(5)} = \frac{1}{5\omega C} = \frac{1}{5 \cdot 3.611 \times 10^3 \cdot 3.48 \times 10^{-6}} = 15.92 \quad \text{Ом}$$

$$X_{L(5)} = 5\omega L = 5 \cdot 3.611 \times 10^3 \cdot 9.57 \times 10^{-3} = 172.79 \quad \text{Ом}$$

$$\underline{U}_{2m(5)} = \underline{U}_{1m(5)} \frac{1}{\left(1 - \frac{X_{L(5)}}{X_{C(5)}}\right) + j\frac{X_{L(5)}}{R_H}\left(2 - \frac{X_{L(5)}}{X_{C(5)}}\right)} =$$

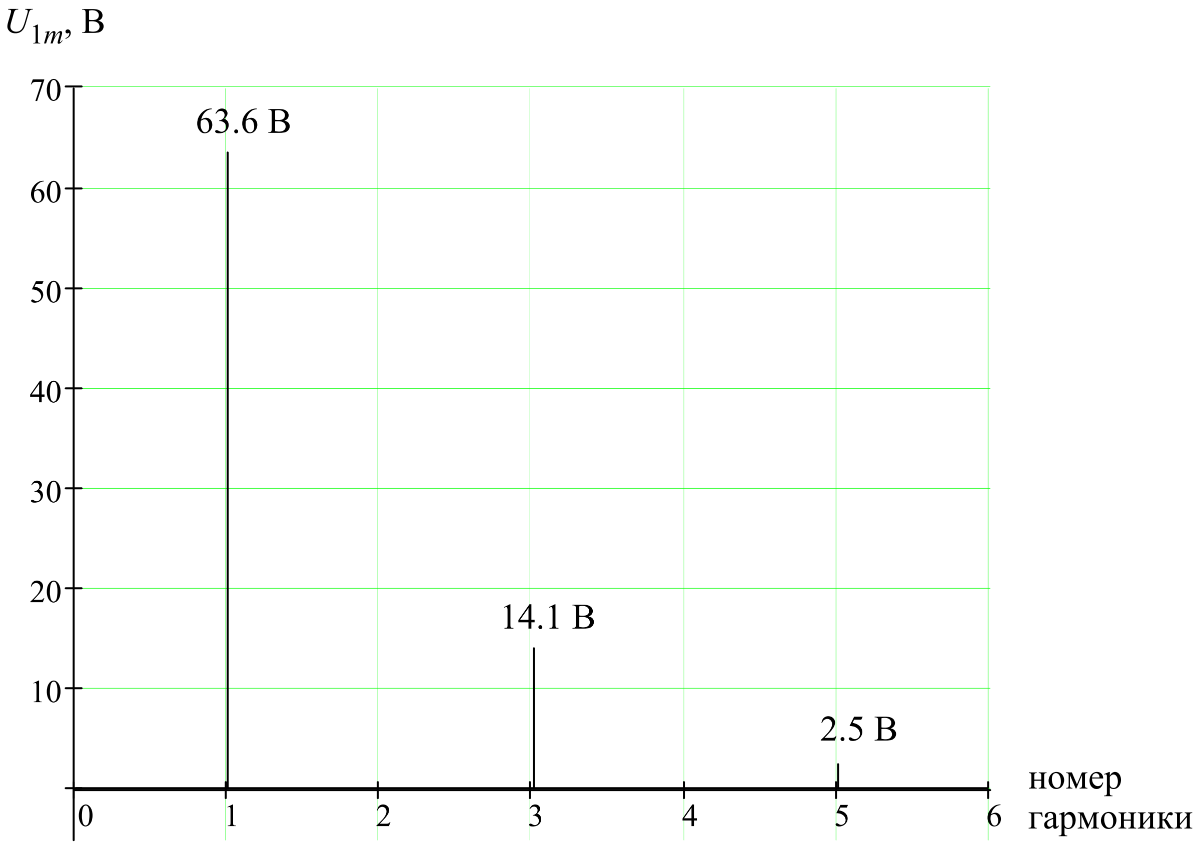
$$= 2.54 \cdot e^{j\,0\,°} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{172.79}{15.92}\right) + j \cdot \frac{172.79}{65.7} \cdot \left(2 - \frac{172.79}{15.92}\right)} = 0.1 \cdot e^{j\,112.9\,°}\ \text{В}$$

4. Запишем мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

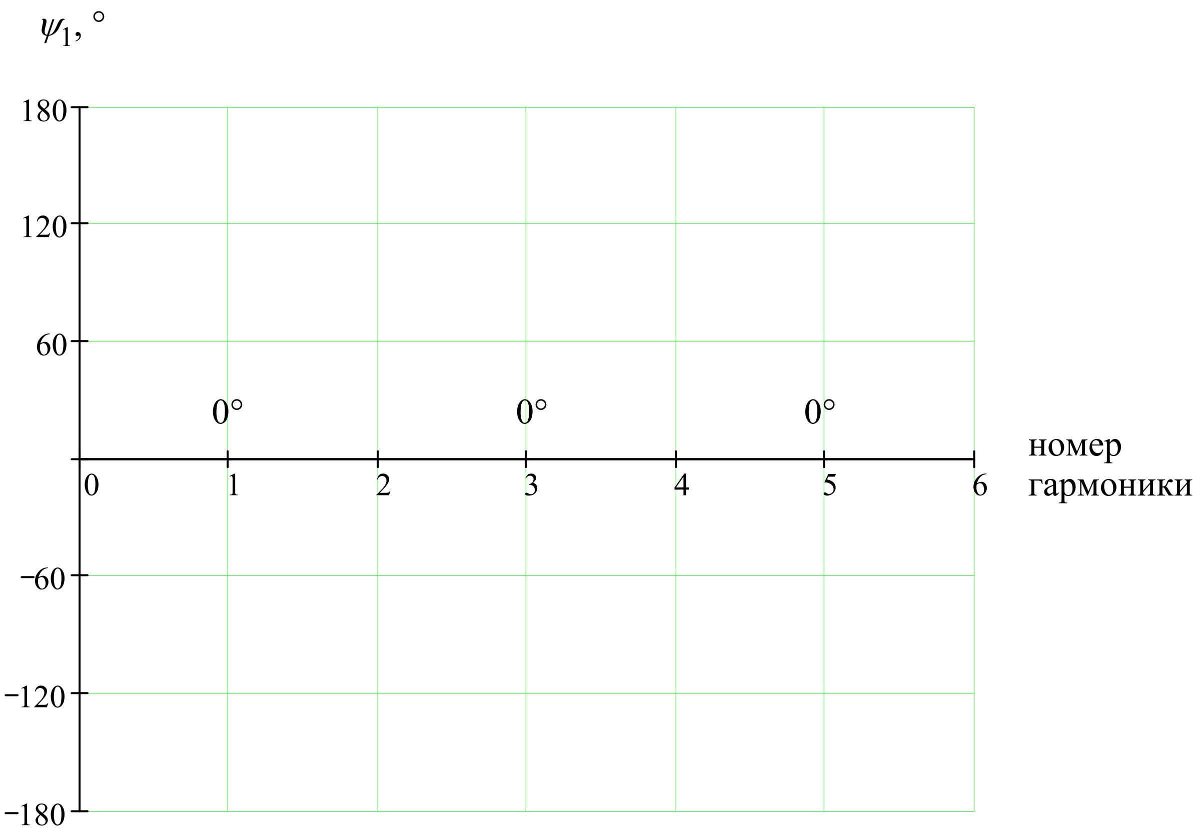
$$u_2(\omega t) = U_{2m(0)} +$$
$$+ U_{2m(1)}\sin(\omega t + \psi_{2(1)}) + U_{2m(3)}\sin(3\omega t + \psi_{2(3)}) + U_{2m(5)}\sin(5\omega t + \psi_{2(5)}) + ... =$$

$$= 52.3 + 63.6 \cdot \sin(\omega t - 55.5°) + 3.4 \cdot \sin(\omega t + 134°) + 0.1 \cdot \sin(\omega t + 112.9°) + ...,\ \text{В}.$$

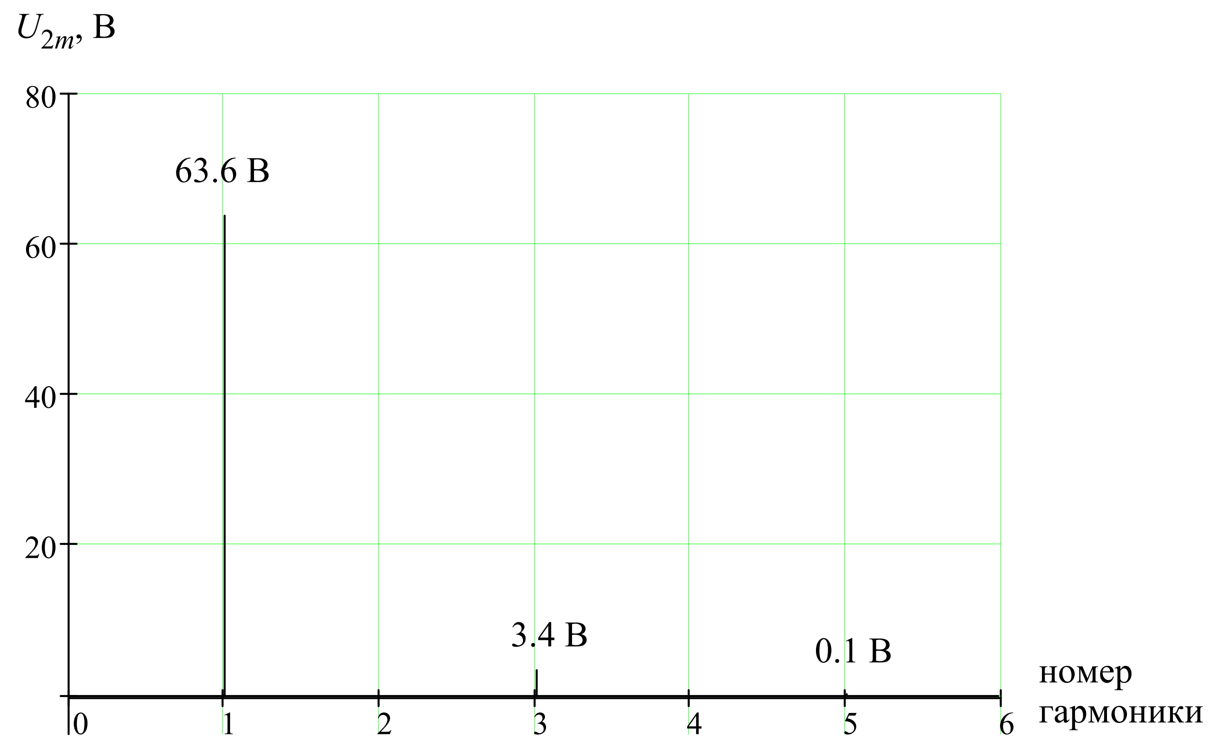
5. Линейчатый спектр для амплитуды U_{1m}



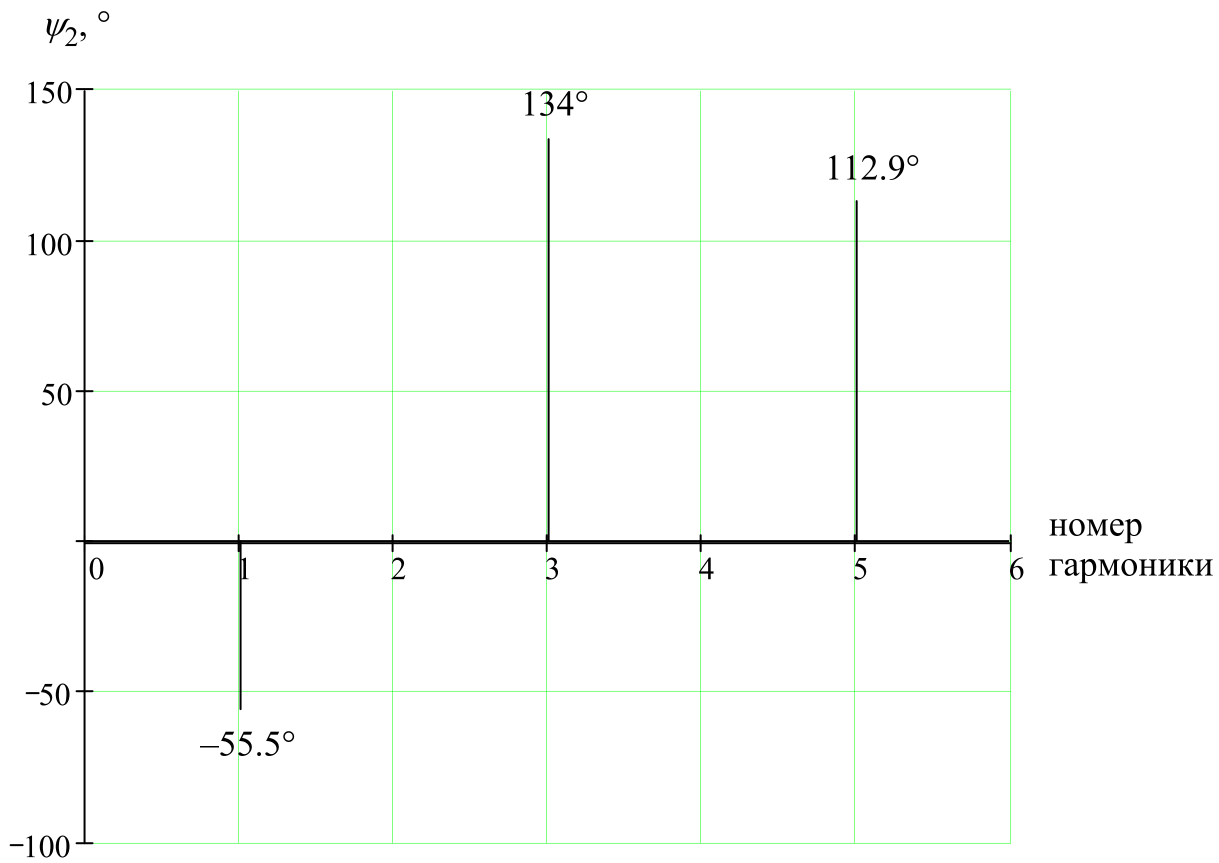
Линейчатый спектр для фазы ψ_1



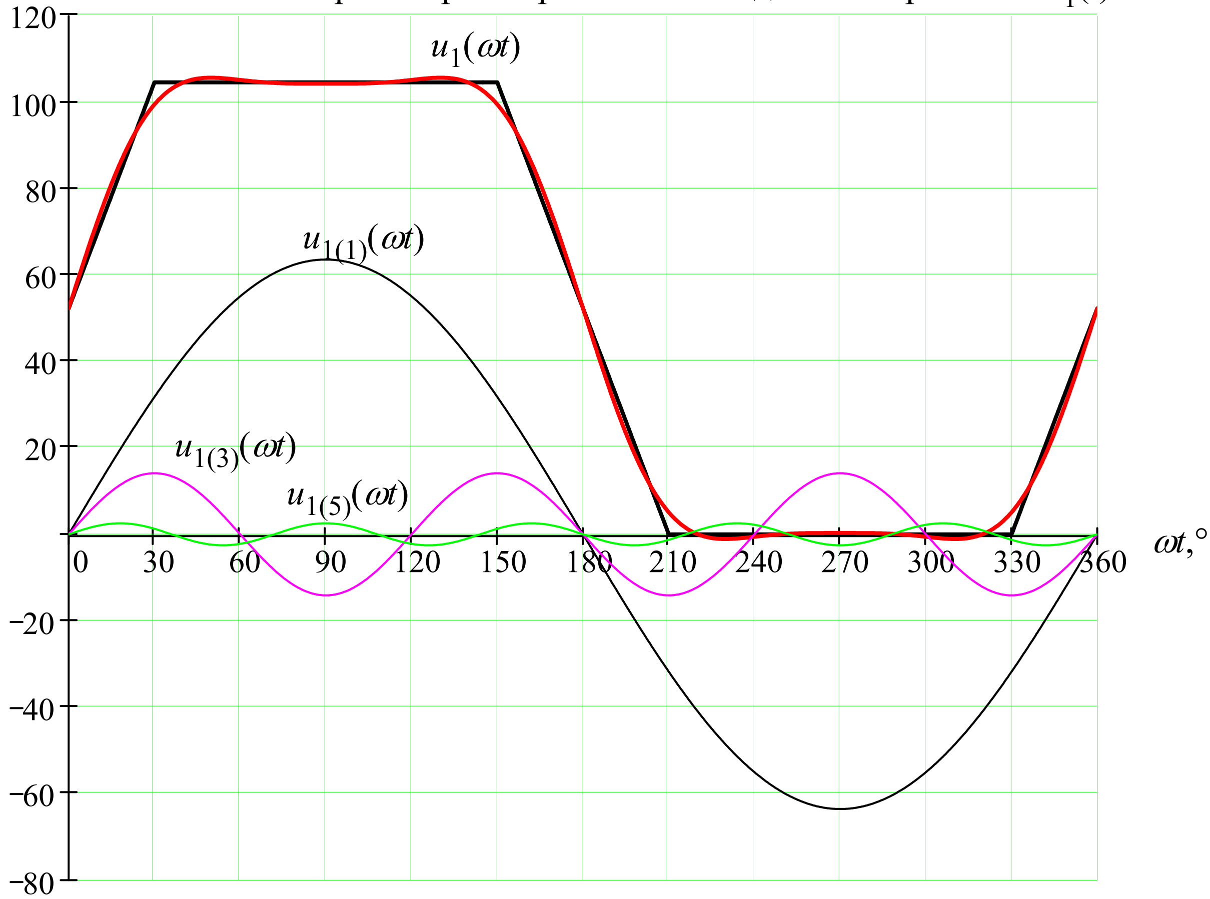
Линейчатый спектр для амплитуды U_{2m}



Линейчатый спектр для фазы ψ_2.



Разложение по первым трем гармоникам входного напряжения $u_1(t)$



Разложение по первым трем гармоникам выходного напряжения $u_2(t)$