

Задача 1

①

Дано: схема (рис. 1)

$$z_1 = 0,5 \text{ Ом}; x_1 = 1 \text{ Ом}$$

$$z_2 = 4 \text{ Ом}; x_2 = 3^* \text{ Ом}$$

$$z_3 = 1,5 \text{ Ом}; x_3 = 2 \text{ Ом}$$

$$U = 70 \text{ В}$$

$$I_1, I_2, I_3, P, Q, S - ?$$

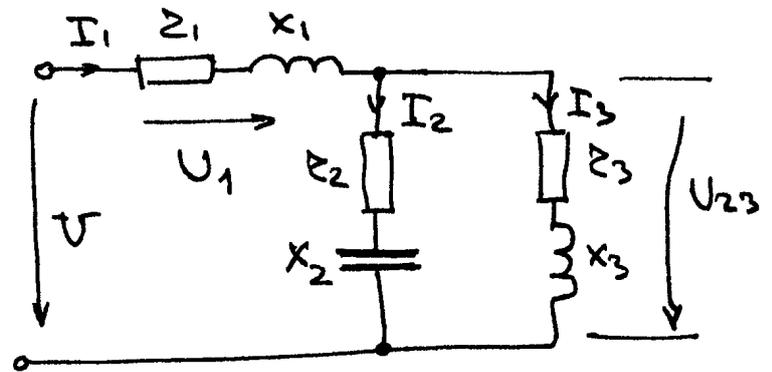


Рис. 1

А. Символьный метод

1. Комплексные сопротивления ветвей

$$\underline{z}_1 = z_1 + jx_1 = 0,5 + j1 = 1,118 \cdot e^{j63,435^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{z}_2 = z_2 - jx_2 = 4 - j3 = 5 e^{-j36,87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{z}_3 = z_3 + jx_3 = 1,5 + j2 = 2,5 e^{j53,13^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Общее сопротивление цепи

$$\underline{z} = \underline{z}_1 + \frac{\underline{z}_2 \cdot \underline{z}_3}{\underline{z}_2 + \underline{z}_3} = 0,5 + j1 + \frac{5 \cdot e^{-j36,87^\circ} \cdot 2,5 e^{j53,13^\circ}}{5,5 - j1} =$$

$$= 0,5 + j1 + \frac{5 \cdot 2,5 e^{-j36,87^\circ} \cdot e^{j53,13^\circ}}{5,58 e^{-j10,305^\circ}} =$$

$$= 0,5 + j1 + 2,236 e^{j26,565^\circ} = 0,5 + j1 + (2 + j1) =$$

$$= 2,5 + j2 = 3,202 e^{j38,66^\circ} \text{ Ом}.$$

3. Комплексные токи и напряжения в ветвях цепи ②

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{70}{3,202 e^{j38,66^\circ}} = 21,86 e^{-j38,66^\circ} = 17,07 - j13,66 \text{ A};$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 2,236 e^{j26,565^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = \underline{U}_{23} &= \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{23} = 21,86 e^{-j38,66^\circ} \cdot 2,236 e^{j26,565^\circ} = \\ &= 48,89 e^{-j12,095^\circ} = 47,81 - j10,24 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 21,86 e^{-j38,66^\circ} \cdot 1,118 e^{j63,435^\circ} = \\ &= 24,45 e^{j24,775^\circ} = 22,19 + j10,24 \text{ В}; \end{aligned}$$

Проверка

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = (22,19 + j10,24) + (47,81 - j10,24) = 70 \text{ В}.$$

Токи в разветвленной части цепи

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{48,89 e^{-j12,095^\circ}}{5 e^{-j36,87^\circ}} = 9,78 e^{j24,775^\circ} = 8,88 + j4,10 \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{48,89 e^{-j12,095^\circ}}{2,5 e^{j53,13^\circ}} = 19,56 e^{-j65,225^\circ} = 8,20 - j17,76 \text{ A}.$$

Проверка

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (8,88 + j4,10) + (8,20 - j17,76) = \\ &= 17,08 - j13,66 \text{ A}. \end{aligned}$$

4. Мощность цепи

③

Мощность источника

$$\sum S_{ист} = P_{ист} + jQ_{ист} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* =$$

$$= 70 \cdot (17,07 + j13,66) = 1195 + j956 = 1530 e^{j38,66^\circ} \text{ ВА};$$

$$P_{ист} = 1,195 \text{ кВт}; Q_{ист} = 0,956 \text{ кВар}; S_{ист} = 1,530 \text{ кВА}.$$

Мощность потребителей

$$P_{уп} = I_1^2 \cdot Z_1 + I_2^2 \cdot Z_2 + I_3^2 \cdot Z_3 =$$

$$= 21,86^2 \cdot 0,5 + 9,78^2 \cdot 4 + 19,56^2 \cdot 1,5 = 1195 \text{ Вт} = 1,195 \text{ кВт};$$

$$Q_{уп} = I_1^2 \cdot X_1 - I_2^2 \cdot X_2 + I_3^2 \cdot X_3 =$$

$$= 21,86^2 \cdot 1 - 9,78^2 \cdot 3 + 19,56^2 \cdot 2 = 956 \text{ Вар} = 0,956 \text{ кВар};$$

$$S_{уп} = \sqrt{P_{уп}^2 + Q_{уп}^2} = \sqrt{1,195^2 + 0,956^2} = 1,53 \text{ кВА}.$$

Баланс мощностей выполнен.

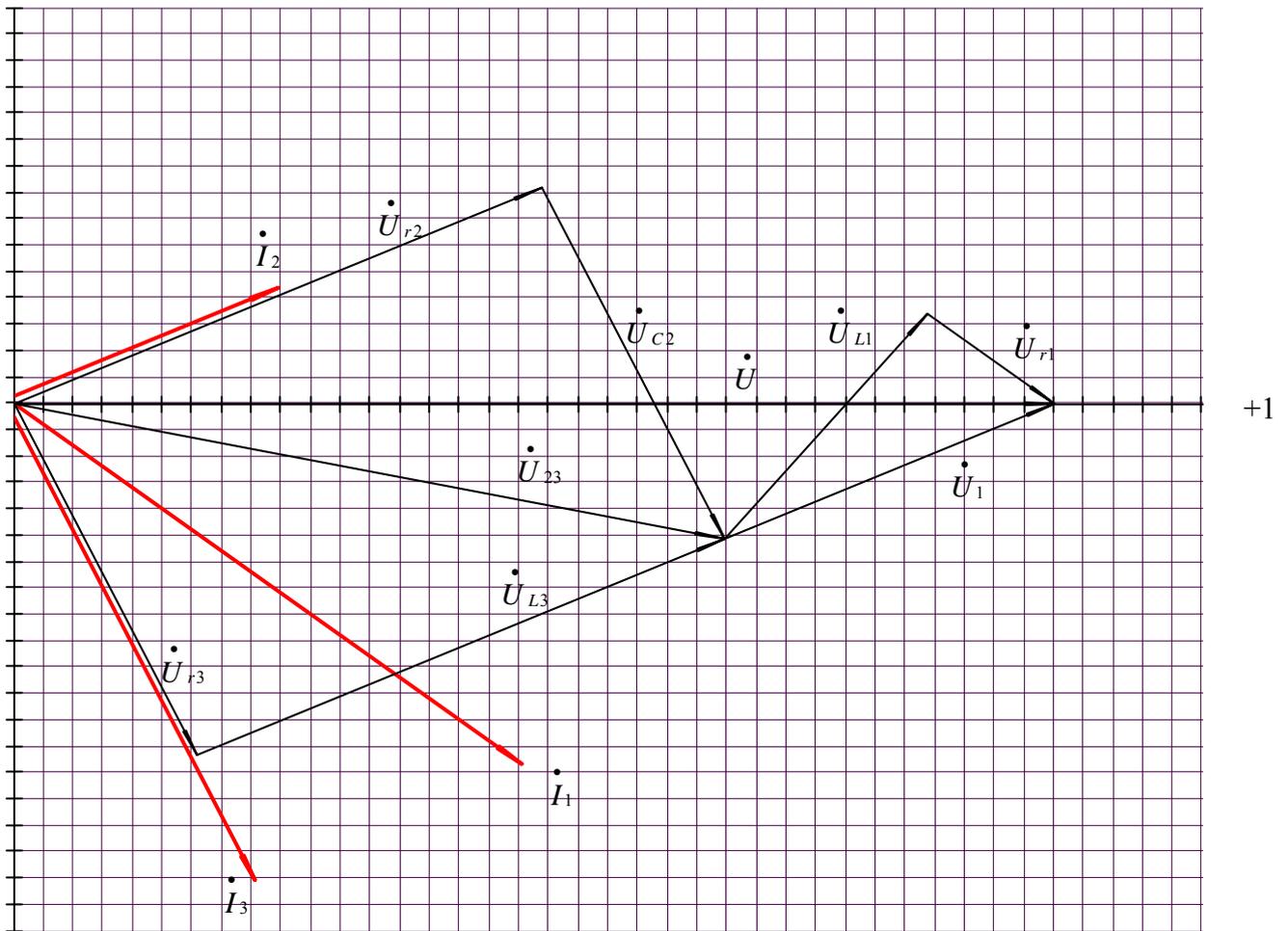
Токи

$$I_1 = 21,86 \text{ А}; I_2 = 9,78 \text{ А}; I_3 = 19,56 \text{ А};$$

$$P = 1,195 \text{ кВт}; Q = 0,956 \text{ кВар (индуктивная)};$$

$$S = 1,53 \text{ кВА}.$$

$+j$



Масштаб: $m_u = 2$ В/дел, $m_i = 1$ А/дел

Рис. 2 Векторная диаграмма токов и топологическая диаграмма напряжений

Б. Классический метод

1. Точные сопротивления ветвей

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = \sqrt{0,5^2 + 1^2} = 1,118 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ Ом};$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = 2,5 \text{ Ом}.$$

2. Углы сдвига фаз в ветвях

$$\sin \varphi_1 = \frac{X_1}{Z_1} = \frac{1}{1,118} = 0,8944; \quad \varphi_1 = 63,435^\circ;$$

$$\sin \varphi_2 = -\frac{X_2}{Z_2} = -\frac{3}{5} = -0,6 \quad ; \quad \varphi_2 = -36,87^\circ;$$

$$\sin \varphi_3 = \frac{X_3}{Z_3} = \frac{2}{2,5} = 0,8 \quad ; \quad \varphi_3 = 53,13^\circ.$$

3. Точности ветвей наветвленной части цепи

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{4}{5^2} = 0,16 \text{ См};$$

$$b_2 = -\frac{X_2}{Z_2^2} = -\frac{3}{5^2} = -0,12 \text{ См};$$

$$g_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} = \frac{1,5}{2,5^2} = 0,24 \text{ См};$$

$$b_3 = \frac{X_3}{Z_3^2} = \frac{2}{2,5^2} = 0,32 \text{ См}.$$

4. Точность наветвленной части

$$g_{23} = g_2 + g_3 = 0,16 + 0,24 = 0,4 \text{ См};$$

$$b_{23} = b_2 + b_3 = -0,12 + 0,32 = 0,2 \text{ См};$$

$$Y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \sqrt{0,4^2 + 0,2^2} = 0,4472 \text{ См}.$$

5. Сопротивление параллельного участка

$$Z_{23} = \frac{1}{Y_{23}} = \frac{1}{0,4472} = 2,236 \text{ Ом};$$

$$Z_{23} = g_{23} \cdot Z_{23}^2 = 0,4 \cdot 2,236^2 = 2 \text{ Ом};$$

$$X_{23} = b_{23} \cdot Z_{23}^2 = 0,2 \cdot 2,236^2 = 1 \text{ Ом}.$$

6. Общее сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{(Z_1 + Z_{23})^2 + (X_1 + X_{23})^2} = \sqrt{(0,5 + 2)^2 + (1 + 1)^2} = 3,202 \text{ Ом}.$$

7. Ток и напряжения

$$I_1 = \frac{U}{Z} = \frac{70}{3,202} = 21,86 \text{ А};$$

$$U_{23} = U_2 = U_3 = I_1 \cdot Z_{23} = 21,86 \cdot 2,236 = 48,88 \text{ В};$$

$$I_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{48,88}{5} = 9,78 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{48,88}{2,5} = 19,56 \text{ А}.$$

8. Мощность: а) полная

$$S = U \cdot I_1 = 70 \cdot 21,86 = 1530 \text{ ВА};$$

б) активная

$$P = S \cos \varphi = S \cdot \frac{Z}{Z} = 1530 \frac{2,5}{3,202} = 1195 \text{ Вт};$$

в) реактивная

$$Q = S \sin \varphi = S \cdot \frac{X}{Z} = 1530 \frac{1}{3,202} = 956 \text{ Вар}.$$