Министерство общего и профессионального

образования Российской Федерации

Пермский государственный технический университет

Кафедра конструирования радиоэлектронных средств

**РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ**

**ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

**С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

*Задания и методические указания*

*к выполнению курсовых работ по теоретическим*

*основам электротехники*

*Часть II*

Пермь 1998

Составили: Т.А. Кузнецова, А.А. Рябуха

УДК 621.3

 У913

Расчет и исследование переходных процессов в электрических цепях с сосредоточенными параметрами: Задания и метод. указания к выполнению курсовых работ по теоретическим основам электротехники. Ч.II/ Составители: Т.А. Кузнецова, А.А. Рябуха; Перм. гос. техн. ун-т. Пермь, 1998. С.

В методических указаниях рассмотрены основные методы расчета переходных режимов в электрических цепях: классический, операторный, пространства (переменных) состояния. Приведены примеры расчета цепей I и II порядка. Прилагаются индивидуальные задания для выполнения курсовых работ.

Рецензент: канд.техн.наук, доцент Старков А.А.

© Пермский государственный

технический университет,

1998

***Р А Б О Т А 1***

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА КЛАССИЧЕСКИМ

МЕТОДОМ

**Задание**

1. На откидном листе изобразить электрическую цепь, подлежащую расчету, при вести численные значения параметров и задающих источников цепи.

2. Рассчитать закон изменения указанного преподавателем тока классическим методом на двух интервалах времени:  *t1 < t < t2* , *t > t2 ,* определяемых последовательным срабатыванием коммутаторов *K1* и *K2* соответственно в моменты времени *t1* и *t2*. Предполагается, что до момента *t1* срабатывания первого коммутатора цепь находится в установившемся режиме. Момент *t2* выбираем из условия: *t2 = 2.τ1 ,* где *τ1* - постоянная времени цепи, образованной в результате первой коммутации.

3. Построить график зависимости тока *i(t)*, заданного преподавателем, на всех интервалах времени.

**Выбор варианта**

1. Расчетная цепь выбирается с помощью табл. 1.1 и рис. 1.1 в соответствии с номером варианта, задаваемым преподавателем. В таблице *ТС* – тип срабатывания, *К1* - первый коммутатор, *К2* - второй коммутатор.

2. Параметры элементов цепи выбираются в соответствии со следующими правилами:

 a) для четных номеров вариантов *L* = 60 Гн, *С* = 200 мкФ;

 б) для нечетных номеров вариантов *L* = 20 Гн, *С* = 100 мкФ;

 в) величины сопротивлений R для всех вариантов равны :

 - для четных ветвей *R = 10 + 10* AR Ом ,

 - для нечетных ветвей *R = 20 + 5* AR Ом ,

 где AR - сумма цифр номера варианта;

3. Заданные параметры источников рассчитываются по формуле

 *Е =* 10 *. ( N + M )* В,

 где *N* - номер группы; *M* - шифр специальности: для АТ – 1, АСУ –1,5, ЭВТ – 2, АТПП – 2,5, КРЭС – 3, КТЭИ – 3,5, ИВК – 4, ТК – 4,5.

4. Коммутаторы срабатывают поочередно в соответствии с указанными номерами. Тип срабатывания (замыкание, размыкание) задается в табл. 1.1.

5. Ток (или напряжение), функцию изменения во времени которого требуется определить, указывается преподавателем.

**3. Методические указания**

Расчет переходных процессов в цепях I порядка классическим методом основан на решении дифференциального уравнения цепи.

**Дифференциальное уравнение** цепи может быть получено методом исключения из системы уравнений Кирхгофа для мгновенных значений, описывающей послекоммутационную цепь.

Связь между током и напряжением на реактивных элементах цепи задается дифференциальными зависимостями:

на емкости

 ;

на индуктивности

 .

**Решение** полученного неоднородного дифференциального уравнения, коэффициенты левой части которого зависят только от параметров пассивных элементов цепи и связей между ними, ищут в виде суммы принужденной и свободной составляющей

*i(t) = iпр + iсв .*

Причем для цепей I порядка **свободная составляющая** (общее решение дифференциального уравнения цепи) *iсв = Aept* , где *p* - корень характеристического уравнения цепи.

**Характеристическое уравнение цепи может быть получено путем алгебраизации** (с применением преобразований Лапласа) **однородного дифференциального уравнения**, полученного из неоднородного дифференциального уравнения цепи путем приравнивания его правой части к 0.

1

3

2

5

4

7

6

5

4

1

2

3

а)

б)

1

г)

7

4

1

6

5

4

в)

6

5

2

7

2

3

3

3

2

5

7

3

2

7

5

1

4

6

6

4

1

д)

е)

рис 1.1.

Таблица 1.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Расположение элементов в ветвях цепи |
| Варианты | Граф | ключ | *Е* | *R* | *L* | *C* |
|  |  | *К1* | *ТС* | *К2* | *ТС* |  |  |  |  |
| 1, 26, 51, 76 | а | 2 | Зам. | 6 | Разм. | 1 | 1,3,5,7 | - | 4 |
| 2, 27, 52, 77 | б | 5 | Зам. | 1 | Разм. | 1 | 1,2,3,4 | - | 2 |
| 3, 28, 53, 78 | в | 6 | Разм. | 2 | Зам. | 1 | 1,3,5,7 | 4 | - |
| 4, 29, 54, 79 | г | 2 | Зам. | 6 | Зам. | 1 | 1,2,4,5,7 | - | 3 |
| 5, 30, 55, 80 | д | 3 | Зам. | 7 | Зам. | 1 | 1,2,4,5,6 | - | 3 |
| 6, 31, 56, 81 | е | 2 | Разм. | 7 | Зам. | 1 | 3,4,5,6 | 1 | - |
| 7, 32, 57, 82 | а | 6 | Разм. | 2 | Зам. | 1 | 1,2,4,5,7 | 3 | - |
| 8, 33, 58, 83 | б | 5 | Зам. | 2 | Разм. | 1 | 2,3,4,5, | 1 | - |
| 9, 34, 59, 84 | в | 6 | Разм. | 2 | Зам. | 1 | 3,4,5,7 | 1 | - |
| 10, 35, 60, 85 | г | 2 | Зам. | 5 | Разм. | 1 | 1,3,4,6 | - | 7 |
| 11, 36, 61, 86 | д | 2 | Разм. | 7 | Зам. | 1 | 3,4,5,6 | - | 4 |
| 12, 37, 62, 87 | е | 4 | Зам. | 7 | Разм. | 1 | 1,3,4,5,6 | 2 | - |
| 13, 38, 63, 88 | а | 2 | Разм. | 6 | Зам. | 1 | 1,3,5,7 | - | 4 |
| 14, 39, 64, 89 | б | 3 | Зам. | 5 | Разм. | 1 | 1,2,3,4 | - | 2 |
| 15, 40, 65, 90 | в | 2 | Разм. | 6 | Зам. | 1 | 1,3,4,5,7 | 4 | - |
| 16, 41, 66, 91 | г | 6 | Разм. | 3 | Разм. | 1 | 1,2,4,5,7 | - | 4 |
| 17, 42, 67, 92 | д | 7 | Разм. | 5 | Разм. | 1 | 1,2,4,6,7 | - | 3 |
| 18, 43, 68, 93 | е | 7 | Зам. | 2 | Разм. | 1 | 3,4,5,6 | 1 | - |
| 19, 44, 69, 94 | а | 3 | Разм. | 7 | Зам. | 1 | 1,2,4,5,6 | 5 | - |
| 20, 45, 70, 95 | б | 5 | Разм. | 2 | Разм. | 1 | 1,23,4 | 3 | - |
| 21, 46, 71, 96 | в | 2 | Разм. | 6 | Зам. | 1 | 3,4,5,7 | 1 | - |
| 22, 47, 72, 97 | г | 2 | Зам. | 6 | Разм. | 1 | 1,2,4,5,7 | 4 | - |
| 23, 48, 73, 98 | д | 5 | Разм. | 2 | Зам. | 1 | 3,4,6,7 | - | 7 |
| 24, 49, 74, 99 | е | 3 | Зам. | 7 | Зам. | 1 | 1,2,4,5,6 | 5 | - |
| 25, 50, 75, 100 | д | 7 | Разм. | 2 | Зам. | 1 | 1,3,4,5,7 | - | 6 |

**Характеристическое уравнение также может быть получено с применением метода входного сопротивления**. В данном случае осуществляется замена *jω*→*p*, и, при этом, сопротивление индуктивности условно приравнивается *pL*, а емкости *1/(pC)*. Из цепи исключаются источники традиционным в ТОЭ способом (ветви с источниками тока разрываются, источники напряжения замыкаются накоротко). Далее в произвольной ветви цепь размыкается, и относительно точек разрыва записывается входное сопротивление *z(p)*. Выражение *z(p) = 0* является искомым характеристическим уравнением.

**Корень характеристического уравнения цепи I порядка может быть найден с помощью постоянной времени цепи τ.**

Для цепей с индуктивностями

*τ = L/RЭ;*

Для цепей с емкостями

*τ = RЭC,*

где *RЭ* - входное сопротивление цепи, из которой удалены все источники, относительно зажимов реактивного элемента.

Связь между постоянной времени *τ* и корнем характеристического уравнения *p* задается зависимостью *p = -1/τ.*

**Принуждённая составляющая** (частное решение дифференциального уравнения цепи) совпадает со значением исходной функции в новом установившемся (стационарном) режиме, наступающем в послекоммутационной цепи, когда переходный процесс закончится. Таким образом, расчет принужденной составляющей производится любыми известными методами расчета стационарных режимов в линейных электрических цепях постоянного или переменного тока в зависимости от вида источников. При расчете цепей на постоянном токе следует помнить, что сопротивление идеальной емкости постоянному току бесконечно, а сопротивление идеальной индуктивности постоянному току равно нулю.

**Расчет постоянной интегрирования A ведется с учетом независимых начальных условий**. Согласно правилам коммутации



Значения *uC(0-)* или *iL(0-)* в докоммутационной цепи (считается, что до коммутации в цепи был установившийся режим) и определяют начальные (граничные) условия. Так как в расчетных заданиях требуется определить функции изменения величин, которые не подчиняются правилам коммутации, а, следовательно, могут изменяться скачком в момент коммутации *t = 0*, необходимо также остановиться на правилах получения значений подобных величин в момент *t = 0+ .*

Существуют два способа определения значений величин, не подчиняющихся правилам коммутации в момент *t = 0+ .*

Первый способ связан с **составлением системы уравнений Кирхгофа для послекоммутационной цепи**. Далее всюду в системе подставляется **момент *t =0+***, и искомая величина выражается через известные *uC(0+)*, если расчетная цепь содержит емкость, или через *iL(0+)*, если цепь содержит индуктивность. В случае разветвленной цепи путь довольно трудоемкий.

Второй способ основан **на построении схемы замещения в 0+ в** соответствии со следующими правилами :

а) источники и резисторы остаются на своих местах без изменений;

б) индуктивности с нулевыми начальными условиями ( *iL(0-) = 0* ) заменяются на обрыв цепи; с ненулевыми начальными условиями ( *iL(0-) ≠ 0* ) – на содействующие источники тока с задающим током *JL = iL(0-)*;

в) емкости с нулевыми начальными условиями ( *uC(0-) = 0* ) заменяются на замыкающий накоротко провод; с ненулевыми начальными условиями ( *uC(0-)* *≠* 0 ) – на противодействующие источники напряжения с задающей ЭДС *ЕС = uC(0-).*

В результате получается простая резистивная цепь, в каждой ветви которой течет ток, значение которого совпадает с соответствующим *i(0+)*, а между любыми точками приложено напряжение *u(0+)*. Расчет данной цепи любым известным методом позволит определить значение искомой величины в момент 0+.

Далее, зная значение искомой величины в момент *t = 0+*, можно определить неизвестную постоянную интегрирования :

 *i(t) = iпр + Aept  ,*

 система уравнений Кирхгофа в *t = 0+*

 *i(0+) = iпр + A = ?*

 схема замещения в *t = 0+*

 *A = ? - iпр.*

В завершение работы следует построить график изменения искомой величины во времени. Единица масштаба по временной оси выбирается в соответствии с полученной постоянной времени переходного процесса:



При этом принимается во внимание то обстоятельство, что время переходного процесса *tпп ≈ 3 … 4τ.*

**Пример расчета**

**Дано:**

*E=200* B

*R1=R3=R5=100* Ом

*R2=R4=400* Oм

*L= 0,2* Гн

*R3*

*Е*

*К1*

*R1*

*R2*

*R4*

*R5*

*К2*

*L*

*i4*

Рис. 1.1

**Определить:** Закон изменения тока ***i4 (t)*** в переходных режимах при условии, что срабатывание коммутаторов происходит в моменты времени:

1) *K1*  в *t = 0*,

2) *K2*  в *t = 2⋅τ1* , где *τ1* – постоянная времени цепи, образованной в результате первой коммутации.

**Решение:**

***Первая коммутация***

**Расчет докоммутационной цепи** (рис. 1.3)

1. Запишем правила (законы) коммутации  :

*R3*

*E*

*R2*

*R4*

*R5*

*L*

;



Рис. 1.3





**Расчет послекоммутационной цепи**

2. Определение корней характеристического уравнения

2.1. Составим **характеристическое уравнение** по методу входного сопротивления:

;

*R3*

*R1*

*pL*

*R2*

*R4*

*R5*



Рис. 1.4 а

 .

2.2. Проверим правильность полученных результатов методом, основанным на определении постоянной времени цепи.

Для индуктивной цепи первого порядка *τ = L / RЭ* , где *RЭ* - эквивалентное сопротивление пассивной цепи, полученной из рассматриваемой путем удаления источников, относительно зажимов реактивного элемента (в нашем случае индуктивности). Правило удаления источников: ветви с источниками тока обрываются, источники напряжения замыкаются накоротко.

В нашем случае пассивная цепь имеет вид (рис. 1.4 б):

*R3*

*R1*

*R2*

*R4*

*R5*



Рис. 1.4 б

*τ = L / RЭ = 0,2 / 542.857 = 0,368* мc *.*

Следовательно, p = - 1 / *τ* = - 1 / 0,368 = 2714,286 c-1.

3. Запишем **полное решение** в виде суммы принужденной и свободной составляющей:

*.*

4. Расчет **принужденной составляющей**.

Цепь в принужденном режиме будет иметь вид (рис. 1.5 ):

;

.

*R2*

*R5*

*R4*

*R1*

*R3*

Рис. 1.5

;





5. Расчет **свободной составляющей**.

Схема замещения в *0+* представлена на рис. 1.6, где *JL1 = iL(0-) = 0,345* A.

*R3*

*R2*

*JL1*

*R2*

*R4*

*R5*

Рис. 1.6

Определим ток *i4(0+)* методом наложения:

*R4*

*R3*

*R1*

*R5*



Рис. 1.7 а

;

;

*R3*

*JL1*

*R1*

*R4*

*R2*

*R5*

.

Рис. 1.7 б

;

.

Определим постоянную интегрирования :

i4 (0+) = 0,211+ A1 = 0,1874; A1 = -0,0236.

Таким образом, i4 (t) = 0,211- 0,0236 e-271t на промежутке t = (0+ , tk2 ), где t = 0+ – момент первой коммутации.

***Вторая коммутация***

Для расчета переходных процессов в цепи после второй коммутации введем дополнительную переменную *t1 = t - 2 τ1* .

**Расчет докоммутационной цепи.**

1. Определим независимые начальные условия для второй коммутации (рис. 1.8).



Определим закон изменения *iL(t)* после первой коммутации:

*R4*

*R3*

*E*

*R1*

*R2*

*L*

*R5*

 ;

;

. (см. расчет первой коммутации)

Рис. 1.8 

С помощью правил коммутации определим постоянную интегрирования:

; 0,263 + A2 = 0,345 ; A2 = 0,082 .

Следовательно,

.

Для второй коммутации

.

**Расчет послекоммутационной цепи**

2. Определение корней характеристического уравнения

Составим **характеристическое уравнение** методом входного сопротивления (рис. 1.9):

;

*R3*

*R1*

*pL*

*R2*

*R4*



Рис. 1.9

.

3. Запишем **полное решение**:

.

4. Расчет **принужденной составляющей**:

;

*R3*

*R1*

*R2*

*R4*

;

;

Рис. 1.10 ; .

5.Расчет **свободной составляющей.** Схема замещения в *t1 = 0+* для второй коммутации имеет вид (рис. 1.11)



*R3*

*R2*

*R4*

*JL2*

*E*

*R1*

Рис. 1.11

Определим ток i4(0+) методом наложения:



*R4*

*R3*

*E*

*R1*

Рис. 1.12 а

*R3*

*R1*

*JL2*

*R2*

*R4*



.

Рис. 1.12 б

Определим **постоянную интегрирования**:

i4(0+) = 0,25 + A3 = 0,2353; A3 = - 0,0147.

Таким образом,

для промежутка времени;

Итак, з**акон изменения тока после срабатывания первого коммутатора**

**i4(t)1 = 0,211 - 0,0236 e-2714t ;**

**после срабатывания второго коммутатора**

**i4(t1)2 = 0,25 - 0,0147 e-2667t′ , где t1 = t - 2τ1 .**

На рис. 1.13 изображен график изменения *i4(t)* в переходных режимах после срабатывания первого и второго коммутаторов.

Рис. 1.13

мс

***Р А Б О Т А 2***

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ

ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Данная работа подводит итог изучения переходных режимов в электрических цепях и усвоения методов их анализа. Для расчета переходного процесса предлагается цепь второго порядка, в которой действуют два источника постоянных воздействий.

Предполагается, что до срабатывания коммутаторов в цепи существовал установившийся режим.

Задача расчета переходных процессов сводится к решению системы дифференциальных уравнений, связывающих заданные воздействия и искомые токи и напряжения в исследуемой послекоммутационной цепи. Сформулированная задача может быть решена на основе классической теории дифференциальных уравнений (классический метод), операционного исчисления (операторный метод), численных методов (метод пространства состояний).

**Задание**

1. На откидном листе изобразить электрическую цепь, подлежащую расчету, привести численные значения параметров и задающих источников тока и напряжения.

2. Рассчитать указанный преподавателем ток или напряжение в одной из ветвей классическим методом.

3. Составить эквивалентную операторную схему и записать для нее систему уравнений по законам Кирхгофа. Рассчитать искомый ток операторным методом.

4. Получить матрицы связей А, В, С, D исследуемой цепи для решения задачи методом пространства состояний.

5. Построить графики изменения во времени найденных величин.

**Выбор варианта**

1. Расчетная цепь выбирается в соответствии с номером варианта с помощью табл.2.1. Графы расчетных цепей изображены на рис. 2.1.

2. Параметры пассивных элементов цепи и задающих источников цепей во всех вариантах определяются следующим образом:

*L = 0,5 . М* мГн *, С = 100 . N* мкФ;

величина сопротивлений для четных ветвей *R = 100 Аr* Ом, для нечетных ветвей *R = 20 . (Аr + N )* Ом;

параметры источников: *Е1 = 20. ( N + M )* В , *Е2= 20.N* B , *J = 0,1. (N + 2M)* А,

где *N* - номер группы;

 *M* - шифр специальности, для АТ – 1, АСУ – 2, ЭВТ – 1.5, КРЭС – 2.5, КТЭИ – 3, АТПП – 3.5, ТКА – 4, ИВК – 4.5.

**Методические указания**

***Классический метод расчета***

Переходный процесс можно рассчитать классическим методом в следующей последовательности:

1. Расчет докоммутационного установившегося режима с целью получения независимых начальных условий (правил коммутации):

*iL (0-) = iL (0+), uC (0-) = uC (0+)*.

2. Составление характеристического уравнения цепи и определение его корней.

3. Запись полного решения в виде суммы принужденной и свободной составляющих.

4. Расчет послекоммутационного установившегося режима с целью получения принужденных составляющих.

5. Расчет необходимых начальных условий (значение искомой величины и ее производной в момент *t = 0+*) с использованием уравнений Кирхгофа и независимых начальных условий или схем замещения в момент *t = 0+*.

6. Определение постоянных интегрирования и функции, описывающей изменение искомой величины в переходном режиме.

***Операторный метод расчета***

Для составления эквивалентной операторной схемы замещения необходимо заменить индуктивности и емкости в цепи в соответствии со следующим правилом:

– индуктивности и емкости с нулевыми начальными условиями *iL (0-) = iL (0+) = 0*, *uC (0-) = uC (0+) = 0* заменяются на эквивалентные операторные сопротивления *pL* и  соответственно;

5

а).

4

3

1

2

6

2

4

3

5

б).

1

4

1

3

2

5

г).

в).

5

3

4

2

1

1

4

6

3

5

5

4

2

2

3

1

е).

д).

Рис. 2.1

Таблица 2.1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Граф | Расположение элементов в ветвях цепи | *R* | *L* | *C* |
|  |  | Ключ | ист.напряж. *E1* | ист.напряж *Е2* | ист.тока *J* |  |  |  |
| 1,26,51 | а | 3 | 1 | - | 6 | 1,5,4 | 3 | 2 |
| 2,27,52 | б | 5 | 1 | 5 | - | 3,4,5 | 1 | 2 |
| 3,28,53 | в | 2 | 3 | - | 5 | 1,2,3 | 3 | 4 |
| 4,29,54 | г | 3 | 1 | - | 5 | 1,4,3 | 1 | 2 |
| 5,30,55 | д | 4 | 1 | 5 | - | 2,4,5 | 1 | 3 |
| 6,31,56 | е | 4 | 1 | 4 | - | 1,3,5,6,4 | 5 | 2 |
| 7,32,57 | а | 6 | 6 | - | 1 | 2,3,6,5 | 2 | 5 |
| 8,33,58 | б | 2 | 5 | 3 | - | 1,2,3,5 | 4 | 1 |
| 9,34,59 | в | 2 | 1 | - | 4 | 1,4,5 | 2 | 5 |
| 10,35,60 | г | 4 | 3 | 1 | - | 2,3,4,5 | 5 | 1 |
| 11,36,61 | д | 4 | 1 | 4 | - | 1,2,3,4,5 | 1 | 2 |
| 12,37,62 | е | 6 | 4 | - | 2 | 3,4,5,6 | 4 | 1 |
| 13,38,63 | а | 4 | 1 | - | 6 | 1,4,5 | 3 | 2 |
| 14,39,64 | б | 4 | 4 | - | 5 | 1,4,3 | 1 | 2 |
| 15,40,65 | в | 5 | 4 | 5 | - | 1,3,4,5 | 1 | 2 |
| 16,41,66 | г | 5 | 5 | - | 2 | 1,3,4,5 | 4 | 1 |
| 17,42,67 | д | 4 | 1 | 4 | - | 1,3,4,5 | 5 | 2 |
| 18,43,68 | е | 2 | 3 | - | 1 | 2,3,4,6 | 5 | 3 |
| 19,44,69 | а | 6 | 2 | 5 | - | 1,5,6 | 1 | 2 |
| 20,45,70 | б | 5 | 3 | 5 | - | 2,4,5 | 4 | 1 |
| 21,46,71 | в | 2 | 4 | - | 5 | 1,2,3,4 | 1 | 3 |
| 22,47,72 | г | 5 | 3 | - | 1 | 2,3,5 | 3 | 4 |
| 23,48,73 | д | 4 | 1 | - | 2 | 1,3,4 | 3 | 5 |
| 24,49,74 | е | 1 | 6 | - | 4 | 1,2,3,6 | 3 | 5 |
| 25,50,75 | а | 5 | 3 | - | 2 | 1,3,5,6 | 1 | 4 |

– реактивные элементы с ненулевыми начальными условиями *iL (0-) = iL (0+)  0*, *uC (0-) = uC (0+)  0* заменяются соответственно:

 индуктивности емкости

 *pL L. i L(0-)  *



 *I (p) I (p)*

Далее для операторной схемы замещения составляется система уравнений Кирхгофа в операторной форме, или ведется расчет любым другим известным расчетным методом. В результате решения должно быть получено изображение по Лапласу искомой величины, которому, с применением теоремы разложения, ставится в соответствие оригинал в виде функции времени.

***Метод пространства состояний***

При расчете цепи методом пространства состояний режим ее работы описывается матричными уравнениями:

, (1)

, (2)

причем, уравнение (1) - дифференциальное, а уравнение (2) - алгебраическое. В этих уравнениях:

X = [ хi (t) ] - матрица-столбец переменных состояния, i изменяется в пределах [1; n ];

X′ = [ хi (t) ] - матрица-столбец производных ( скоростей изменения ) переменных состояния;

Y = [yj (t)] - матрица-столбец выходных реакций или вектор выхода, j изменяется в пределах [ 1; l];

V = [vк(t)]-матрица-столбец внешних воздействий или вектор входа, k изменяется в пределах [ 1; m ];

n - порядок электрической цепи;

m - количество задающих источников;

l - количество искомых выходных реакций;

A, B, C, D - матрицы связей для исследуемой цепи.

Матрицы связей A, B, C, D определяются с помощью уравнений Кирхгофа или с помощью канонической процедуры построения матриц связей. Каноническая процедура не требует предварительного составления уравнений Кирхгофа, так как элементы матриц A,B,C,D являются псевдопередаточными коэффициентами вспомогательных резистивных цепей.

Покажем алгоритм получения матриц A, B, C, D на примере цепи II порядка, содержащей источник напряжения и источник тока, для которой уравнения состояния в развернутом виде запишутся:

 (3)

В этой системе i1, i2 - искомые выходные токи (реакции). В общем случае это могут быть любые токи и напряжения в любых ветвях.

Объединим полученные уравнения в матричное уравнение, содержащее расширенную матрицу реакций и переменных состояния:

 (4)

Так как данное матричное уравнение является верным для любого момента времени t  0+ , т.е. значения коэффициентов матриц A, B, C, D являются величинами постоянными, то правомерной является следующая зависимость:

 (5)

Для определения искомых коэффициентов применим метод наложения (принцип суперпозиции). Если в уравнении (5) попеременно полагать все начальные значения iL (0+), uC (0+), Е1 (0+), J2 (0+) равными нулю, кроме одного, приравниваемого единице, то значения элементов расширенной матрицы i′L (0+), u′C (0+), i1 (0+), i2 (0+) совпадут с элементами соответствующего столбца матриц А, В, С, D.

Принимая во внимание, что

 и ,

можно свести задачу расчета коэффициентов матриц связей к рассмотрению четырех (в нашем конкретном случае, когда выходных реакций две) резистивных схем для момента t = 0+ , в каждой из которых остается только один источник:

 i L (0+) = 1 или u C (0+) = 1 или Е 1 (0+) = 1 или J 2 (0+) = 1,

а прочие источники исключают в соответствии с традиционными правилами - источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками, ветви с источниками тока разрываются.

Для наглядности результаты расчетов записывают в таблицу, подматрицы которой совпадают с матрицами А, В, С, D:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | i L (0+) = 1 А | u C (0+) = 1 В | Е 1 (0+) = 1 В | J 2 (0+) = 1 А |
|  |  **А** |  |  **В** |  |
|  |  |  |  |  |
| i 1 (0+) |  **С** |  |  **D** |  |
| i 2 (0+) |  |  |  |  |

***Работа в среде STRATUM***

Для выполнения расчетно-графической работы “Переходные процессы в линейных электрических цепях” можно воспользоваться двумя возможностями.

**Первая** из них связана с проектированием и моделированием заданной электрической цепи в рамках универсальной инструментальной среды “STRATUM COMPUTER.”

Среда позволяет на основе простейших функциональных элементов (имиджей), собранных в библиотеке “Теоретические основы электротехники”, проектировать и моделировать практически любую электрическую цепь без знания языков программирования, что значительно расширяет круг пользователей, способных стать творческими соучастниками в процессе обучения. Математический аппарат, используемый в программе, позволяет моделировать как стационарные, так и динамические режимы работы электрических цепей, быстро и эффективно исследовать влияние одного или нескольких параметров на режимы электрической цепи непосредственно в процессе моделирования.

Процедура анализа электрических цепей включает в себя два принципиально разных этапа: редактирование и моделирование схемы.

Наличие легко идентифицируемых визуально и доступных для манипуляций объектов среды (индуктивность, емкость, сопротивление и т.д.) позволяет пользователю на первом этапе (редактирование) "собрать" практически любую электрическую цепь на "математическом" стенде (рабочем поле компьютера), установив с помощью определенного механизма информационные связи, в соответствии с которыми взаимодействуют отдельные имиджи рассматриваемой схемы.

Выбор необходимого имиджа из той или иной библиотеки осуществляется операцией "Читать" из группы "Имиджи". Буксировка и установка имиджа на рабочее поле компьютера фактически означает опосредованное предъявление машине математических уравнений имиджа к последующему решению. Разумеется, это происходит скрытым и недоступным для пользователя образом. Понятно в связи с этим, что очередность установки имиджей, строго говоря, формирует систему уравнений, подлежащих решению. Целесообразно действовать по следующему сценарию: сначала установить источники питания, затем – элементы электрических цепей, т.е. имиджи тех элементов, из которых формируется принципиальная схема, и, наконец, вспомогательные и сервисные элементы (измерительные приборы, таймер, вьюеры и т.д.).

Следующий технологический этап редактирования схемы заключается в установлении связей между отдельными имиджами. По сути дела установление связей формулирует конкретную задачу, поскольку для машины этот процесс означает формирование из разрозненных уравнений отдельных имиджей единой системы уравнений, описывающей электрическую цепь в целом.

Операция связывания производится при помощи операции "Связать". Смещение курсора на рабочее поле приводит к его преобразованию в две взаимноперпендикулярные линии. "Прицелившись" перекрестием на определенный цвет на нижней линейке цветов (этим цветом будет отрисована линия связи) и зафиксировав его при помощи мыши, пользователь наводит "прицел" на имидж-источник, а затем - на имидж-приемник. При этом активируются списки переменных имиджа-источника (слева) и имиджа-приемника (справа), после чего вновь при помощи "мыши" фиксируется и закрепляется связь между выбранными переменными. Эта процедура продолжается до тех пор, пока не будут выполнены все необходимые связи.

Описанный механизм установления связей работает в любом приложении. Применение этого механизма в теории электрических цепей, которая строится в терминах "ток", "потенциал", "наряжение", имеет следующую специфику. Поскольку потенциал есть функция, определяемая с точностью до произвольной постоянной, а ток зависит от разности потенциалов, постольку правомерным представляется приравнивание нулю потенциала любой произвольной точки цепи. Отсюда вытекает простое правило установления связей при редактировании электрических цепей:

– все связи выполняются в соответствии с токовыми путями, т.е. от источника питания через топологические элементы схемы до точки (базисной или опорной), потенциал которой принят за ноль;

– замыкание цепи осуществляется с помощью имиджа заземлителя, для чего в направлении от него тянутся связи ко всем точкам с нулевым потенциалом.

Возможен второй способ: после полного установления связей вплоть до замыкания цепи от имиджа заземлителя устанавливается связь с опорной точкой в доступном месте.

На втором этапе (моделирование) задают численные значения параметров модели, выбирают желаемый расчетный метод и запускают модель в режим счета.

Для выбора расчетного метода необходимо использовать операцию "Методы": выбрать тип решаемых уравнений, желаемый метод решения, шаг интегрирования. Отметим, что при необходимости математический аппарат можно расширить путем изготовления имиджа с желаемым расширением или импортирования внешнего файла с записанным на любом языке расчетным методом.

**Вторая** возможность расчета переходных процессов заключается в использовании готовой схемы “Расчет переходных процессов (метод переменных состояния)”, разработанной в рамках активной электронной среды по ТОЭ и предназначенной для анализа переходных режимов в цепях первого и второго порядков с одним или несколькими источниками постоянных воздействий. В основе расчета лежат рекурентные соотношения, полученные явным методом Эйлера для подсчета искомых величин в конце каждого нового шага интегрирования по известным их значениям в конце предыдущего шага. Для этого необходимо вызвать в режиме “Моделирование” эту схему и загрузить состояние 0, затем поочередно раскрыть таблицы переменных осциллографов и установить ожидаемые границы изменения анализируемых величин. После этого следует выбрать режим работы экрана «Графики» и нажать кнопку “Пуск”.

**Исходная информация** должна быть сформирована предварительно и введена в режиме диалога с компьютером. Она заключается в подготовке матриц связей **[A]**, **[B]**, **[C**], **[D]**, вектора входных воздействий **[V**] и вектора начального состояния **[X(0)]** в уравнениях состояния. В результате на дисплее можно наблюдать динамику изменения переменных состояния и двух выходных реакций исследуемой цепи.

**Пример расчета переходного процесса**

**в цепи II порядка**

Дана цепь (рис. 2.2), с параметрами Е = 30 В , J = 2 А , R = 20 Ом , R = 10 Ом , С = 100 мкФ , L = 50 мГн .

Определить закон изменения тока i1 (t) после коммутации.



Рис. 2.2

***Классический метод расчета***

1. Правила коммутации:

iL (0-) = iL (0+) = 0 А ,

uC (0-) = uC (0+) = J . R2 = 20 B .

2. Составление характеристического уравнения цепи.

2.1.Совместное решение однородной системы дифференциальных уравнений. Составляем систему дифференциальных уравнений для мгновенных значений токов и напряжений по законам Кирхгофа:



Методом исключения получаем из данной системы дифференциальное неоднородное уравнение



Соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид



2.2. Алгебраизация дифференциальных уравнений. Для получения характеристических уравнений записывается система уравнений по методу контурных токов, которая в последствии переписывается в алгебраической форме с помощью вспомогательного символа p , заменяющего операцию дифференцирования, и 1/p, заменяющего операцию интегрирования:

i11(1/(pC) + R1) - i22(1/(pC)) + i33 . 0 = E(p) ,

-i11 (1/(pC) + i22 (R2 + pL + 1/(pC)) - i33R2 = 0 ,

i11. 0 - i22R2 + i33R2 = UJ (p) ,

Так как i33 = J , следовательно,

i11(1/pC + R1) - i22 (1/(pC)) + UJ . 0 = E/p ,

-i11(1/pC) + i22(R2 + pL + 1/pC) + 0 . UJ = JR2 ,

i11 . 0 - i22R2 + 1 . UJ = -JR2 .

и, соответственно, для свободных составляющих токов:

i11св(1/(pC) + R1) - i22св (1/(pC)) + UJсв . 0 = 0 ,

-i11св (1/(pC)) + i22св (R2 + pL + 1/pC) + 0 . UJсв = 0 ,

i11св . 0 - i22свR2 + 1 . UJсв = 0 .

Данная система алгебраических уравнений имеет решение, отличное от нулевого только тогда, когда ее определитель равен нулю:



или



Таким образом, характеристическое уравнение в результате преобразования принимает вид



2.3. Метод входного сопротивления. Удалим источники из цепи в соответствии с известным правилом: источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками, ветви с источниками тока размыкаются.

В произвольной ветви разорвав цепь, запишем входное сопротивление:



Заменив jω на p , получим



Приравняв данное выражение нулю ( z(р) = 0 ) и произведя необходимые преобразования, получим характеристическое уравнение цепи



Подставим значения параметров цепи:

p2 + 700p + 300000 = 0 .

Корни характеристического уравнения

p1 = - 350 + j421,308 , p2 = - 350 - j421,308

являются комплексными сопряженными, следовательно, переходный процесс в цепи имеет колебательный характер.

3. Определение принужденной составляющей. Рассматриваемая цепь в принужденном режиме имеет вид (рис. 2.3)

 ,

i1пр = 1/3 (A) .

i1пр

R2

R1

Рис. 2.3

4. Определение свободной составляющей. Для цепей, характеристические числа которых имеют комплексные сопряженные значения, свободная составляющая определяется в виде

i1св(t) = e- δt(A1 cos ωt + A2 sin ωt) ,

где d - декремент затухания, ω - частота свободных колебаний определяются через корни характеристического уравнения p1,2 = - δ + jω .

Таким образом, в выражении i1св необходимо определить постоянные интегрирования А1 и А2 . Вычисление их ведется с помощью системы уравнений, составленных для момента t = 0+ :



4.1. Определение значений и с использованием системы уравнений Кирхгофа. В данном случае cоставляется система уравнений Кирхгофа. Методом исключения выражается значение тока i1(0+) через известные значения uC(0+) и i2(0+) :



Дифференцируя выражение для i1 (t) , получим



Произведя необходимые преобразования и подстановки в системе уравнений Кирхгофа, получим



Подставив соответствующие значения uC и iL в момент t = 0+ , рассчитаем

i′1 (0+) = - 250 A/с .

4.2. Определение i1(0+) и i′1(0+) с использованием резистивных схем замещения в момент t = 0+ . Схема замещения в 0+ для величин токов и напряжений изображена на рис. 2.4

ЕС = uС(0-)

i1(0+)

uL(0+)

iC(0+)R2

iR2(0+)

EC

E1

R1

J = iL(0-)

J

Рис. 2.4

По II закону Кирхгофа получим



Для построения схемы замещения в (0+) для производных токов и напряжений необходимо определить начальные значения :



Таким образом, следует определить iC(0+) и uL(0+) с помощью уже полученной схемы замещения:

а) для определения uL(0+) составим уравнение по II закону Кирхгофа :

UL(0+) - iR2(0+) R2 = - UC(0+) ;

подставив значения, получим UL(0+) = 0 , следовательно,  .

б) iC(0+) = i1(0+) = 0,5 A , следовательно,  = 5000 B/с.

При построении схемы замещения в 0+ для производных следует:

источники заменить на аналогичные источники с ЭДС или задающим током, равным соответственно производной от данных в задании,

номиналы резисторов остаются неизменными,

емкости и индуктивности же замещаются в соответствии со следующим правилом – емкости с нулевыми начальными условиями () заменяются короткозамкнутыми участками, с ненулевыми начальными условиями() – противодействующими источниками ЭДС с ,

ветви с индуктивностями, имеющими нулевые начальные условия () размыкаются, в случае ненулевых начальных условий () индуктивности заменяют на содействующие источники тока с .

Таким образом, осуществляется операция дифференцирования, адекватная дифференцированию системы уравнений Кирхгофа.

В нашем случае, когда в цепи действуют источники постоянных воздействий, источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками (т.к. ), а ветви с источниками тока размыкаются (т.к. ).

Таким образом, схема замещения в t = 0+ для производных имеет вид (рис. 2.5). Определим 

i′1(0+)

E′C=u′C(0+)

R1

R2

Рис. 2.5

4.3. Определение постоянных интегрирования:

1/3 + А1 = 0,5 ,

421,308 A2 - 350 A1 = - 250 .

Решив данную систему уравнений, получим

А1 = 0,1667 , А2 = - 0.455.

5. Определение полного решения. Полное решение следует искать в виде

 i1(t) = i1пр + i1св .

С учетом производных расчетов получим



Для удобства построения графика преобразуем полученное выражение в синусоидальную форму:



( + π) прибавляется к аргументу, так как угол ψ имеет отрицательный знак

 и положительный знак ,

т.е. если рассматривать единичную окружность, данный угол находится во II четверти координатной плоскости.

Угол ψi определяется в радианах, так как свободная частота измеряется в рад/с. Таким образом, *искомый ток*

*i1(t) = 1/3 + e-350t 0.485 sin (421.308t + 2.788).*

6. Построение графика изменения тока i (t). Оценим соотношение между постоянной времени экспоненты и периодом синусоиды. Постоянная времени экспоненты τexp = 1/8 = 0,00286 с. Период синусоиды Tsin = 1/f = 2π/ω = 0,0149 с. В связи с тем, что τехр << Tsin , график строится по точкам. Результаты расчетов значений тока i1(t) записаны в табл. 2.2., а график изменения i1 (t) изображен на рис. 2.6.

Таблица 2.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | i1(t) | t | i1(t) | t | i1(t) |
| 0 | 0.5 | 2 τ | 0.2754 | 4 τ | 0.3419 |
| 0.25 τ | 0.3531 | 2.25 τ | 0.2973 | 4.25 τ | 0.3402 |
| 0.5 τ | 0.2609 | 2.5 τ | 0.3149 | 4.5 τ | 0.3384 |
| 0.75 τ | 0.2137 | 2.75 τ | 0.3278 | 4.75 τ | 0.3366 |
| 1 τ | 0.1993 | 3 τ | 0.3362 | 5 τ | 0.3352 |
| 1.25 τ | 0.2065 | 3.25 τ | 0.3410 | 5.25 τ | 0.3341 |
| 1.5 τ | 0.2260 | 3.5 τ | 0.3430 | 5.5 τ | 0.3333 |
| 1.75 τ | 0.2506 | 3.75 τ | 0.3430 |  |  |



Рис 2.6.

***Операторный метод***

С учетом независимых начальных условий изображается операторная схема замещения (рис. 2.7).

I1(p)

E/p

IC(p)

I2(p)

IL(p)

R1

pL

R2

UC(0-)/p

1/(pC)

J/p

Рис 2. 7

Уравнения Кирхгофа в операторной форме запишутся в виде

 I1(p) - IC(p) -I2(p) + J/p = 0,

 IL(p) + I2(p) - J/p = 0,

 I1(p)R1 + IC(p)/(pC) = E/p - UC(0-) /p,

 I2(p)R2 - IL(p)pL - IC(p)/pC = UC(0-)/p,

 I2(p)R2 = UJ(p).

***Метод пространства состояний.*** Матричная схема уравнений в переменных состояния имеет вид

 X ′= A X + BV,

 J = CX + DV.

В конкретном случае

iL′ = a11iL + a12uC +b11E + b12J,

uC′ = a21iL + a22uC + b21E + b22J,

i1 = C1iL + C2uC + d1E + d2J.

Рассмотрим два способа получения матриц связи.

1. Получение коэффициентов матриц А, В, С, D с помощью составления системы уравнений Кирхгофа :

 iL + iR2 - J = 0,

 -i1 + iC - iL = 0,

 i1R1 + uC = E,

 uC + uL - i2R2 = 0,

 i2R2 = uJ,

 или в дифференциальной форме:

 iL + iR2 - J = 0

 -i1 + CuС′ - iL = 0

 i1R1 + uC = E

uC + LiL′ - i2R2 = 0

 i2R2 = uJ

Произведя необходимые преобразования и подстановки, получим

iL′ = (1/L) . [ ( J - iL) R2 - uC] ,

uC′ = (1/C) . [ iL + (E - uC)/R1] ,

i1 = (E - uC)/R1 .

Выразим из полученной системы уравнений искомые коэффициенты матриц связи:



2. Получение коэффициентов матриц А, В, С, D с помощью канонической процедуры. В процессе решения заполняется таблица:

Таблица 2 .3

|  |  |
| --- | --- |
| Реакция | Воздействия |
|  | iL | UC | E | J |
| i′L | -R2/L | -1/L | 0 | R2/L |
| U′C | 1/C | -1/(R1C) | -1/(R1C) | 0 |
| i1 | 0 | -1/R1 | 1/R1 | 0 |

Искомые коэффициенты определяются в результате рассмотрения вспомогательных резистивных цепей (рис 2.8 – 2.11):

а) UJ = -uL = JR2 = R2

iL′ = uL /L , следовательно, iL′ =

= - R2 /L = а11 ;

б) iC = JL = 1 = CUc’, следовательно,

R1

R2

JL=1

uc′ = 1/C = a21 ;

в) i1 = 0 , следовательно, C1 = 0 .

Рис. 2.8

a) uL = - EC = -1 , следовательно,

iL′ = - 1/L = b12 ;

R1

R1

EC=1

б) iC= -EC/R1 = -1/R1 , следовательно,

uC′ = -1/R1C = b22 ;

в) uC = EC = 1, следовательно,

i1 = -EC/R1 = -1/R1 = C2 ;

Рис. 2.9

a) i1 = E/R1 = 1/R1 = d1 ;

б) uL = 0, следовательно, iL′ =0= b11 ;

R1

R2

E=1

в) iC = E/R1 = 1/R1 , следовательно,

b21 = uC′ = 1/R1C .

Рис. 2.10

a) i1=0, следовательно, d2=0 ;

б) iC=0, следовательно,

R1

R2

J=1

uC′=0=b22 ;

в) uL=JR2=R2 , следовательно,

iL′=R2/L , и, b12 = R2/L .

Рис. 2.11

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1989. Гл. 14, 15, 17.

2. Шебес М.Р. и др. Задачник по теории линейных электрических цепей. М.: Высш. Шк., 1990. Гл. 8, 9.

3. Расчет переходных процессов в электрических цепях методом переменных состояния: Метод. указания/ Сост. Б.И. Яхинсон; Перм. политехн. ин-т. Пермь, 1984.