Государственный комитет РФ
по высшему образованию
Пермский государственный
технический университет
Кафедра конструирования
радиоэлектронных средств

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Задание и методические указания
к выполнению курсовой работы по курсу
"Теоретические основы электротехники"
для студентов всех специальностей ЭТФ

Пермь 1996

Составители: А.С.Патрикеев, А.А.Старков

УДК 621.3.011.7

Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами: Задание и метод.указания к выполнению курсовой работы по курсу "Теоретические основы электротехники" для студентов всех спец. ЭТФ/ Сост.: А.С.Патрикеев, А.А.Старков; Перм. гос.техн.ун-т. Пермь, 1996. 26 с.

Рассматриваются классический и операторный методы анализа переходных процессов в линейных цепях второго порядка, а также в линейной цепи первого порядка, включенной на произвольное напряжение.

Табл.2. Ил.8. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент доцент А.А.Рябуха

Целью данной работы является усвоение методов анализа переходных процессов: классического, операторного и метода наложения при разных источниках воздействия.

Курсовая работа выполняется и оформляется индивидуально каждым студентом после прослушивания соответствующего курса лекций и приобретения расчетных навыков на практических занятиях.

ЗАДАНИЕ

Курсовая работа по теоретическим основам электротехники предназначена для углубленного изучения и усвоения важного раздела теории электрических цепей - переходных процессов.

Для анализа и расчета переходного процесса предлагаются две цепи: цепь второго порядка с источниками постоянного напряжения и тока и цепь первого порядка, на которую воздействует источник импульсного сигнала. Предполагается, что до срабатывания коммутатора в цепи второго порядка существовал установившийся режим, а цепь первого порядка имела нулевые начальные условия.

Задача расчета переходного процесса в цепи второго порядка сводится к решению системы дифференциальных уравнений, связывающих в послекоммутационном состоянии цепи заданные воздействия и искомые токи или напряжения исследуемой цепи. Сформулированная задача может быть решена на основе классической теории дифференциальных уравнений (классический метод) и операционного исчисления (операторный метод).

Задача расчета переходного процесса в цепи первого порядка при воздействии импульсного сигнала решается методом наложения. При этом на первом этапе исследуется переходная или импульсная характеристика заданной цепи относительно искомого тока или напряжения, а затем находится искомый параметр по одной из формул Дюамеля.

Содержание задания сводится к следующему:

I. Рассчитать ток или напряжение, обозначенные на схеме цепи, классическим методом. Кратко изложить суть классического метода решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Обосновать начальные условия, которые имеют место в электрических цепях при определении постоянных интегрирования, и способы определения постоянных интегрирования. После этого рассчитать реакцию цепи для схемы, соответствующей варианту задания (прилож. I).

2. Рассчитать реакцию цепи операторным методом. Кратко изложить суть операторного метода расчета переходных процессов. Обосновать необходимость введения фиктивных источников напряжения и полярность их включения. Затем найти реакцию цепи операторным методом.

3. Построить временной график искомой величины.

4. Начертить цепь первого порядка в соответствии с номером варианта (прилож. 2) и форму сигнала, поступающего на вход цепи (прилож. 3). Привести численные значения параметров цепи и сигнала.

Рассмотреть особенности решения переходных процессов в линейных электрических цепях при воздействии на цепь источников напряжения произвольной формы.

Найти значение переходной или импульсной характеристики цепи для рассчитываемого параметра.

Применяя соответствующую формулу Дюамеля, рассчитать реакцию цепи.

5. Построить временной график искомой величины.

В заключении приводится список использованной литературы. Пример оформления титульного листа показан в прилож. 4. Работа подписывается и защищается автором.

ВЫБОР ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ

I. Из прилож.I выбирается вариант расчета цепи второго порядка, соответствующий порядковому номеру, под которым студент записан в групповом журнале. Искомая реакция задается преподавателем индивидуально каждому студенту.

Параметры элементов цепи и источников напряжения и тока определяются следующим образом:

$$L = 2(0{,}1N + 0{,}1M)\ \text{мГ}, \quad C = 5(0{,}1N + 0{,}1M)\ \text{мкФ}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20\,(N+M).$$

$$E_1 = 50\,(N+0{,}1M)\,В, \quad E_2 = 100\,В \quad J = 1\,А,$$

100

где M - сумма цифр варианта;

N = I,7 для АЭП-I, N = I,9 для АЭП-2, N = I,6 для КТЭИ-I, N = I,8 для КТЭИ-2, N = I,I для АСУ-I, N = I,4 для АСУ-2, N = I,3 для АТ-I, N = I,5 для АТ-2, N = I для КРЭС-I, N = I,2 для КРЭС-2.

2. Расчетная цепь первого порядка, форма входного сигнала и исследуемая реакция цепи выбираются из табл.I и прилож. 2 и 3.

Параметры элементов цепи и формы входного сигнала следующие: $R_1 = R_2 = R_3$ = I кОм, C = I мкФ, L = I Гн. U_0 = I0 В, t_1 = = 5 мс; t_2 = I0 мс.

Таблица I

Номер варианта	Рис. схемы (прилож. 2)	Рис.формы сигнала (прилож. 3)	Искомая реакция
I	I	I	i_{R1}
2	I	I	i_L
3	I	I	i_{R2}
4	2	2	i_{R1}
5	2	2	i_L
6	2	2	i_{R3}
7	3	3	i_{R1}
8	3	3	i_C
9	3	3	i_{R2}
I0	4	4	i_{R1}
II	4	4	i_C
I2	4	4	U_C
I3	4	4	i_{R3}
I4	3	5	i_{R1}
I5	3	5	i_C
I6	3	5	U_C
I7	3	5	i_{R2}
I8	I	6	i_{R1}

Окончание табл.I

Номер варианта	Рис. схемы (прилож.2)	Рис.формы сигнала (прилож.3)	Искомая реакция
I9	I	6	i_L
20	I	6	i_{R2}
2I	2	4	i_{R1}
22	2	4	i_L
23	2	4	i_{R3}
24	3	4	U_C
25	I	I	i_{R2}
26	I	I	i_{R1}
27	I	2	i_L
28	2	2	i_{R2}
29	2	3	i_{R1}
30	2	5	i_{R1}
3I	3	3.	i_{R2}
32	3	2	i_{R2}
33	3	I	i_{R1}
34	4	6	i_{R1}
35	4	I	i_{R1}
36	4	I	i_{R2}
37	4	5	i_C
38	3	6	i_C
39	3	5	i_{R2}
40	3	6	i_{R2}
4I	3	6	U_C
42	I	6	U_L
43	I	5	i_L
44	I	4	i_{R2}
45	2	4	i_{R3}
46	2	6	i_{R1}
47	2	3	i_{R3}
48	3	I	U_C
49	3	I	i_{R2}
50	3	4	U_C

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ

К п.I. Последовательность расчета переходного процесса в цепи второго порядка:

I. Расчет докоммутационного установившегося режима с целью получения независимых начальных условий:

$$i_L(0-)=i_L(0+)\,,\quad U_C(0-)\,,\quad U_C(0+).$$

2. Расчет послекоммутационного установившегося режима с целью получения принужденных составляющих переходного процесса.

3. Составление характеристического уравнения и определение его корней с целью получения свободных составляющих переходного процесса.

4. Представление искомого тока или напряжения в виде суммы принужденной составляющей и свободной составляющей, выраженной через постоянные интегрирования в общем виде.

5. Расчет необходимых начальных значений искомой величины по уравнениям Кирхгофа и независимым начальным значениям.

6. Определение постоянных интегрирования.

7. Запись окончательного результата искомого тока или напряжения.

К п.2. Расчет переходного процесса операторным методом следует начать с составления эквивалентной операторной схемы. Для этого вместо индуктивностей и емкостей необходимо ввести их операторные сопротивления pL и $\frac{1}{pC}$, заменить заданные источники напряжения и тока их изображениями, а в случае ненулевых независимых начальных условий включить в ветви с индуктивностями и емкостями дополнительные внутренние источники напряжения с ЭДС, равными $L\cdot i_L(0)$ и $\frac{U_C(0)}{p}$ соответственно. При этом знак этих ЭДС указывает на совпадение или несовпадение ЭДС с положительным направлением тока в ветви.

К п.4. Расчет переходной характеристики $h(t)$ относительно обозначенной на схеме реакции цепи сводится к решению задачи переходного процесса для этой величины при включении заданной цепи на постоянное напряжение в виде единичной ступенчатой функции $\ell(t)$. Эта задача решается классическим или операторным методом.

Импульсную характеристику $k(t)$ определяют по известному соотношению

$$k(t) = \frac{d}{dt} h(t),$$

После определения переходной и импульсной характеристик решается задача определения искомой реакции цепи при воздействии сигнала заданной формы. Для этого применяется одна из формул Дюамеля с учетом особенностей формы входного сигнала в разные интервалы времени.

ПРИМЕР I. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка (рис.I) классическим методом.

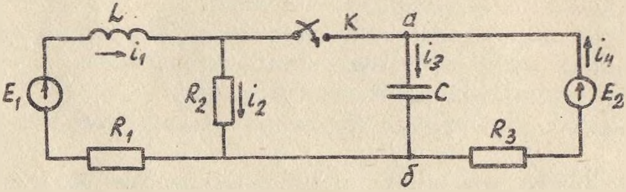

Рис.I

Параметры цепи: R_1 = I5 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 30 Ом, L = = I мкГ, C = I нФ, E_1 = 5 В, E_2 = I0 В.

Рассчитать ток $i_2(t)$ после срабатывания коммутатора.

Последовательность расчета:

I. Расчет докоммутационного установившегося режима. При отключенном рубильнике

$$i_L(0-) = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{5}{35} = 0{,}14\ A,$$

$$U_C(0-) = E_2 = 10\text{В}.$$

2. Расчет принужденной составляющей тока $i_{2пр}$. При постоянных источниках напряжения эквивалентная схема для расчета тока $i_{1пр}$ будет иметь вид рис. 2.

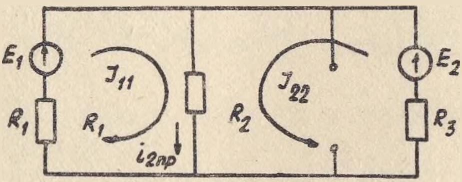

Рис.2

Решаем задачу методом контурных токов:

$$J_{11}(R_1+R_2)+J_{22}R_2=E_1$$

$$J_{11}R_2+J_{22}(R_2+R_3)=E_2 .$$

После подстановки числовых значений и решения системы уравнений получим J_{11} =0,04 А. J_{22} = 0,19 А.

Принужденная составляющая тока

$$i_{2пр}=J_{11}+J_{22}=0{,}23А .$$

3. Расчет свободной составляющей тока $i_{22св}$ (рис.3).

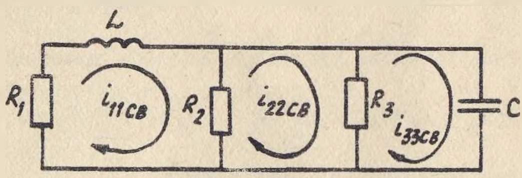

Рис.3

Составляем систему дифференциальных уравнений по методу контурных токов:

$$L\frac{di_{11св}}{dt}+i_{11св}(R_1+R_2)-i_{22св}R_2=0,$$

$$i_{22св}(R_2+R_3)-i_{11св}R_2-i_{33св}R_3=0,$$

$$i_{33св}R_3+\frac{1}{C}\int i_{33св}dt-i_{22св}R_3=0.$$

После алгебраизации уравнений имеем

$$i_{11св}(PL+R_1+R_2)-i_{22св}R_2=0,$$

$$-i_{11св}R_2+i_{22св}(R_2+R_3)-i_{33св}R_3=0,$$

$$-i_{22св}R_3+i_{33св}\left(R_3+\frac{1}{PC}\right)=0.$$

Для определения корней характеристического уравнения составим определитель полученной алгебраической системы и приравняем ее к нулю:

$$\Delta=\begin{vmatrix} PL+R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3+\frac{1}{PC} \end{vmatrix}=0.$$

Решив определитель, получим характеристическое уравнение

$$P^2LCR_2R_3+P(LR_2+LR_3+R_1R_2R_3C)+R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3=0. \qquad (\mathrm{I})$$

После подстановки числовых значений получим

$$6\cdot 10^{-13}P^2+5{,}9\cdot 10^{-5}P+1350=0.$$

Решив это уравнение, получим значение корней

$$P_1=-36\cdot 10^6\,\frac{1}{c}\;;\quad P_2=-62\cdot 10^6\,\frac{1}{c}$$

Для проверки найдем значения корней характеристического уравнения методом входного сопротивления $Z_{вх}(P)$. Если в схеме для свободных составляющих (см. рис.3) разомкнуть ветвь между R_2 и

R_3, то входное сопротивление $Z_{вх}(P)$ относительно разомкнутых зажимов будет иметь вид

$$Z_{вх}(P) = \frac{(R_1 + PL)R_2}{R_1 + PL + R_2} + \frac{R_3 \frac{1}{PC}}{R_3 + \frac{1}{PC}}$$

Приравняв это выражение к нулю, получим характеристическое уравнение, совпадающее с (1). Следовательно, после подстановки числовых значений получим такое же значение корней.

При полученных вещественных корнях характеристического уравнения свободная составляющая тока

$$i_{2св} = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}.$$

4. Полное решение для тока i_2 после коммутации запишется в виде

$$i_2 = i_{2пр} + i_{2св} = 0{,}23 + A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}. \qquad (2)$$

5. Определим постоянные интегрирования A_1 и A_2, используя законы коммутации и уравнения Кирхгофа при $t = 0$

$$i_2(0) = 0{,}23 + A_1 + A_2. \qquad (3)$$

Дифференцируя уравнение (2) и подставляя $t = 0$, получим второе уравнение для определения постоянных интегрирования

$$i_2'(0) = P_1 A_1 + P_2 A_2. \qquad (4)$$

Ток $i_2(0)$ определится из уравнения

$$i_2(0) R_2 - U_C(0) = 0. \qquad (5)$$

Так как $U_C(0)$ подчиняется второму закону коммутации $U_C(0-) = U_C(0+)$ и его значение известно из п.1, то

$$i_2(0) = \frac{U_C(0)}{R_2} = \frac{10}{20} = 0{,}5A.$$

Для определения $i_2'(0)$ продифференцируем уравнение (5):

$$i_2'(0)R_2 - U_C'(0)=0, \qquad (6)$$

но

$$U_C'(0)=\frac{i_C(0)}{C}=\frac{i_3(0)}{C}. \qquad (7)$$

Ток $i_3(0)$ можно определить из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла a (см. рис.I):

$$i_1(0)-i_2(0)-i_3(0)+i_4(0)=0. \qquad (8)$$

В этом уравнении ток $i_1(0)$ подчиняется первому закону коммутации и известен из п.I, а ток $i_2(0)$ определен выше.

Для определения тока $i_3(0)$ составим уравнение

$$i_4(0)R_3+U_C(0)=E_2,$$

откуда

$$i_4(0)=\frac{E_2-U_C(0)}{R_3}=0.$$

Таким образом, из (8) находим

$$i_3(0)=i_1(0)-i_2(0)=0{,}14-0{,}5=-0{,}36A,$$

а из (7) определяем

$$U_C'(0)\frac{-0{,}36}{10^{-9}}=-0{,}36\cdot 10^9,\ B/c.$$

Подставляя это значение в (6), находим

$$i_2'(0)=\frac{U_C'(0)}{R_2}=\frac{-0{,}36\cdot 10^9}{20}=-18\cdot 10^6\ A/c.$$

После этого левые части уравнений (3) и (4) будут известны. Решая их, найдем

$$A_1=-0{,}024\ A;\ A_3=0{,}3\ A.$$

6. Окончательное решение переходного процесса для тока i_2 будет иметь вид:

$$i_2 = 0{,}22 - 0{,}024e^{-36\cdot 10^6 t} + 0{,}3e^{-62\cdot 10^6 t}$$

ПРИМЕР 2. Решение переходного процесса в цепи второго порядка операторным методом.

Определить ток i_2 в цепи (см. рис.I) операторным методом.

Р е ш е н и е.

I. Используя докоммутационные независимые начальные условия, полученные при расчете классическим методом, составим эквивалентную операторную схему (рис.4).

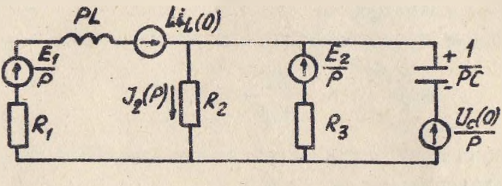

Рис.4

В операторной схеме фиктивные ЭДС

$$Li_L(0) = \frac{L\cdot E_1}{R_1+R_2} = \frac{5L}{35}, \quad \frac{U_C(0)}{p} = \frac{10}{p}.$$

Определим ток $J_2(p)$ методом двух узлов:

$$U_{12}(p) = \frac{\left(\frac{E_1}{p} + Li_L(0)\right)\cdot\frac{1}{R_1+pL} + \frac{U_C(0)}{p}pC + \frac{E_2}{p}\cdot\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1+pL} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + pC};$$

$$J_2(p) = \frac{U_{12}(p)}{R_2} = \frac{\left(\frac{E_1}{p} + Li_L(0)\right)\frac{1}{R_1} + pL + \frac{U_C(0)}{p}\cdot pC + \frac{E_2}{p}\cdot\frac{1}{R_3}}{\frac{R_2}{R_1+pL} + \frac{R_2}{R_2} + \frac{R_2}{R_3} + R_2pC}$$

После преобразований получим

$$\mathcal{J}_2(p)=\frac{p^2LCR_3U_c(0)+p\left[Li_L(0)R_3+U_c(0)R_1R_3C+E_2L\right]+R_3E_1+R_1E_2}{p\left[p^2LCR_2R_3+p(R_1R_2R_3C+R_2L+R_3L)+R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3\right]}=$$

$$=\frac{F_1(p)}{pF_3(p)}.$$

Применяя теорему разложения

$$\frac{F_1(p)}{pF_3(p)}=i_2(t)=\frac{F_1(0)}{F_3(0)}+\frac{F_1(p_1)}{p_1F_3'(p_1)}e^{p_1t}+\frac{F_2(p_2)}{p_2F_3'(p_2)}e^{p_2t},$$

получим оригинал тока $i_2(t)$.

Выполнив отдельные преобразования, получим

$$\frac{F_1(0)}{F_3(0)}=\frac{300}{1350}=0{,}22\,A.$$

Это значение совпадает с принужденной составляющей тока i_2, определенной классическим методом.

Корни p_1 и p_2 определим из уравнения $F_3(p)=0$. Подставляя числовые значения в это уравнение, получим

$$6\cdot 10^{-13}p^2+5{,}9\cdot 10^{-5}p+1350=0,$$

откуда

$$p_1=-36\cdot 10^6\ 1/c\ ,\quad p_2=-62\cdot 10^6\ 1/c\ .$$

Подставляя значение корней в функции $F_1(p)$, $F_3(p)$ и $F_3'(p)$, получим

$$F_3'=1{,}2\cdot 10^{-12}p+5{,}9\cdot 10^{-5},$$

$$F_3'(p_1)=1{,}55\cdot 10^{-5};\quad F_3'(p_2)=-1{,}55\cdot 10^{-5},$$

$$F_1(p_1)=12{,}66;\quad F_1(p_2)=289{,}5.$$

$$i_2(t)=0{,}22+\frac{12{,}66}{-36\cdot 10^6\cdot 1{,}55\cdot 10^{-5}}e^{-36\cdot 10^6t}+\frac{289{,}5}{-62\cdot 10^6(-1{,}55\cdot 10^{-5})}e^{62\cdot 10^6t}=$$

$$= 0,22 - 0,024 e^{-36 \cdot 10^{6} t} + 0,3 e^{-62 \cdot 10^{6} t}$$

Это выражение совпадает с результатом определения тока $i_2(t)$ классическим методом.

Задаваясь значениями времени, получим значения экспонент для построения графика. Сведем эти данные в табл.2 и с учетом их построим график (рис.5).

Таблица 2

$t \cdot 10^{-8}$, c	$-0,024 e^{p_1 t}$, A	$0,3 e^{p_2 t}$, A	$i_2(t)$, A
0	-0,024	0,3	0,5
2	-0,012	0,087	0,3
4	-0,006	0,025	0,24
8	-0,001	0,002	0,22

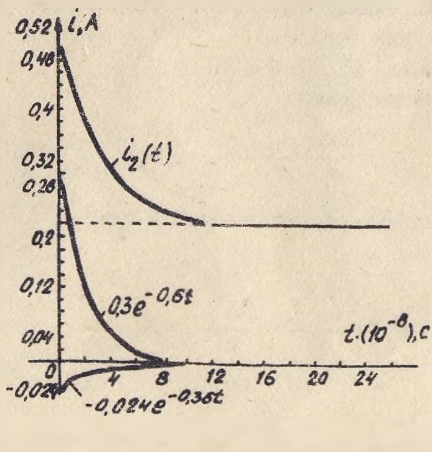

Рис.5

ПРИМЕР 3. Расчет переходного процесса в цепи первого порядка при воздействии входного напряжения заданной формы.

Пусть задана цепь (рис.6), на которую воздействует входное напряжение в виде импульса, показанного на рис.7.

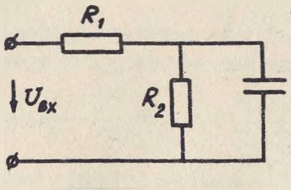

Рис.6

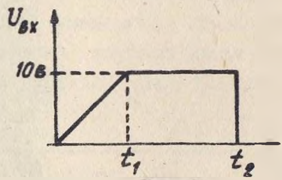

Рис.7

Параметры цепи: $R_1 = R_2 = 2$ кОм, C = I мкФ. Параметры входного сигнала (см. рис.7): U = I0 В, t_1 = I0 мс, t_2 = 20 мс.

Найти закон изменения напряжения на емкости во времени.

Р е ш е н и е.

I. Определим переходную характеристику цепи для напряжения на емкости $h_{uu}(t)$. Расчет переходной характеристики $h_{uu}(t)$ сводится к определению напряжения на емкости при подключении к заданной цепи источника постоянного напряжения I В. Решим эту задачу классическим методом.

До коммутации $U_C(0-) = 0$.

В принужденном режиме

$$U_{Cпр} = \frac{1}{R_1+R_2} \cdot R_2 = 0{,}5В ,$$

Составим характеристическое уравнение

$$Z(P) = R_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{PC}}{R_2 + \frac{1}{PC}} = 0,$$

откуда найдем корень характеристического уравнения

$$p_1 = -\frac{1}{R_э C} = -10^3,\ 1/c,$$

где

$$R_э = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Свободная составляющая $U_{ccв} = Ae^{-10^3 t}$.

Полное решение для напряжения $U_c(t)$:

$$U_c = U_{cпр} + U_{ccв} = 0{,}5 + Ae^{-10^3 t},$$

При $t = 0$ определим постоянную интегрирования $U_C(0) = 0{,}5 + A$. По второму закону коммутации

$$U_c(0-) = U_c(0+) = 0,$$

откуда $A = -0{,}5$ В.

Таким образом, переходная характеристика

$$h_{uu}(t) = 0{,}5 - 0{,}5e^{-10^3 t},\ \text{В}.$$

2. Определим напряжение на емкости при воздействии заданного сигнала с учетом особенностей изменения этого сигнала на разных интервалах времени.

На интервале $0 < t < t_1$ применим формулу Дюамеля

$$U_c(t) = U(0)h_{uu}(t) + \int_0^t U_1'(\tau)h(t-\tau)d\tau.$$

В этой формуле для нашего примера $U(0) = 0$, а $U_1'(\tau)$ определяется как производная линейной функции на участке от $t = 0$ до $t = t_1$.

Из рис.5 определим производную

$$tg\alpha = \frac{U_{вх}(t_1)}{t_1} = \frac{10}{10^{-3}} = 10^4\ В/с.$$

Подставляя полученные значения в формулу Дюамеля, получим

$$U_c(t) = \int_0^t 10^4(0{,}5 - 0{,}5e^{-10^3(t-\tau)})d\tau.$$

После интегрирования имеем

$$U_c(t) = 5\cdot 10^3 \tau \Big|_0^t - 5\cdot 10^3 \int_0^t e^{-10^3 t} e^{10^3 \tau} d\tau =$$

$$= 5\cdot 10^3 t - 5\cdot 10^3 e^{-10^3 t} \frac{1}{10^3} e^{10^3 \tau}\Big|_0^t =$$

$$= 5\cdot 10^3 t - 5\cdot e^{-10^3 t}\left(e^{10^3 t} - 1\right) = 5\cdot 10^3 t - 5 + 5e^{-10^3 t}$$

Подставляя значения времени в интервале от нуля до $t = t_1$, получим значения напряжения $U_c(t)$ в этом интервале:

t_1, мс	0	2	4	6	8	I0
U_{c_1}, В	0	0,09	0,35	0,74	I,25	I,84

Определим $U_c(t)$ на втором интервале $t_1 \leq t < t_2$:

$$U_c(t) = U(0)h_{uu}(t) + \int_0^{t_1} U_1'(\tau) h_{uu}(t-\tau)d\tau + \int_{t_1}^{t} U_2'(\tau) h_{uu}(t-\tau)d\tau.$$

В этой формуле $U(0) = 0$, а так как на участке от t_1 до t_2 функция $U_2(t)$ постоянна, то и $U_2'(\tau) = 0$. В результате получим

$$U_c(t) = \int_0^{10^{-3}} 10^4 \left(0{,}5 - 0{,}5e^{-10^3(t-\tau)}\right) d\tau.$$

После интегрирования и подстановки пределов имеем

$$U_c = 5 - 8{,}6e^{-10^3 t}, \text{ В.}$$

Задаваясь значениями времени в интервале от t_1 до t_2, получим значение напряжения на емкости в этом интервале:

t_1, мс	I0	I2	I4	I6	I8	20
U_{c_1}, В	I,84	2,4I	2,88	3,24	3,58	3,83

При $t = t_2$ входное напряжение делает скачок вниз до нуля. После этого цепь продолжает оставаться подключенной к источнику напряжения с внутренним сопротивлением, равным нулю. Следовательно, конденсатор будет разряжаться через замкнутую цепь, представляющую собой параллельно включенные резисторы R_1 и R_2. Формула Дюамеля для этого участка при $t_2 < t < \infty$ в общем случае будет иметь вид

$$U_c(t) = U_1(0)\,h_{uu}(t) + \int_0^{t_1} U_1'(\tau)\,h_{uu}(t-\tau)\,d\tau +$$
$$+ \int_{t_1}^{t_2} U_2'(\tau)\,h_{uu}(t-\tau)\,d\tau - U_2(t_2)\,h_{uu}(t-t_2).$$

Но, так как $U_1(0) = 0$ и $U_2'(\tau) = 0$, то

$$U_c(t) = \int_0^{t_1} 10^4 \left(0{,}5 - 0{,}5e^{-10^3(t-\tau)}\right) d\tau - 10\left(0{,}5 - 0{,}5e^{-10^3(t-t_2)}\right).$$

После интегрирования и преобразований получим

$$U_c = 28{,}3\,e^{-10^3 t}.$$

Полученное выражение показывает разряд конденсатора через параллельно включенные резисторы R_1 и R_2. Действительно, постоянная цепи при этом

$$\tau = R_э C = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C = 10^{-3}\ c,$$

а значение напряжения при $t = t_2$ было равно 3,83.
Это совпадает со значением напряжения в начале третьего интервала ($t = t_2$):

$$U_c(t_2) = 28{,}3 \cdot e^{-10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3{,}83\,B.$$

Таким образом, $U_c = U_c(t_2)\,e^{\frac{t}{\tau}} = 3{,}83 \cdot e^{-10^3 t}$, при этом $t \geq 2 \cdot 10^{-3}$ с. Подставляя численные значения, получим величину напряжения на емкости для всех значений $t > t_2$:

t_1, мс	20	22	24	26	28	30	40
U_{c1}, В	3,83	3,14	2,57	2,1	1,72	1,4	0,5

Графики изменения $U_{вх}(t)$ и $U_c(t)$ показаны на рис.5.

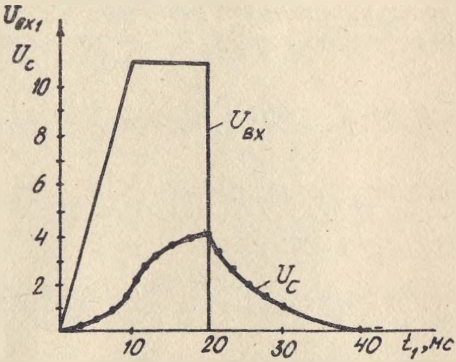

Рис.8

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Основы теории цепей: Учебник для вузов/ Г.В.Зевеке и др. М.: Энергоатомиздат, 1989. 528 с.
2. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории электрических цепей. М.: Высшая школа, 1990. 544 с.
3. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. М.: Энергия, 1970. 592 с.
4. Мордкович А.Г., Солодовников А.С. Математический анализ. М.: Высшая школа, 1990. 416 с.

Приложение 1

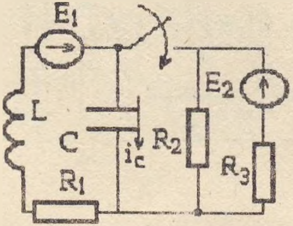

Рис. 1

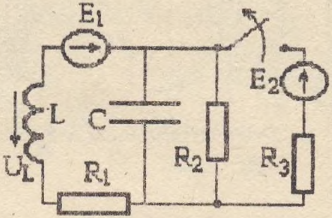

Рис. 2

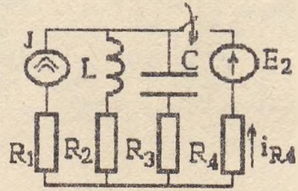

Рис. 3

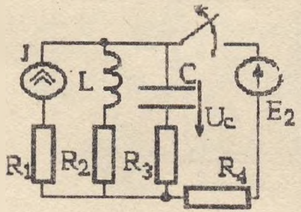

Рис. 4

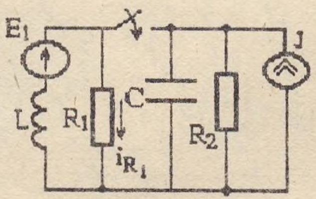

Рис. 5

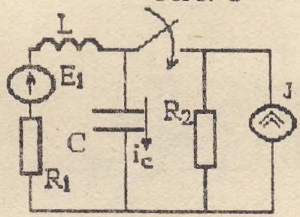

Рис. 6

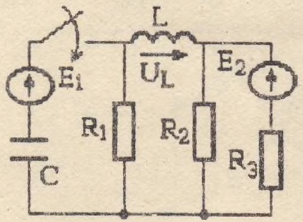

Рис. 7

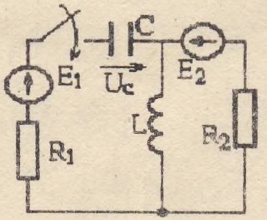

Рис. 8

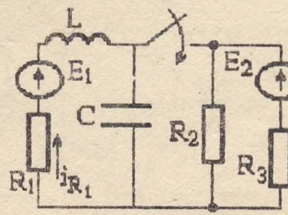

Рис. 9

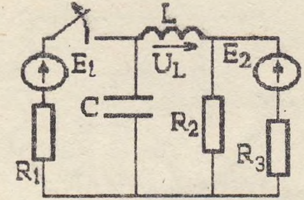

Рис. 10

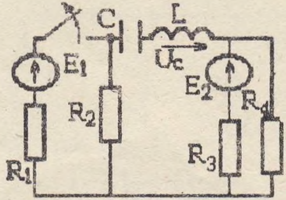

Рис. 11

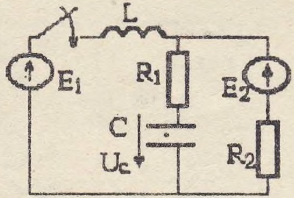

Рис. 12

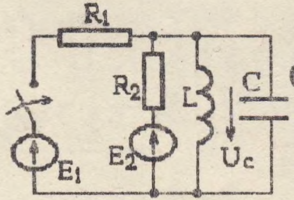

Рис. 13

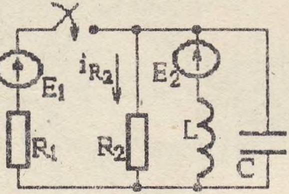

Рис. 14

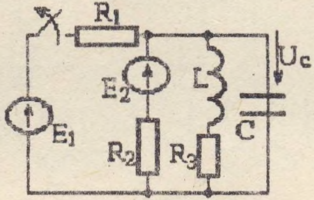

Рис. 15

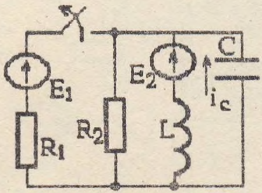

Рис. 16

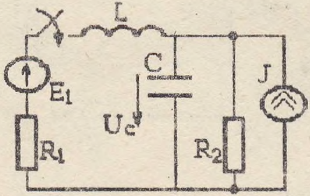

Рис. 17

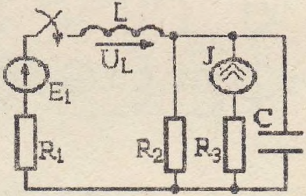

Рис. 18

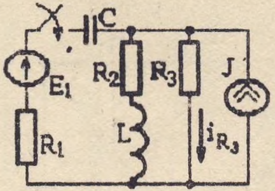

Рис. 19

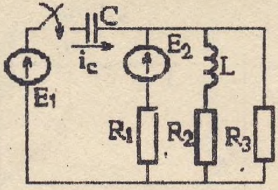

Рис. 20

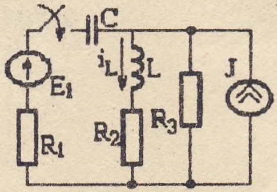

Рис. 21

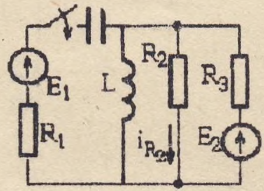

Рис. 22

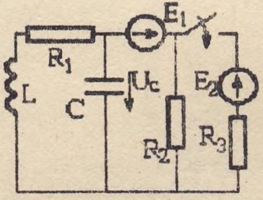

Рис. 23

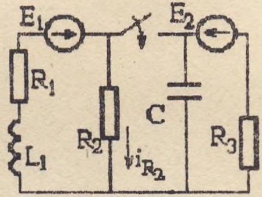

Рис. 24

Приложение 2

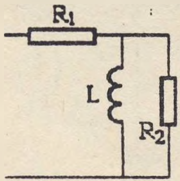

Рис. 1

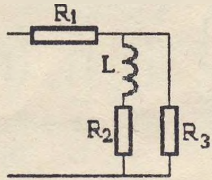

Рис. 2

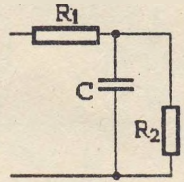

Рис. 3

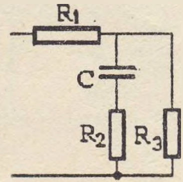

Рис. 4

Приложение 3

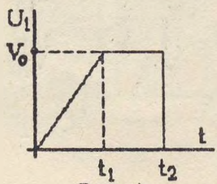

Рис. 1

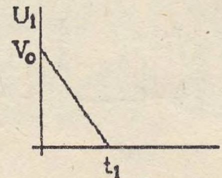

Рис. 2

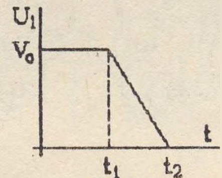

Рис. 3

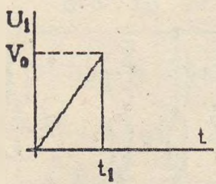

Рис. 4

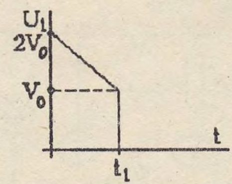

Рис. 5

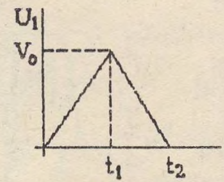

Рис. 6

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Пермский государственный технический университет
Кафедра конструирования радиоэлектронных средств

Группа ________________

К У Р С О В А Я   Р А Б О Т А

Тема: Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами

Студент ________________ ________________
(подпись, дата) (инициалы, фамилия)

Руководитель работы
должность ________________ ________________
(подпись, дата) (инициалы, фамилия)

Работа защищена ________________ ________________
(дата) (инициалы, фамилия)

Члены комиссии

________________ ________________
(подпись, дата) (инициалы, фамилия)

Пермь 1996