

## Задача 2

Рассчитать и построить цепочечные и мостовой фильтры.

Исходные данные

Цепочечный фильтр **НЧ**      Мостовой фильтр **ВЧ**

Номинальное характеристическое сопротивление

цепочечного фильтра  $R_1 = 1.4$  кОм;

мостового фильтра  $R_2 = 0.6$  кОм.

Предельная частота

цепочечного фильтра  $f_{c1} = 0.9$  кГц;

мостового фильтра  $f_{c2} = 16$  кГц.

Отношение частот среза и бесконечно большого затухания

$$\frac{f_c}{f_\infty} \text{ или } \frac{f_\infty}{f_c} = 1,4$$

В задаче требуется выполнить следующее:

начертить возможные схемы заданных цепочечных фильтров типов  $k$ - и  $m$   $\Gamma$ -образного полузвена,  $\Pi$ - и  $T$ -образных звеньев, схему мостового фильтра; рассчитать частотные характеристики затухания и сопротивления фильтров в полосе пропускания и задерживания, а также построить по данным расчета графики; проанализировать полученные характеристики и отметить их особенности для различных фильтров;

написать выражения для определения частот среза (полосы пропускания) цепочечных и мостового фильтров и пояснить, как ими пользоваться на практике.

1) Схемы фильтров. *См файл схем фильтров*

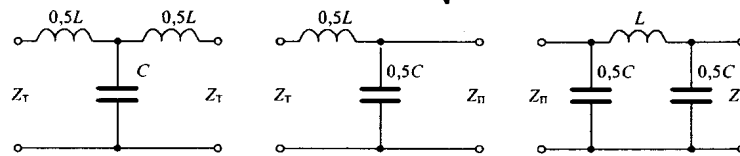


Рис. 1. Фильтр нижних частот типа  $k$ .

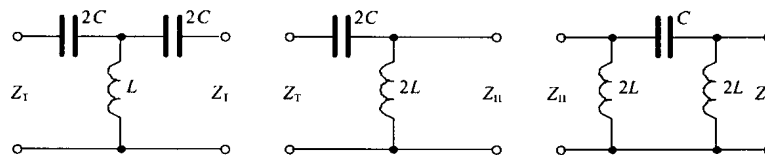


Рис. 2. Фильтр верхних частот типа  $k$ .

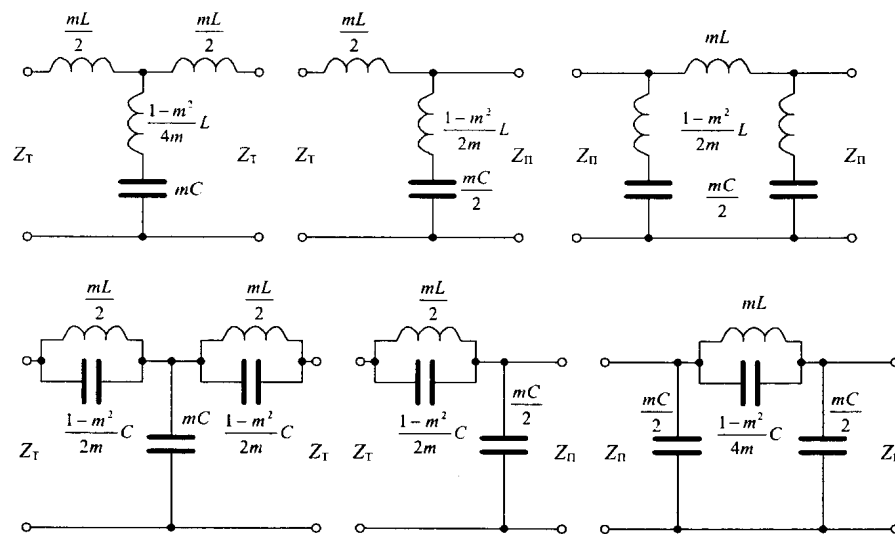


Рис. 3. Фильтр нижних частот типа  $m$ .

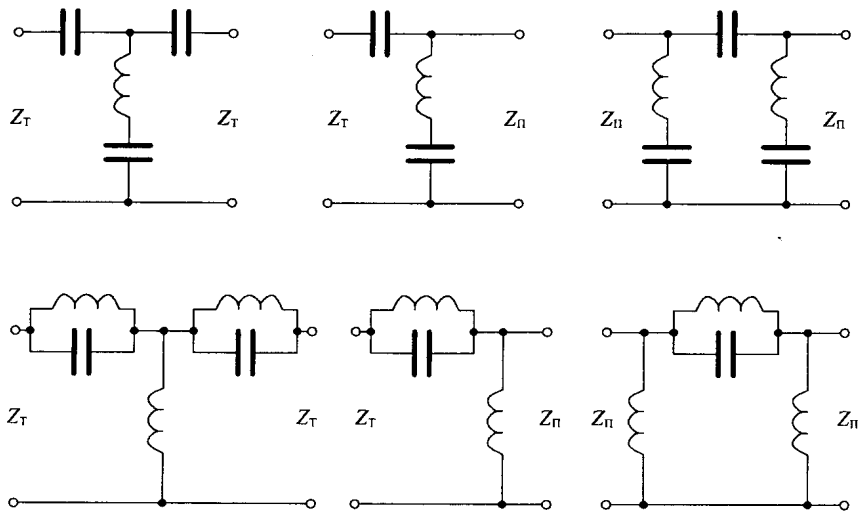


Рис. 4. Фильтр верхних частот типа *m*.

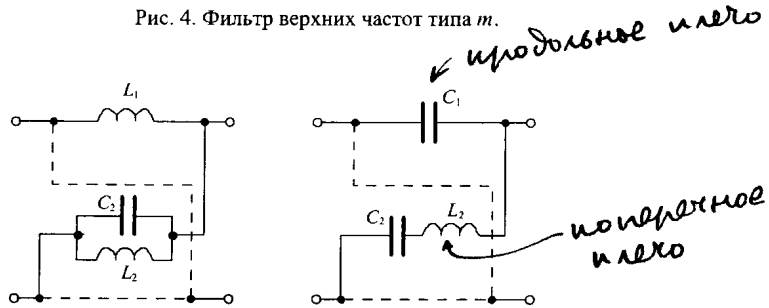


Рис. 5. Мостовой фильтр а) нижних частот б) верхних частот.

общие сведения Характеристическое сопротивление реактивного фильтра в полосе пропускания активное, а в полосе задерживания - реактивное.

ФНЧ - фильтрует низкие частоты, т.е. пропускает (!) низкие частоты. На этих частотах он имеет активное входное сопротивление. (на остальных частотах - верхних - реактивное).

ФВЧ - наоборот.

(31)

2) Рассчитаем частотные характеристики затухания и сопротивления фильтров в полосе пропускания и задерживания, а также построим по данным расчета графики

ФНЧ типа *k* (рис. 1).

Частотные характеристики сопротивления.

$$Z_T = R\sqrt{1-\Omega^2} \quad \text{где } R_I = 1,4 \text{ кОм; } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad f_{cI} = 0,9 \text{ кГц}$$

$f, \text{ кГц}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
$Z_T, \text{ кОм}$	1,40	1,36	1,25	1,04	0,64	0,68	1,23	1,67	2,06	2,42

$Z_T, \text{ кОм}$

активное

$f_c$

*j*-реактивное

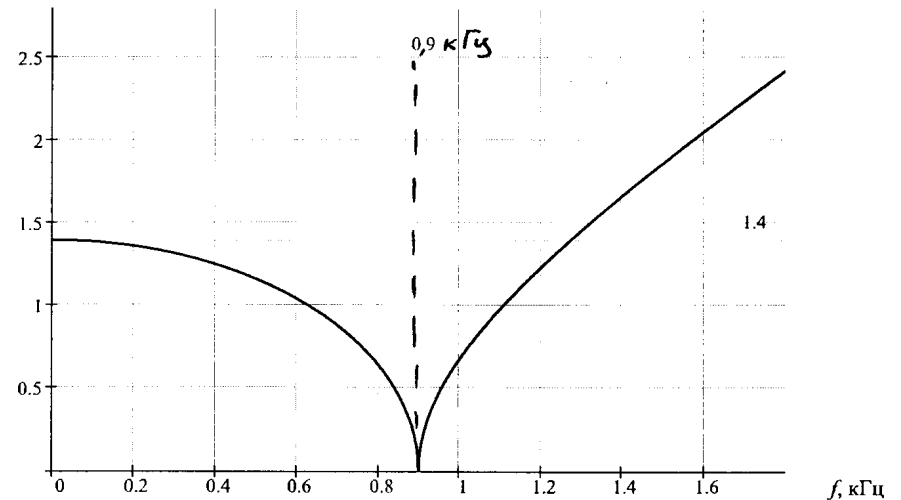


Рис. 6. Частотная характеристика сопротивления Т-фильтра

Расчет где  $f = 0,6 \text{ кГц}$  ( $\Omega = \frac{f}{f_c} = \frac{0,6}{0,9}$ )

$$Z_T = R\sqrt{1-\Omega^2} = 1,4\sqrt{1-\left(\frac{0,6}{0,9}\right)^2} = 1,043 \text{ кОм (акт)}$$

$$f = 1,2 \text{ кГц}$$

$$Z_T = R\sqrt{1-\Omega^2} = 1,4\sqrt{1-\left(\frac{1,2}{0,9}\right)^2} = 1,235j \text{ кОм (реакт)}$$

(32)

$$Z_{II} = \frac{R}{\sqrt{1-\Omega^2}}, \text{ где } R_I = 1,4 \text{ кОм; } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad f_{cl} = 0,9 \text{ кГц}$$

$f, \text{ кГц}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
$Z_{II}, \text{ кОм}$	1,40	1,44	1,56	1,88	3,06	-2,89	-1,59	-1,17	-0,95	-0,81

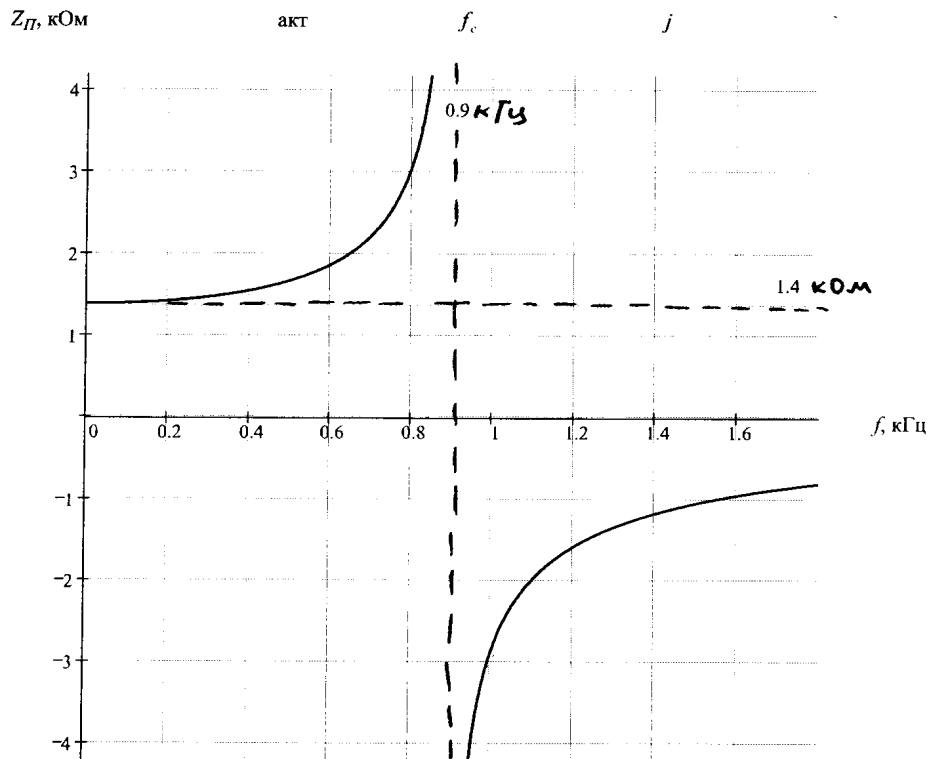


Рис. 7. Частотная характеристика сопротивления  $\Pi$ -фильтра

Расчет для  $f = 0,6 \text{ кГц}$ :

$$Z_{II} = \frac{R}{\sqrt{1-\Omega^2}} = \frac{1,4}{\sqrt{1-\left(\frac{0,6}{0,9}\right)^2}} = 1,878 \text{ кОм (активное)}$$

$f = 1,2 \text{ кГц}$ :

$$Z_{II} = \frac{R}{\sqrt{1-\Omega^2}} = \frac{1,4}{\sqrt{1-\left(\frac{1,2}{0,9}\right)^2}} = -j 1,587 \text{ кОм (реактивное)}$$

-33-

Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе пропускания ( $f < f_c$ )  $a = 0$ ,

Затухание в полосе задерживания ( $f > f_c$ )  $\text{ch}\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{f}{f_c}$ .

$$a_T = a_{II} = \begin{cases} 0 & \text{при } f \leq f_{cl} \\ 2 \text{arcch}\left(\frac{f}{f_{cl}}\right) & \text{при } f > f_{cl} \end{cases} \quad a_T = \begin{cases} 0 & \text{при } f \leq f_{cl} \\ \text{arcch}\left(\frac{f}{f_{cl}}\right) & \text{при } f > f_{cl} \end{cases} \quad \text{где } f_{cl} = 0,9 \text{ кГц}$$

$f, \text{ кГц}$	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,8
$a_T, a_{II}, \text{ Нп}$	0,00	0,93	1,31	1,59	1,82	2,02	2,20	2,36	2,50	2,63	2,50
$a_T, \text{ Нп}$	0,00	0,47	0,65	0,80	0,91	1,01	1,10	1,18	1,25	1,32	0,00

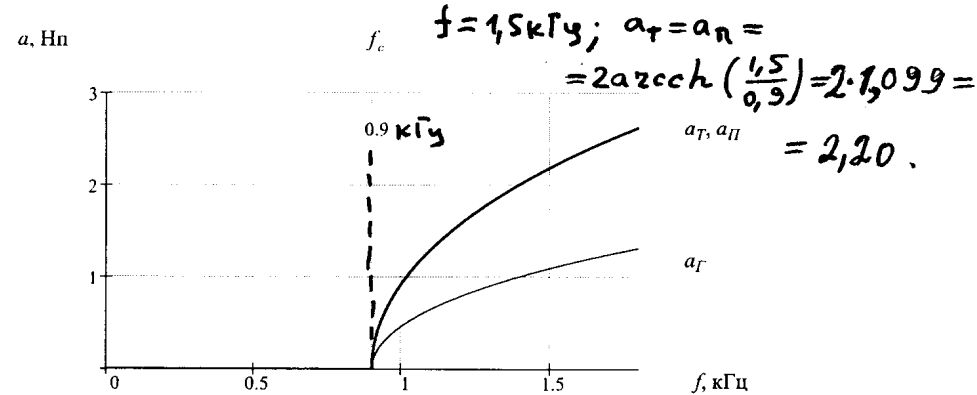


Рис. 8. Частотная характеристика затухания.

Характеристические сопротивления звеньев очень сильно изменяются с частотой. В полосе пропускания характеристические сопротивления активны. В полосе задерживания они становятся реактивными, поэтому невозможно подобрать нагрузочное сопротивление так, чтобы во всей полосе рабочих частот оно было равно характеристическому сопротивлению.

В полосе частот от нуля до частоты, равной половине частоты среза, характеристическое сопротивление меняется не очень сильно:

для  $T$ -образного звена оно изменяется от  $R$  до  $0,865R$ ,  
для  $\Pi$ -образного от  $R$  до  $1,16R$ .

Поэтому нагрузочное сопротивление для  $T$ -образного звена надо брать несколько меньше  $R$ , а для  $\Pi$ -образного звена несколько больше.

\* arcch - арккосинус гиперболический

ФНЧ типа  $m$  Г-образного полузвена (рис. 3).

Частотные характеристики сопротивления.

$$Z_{Tm} = \frac{R \cdot \Omega_\infty^2 \cdot \sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega_\infty^2 - \Omega^2} \quad \text{где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad \Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 1.4; \quad f_{c1} = 0.9 \text{ кГц}; \quad R_1 = 1.4 \text{ кОм}$$

$f, \text{кГц}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
$Z_T, \text{кОм}$	1,40	1,40	1,39	1,35	1,07	1,83	13,28	-7,11	-3,36	-2,33

$Z_{Tm}, \text{кОм}$       акт       $f_c$      $j$      $f_\infty$      $j$

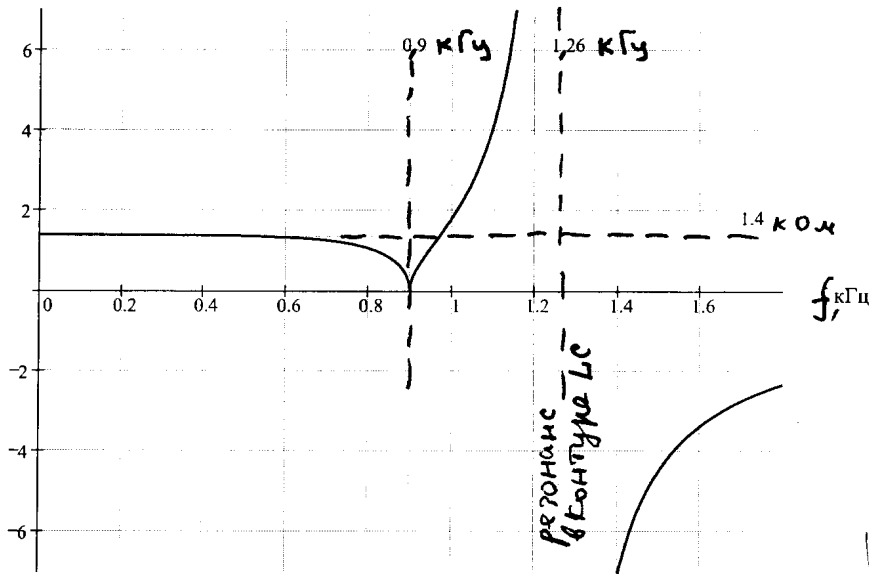


Рис. 9. Частотная характеристика сопротивления  $Z_{Tm}$  фильтра типа  $m$  Г-образного полузвена.

$$f = 0,6 \text{ кГц}: Z_{Tm} = \frac{R \cdot \Omega_\infty^2 \sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega_\infty^2 - \Omega^2} = \frac{1,4 \cdot 1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{0,6}{0,9}\right)^2}}{1,4^2 - \left(\frac{0,6}{0,9}\right)^2} = 1,35 \text{ кОм}; \quad (\text{акт})$$

$$f = 1 \text{ кГц}: Z_{Tm} = \frac{R \cdot \Omega_\infty^2 \sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega_\infty^2 - \Omega^2} = \frac{1,4 \cdot 1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{0,9}\right)^2}}{1,4^2 - 1} = +j1,83 \text{ кОм}; \quad (\text{реакт})$$

$$f = 1,6 \text{ кГц}; Z_{Tm} = \frac{R \cdot \Omega_\infty^2 \sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega_\infty^2 - \Omega^2} = \frac{1,4 \cdot 1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{1,6}{0,9}\right)^2}}{1,4^2 - \left(\frac{1,6}{0,9}\right)^2} = -j3,36 \text{ кОм}. \quad (\text{реакт})$$

$$Z_{Пm} = \frac{R(\Omega_\infty^2 - \Omega^2)}{\Omega_\infty^2 \cdot \sqrt{1 - \Omega^2}} \quad \text{где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad \Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 1.4; \quad f_{c1} = 0.9 \text{ кГц}; \quad R_1 = 1.4 \text{ кОм}$$

$f, \text{кГц}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
$Z_{Пm}, \text{кОм}$	1,40	1,40	1,41	1,45	1,82	-1,07	-0,15	0,28	0,58	0,84

$Z_{Пm}, \text{кОм}$       акт       $f_c$      $j$      $f_\infty$      $j$

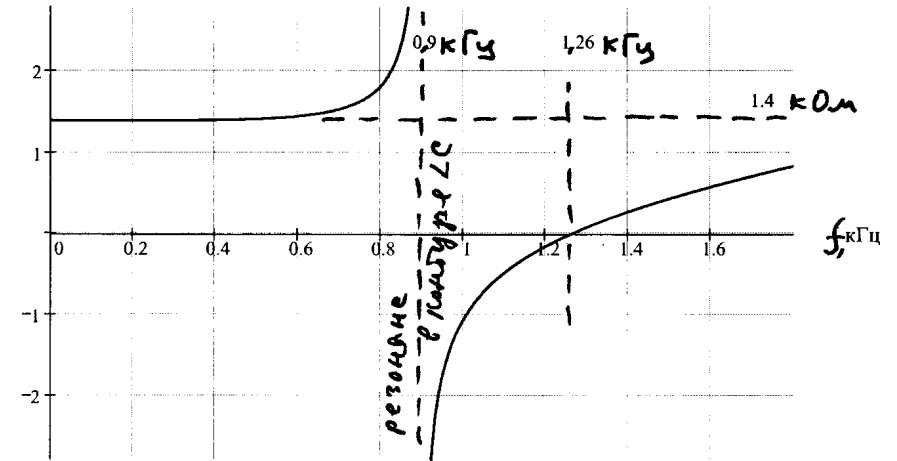


Рис. 10. Частотная характеристика сопротивления  $Z_{Пm}$  фильтра типа  $m$  Г-образного полузвена.

$$f = 0,8 \text{ кГц}: Z_{Пm} = \frac{R(\Omega_\infty^2 - \Omega^2)}{\Omega_\infty^2 \sqrt{1 - \Omega^2}} = \frac{1,4 \cdot [1,4^2 - \left(\frac{0,8}{0,9}\right)^2]}{1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{0,8}{0,9}\right)^2}} = 1,82 \text{ кОм}; \quad (\text{акт})$$

$$f = 1 \text{ кГц}: Z_{Пm} = \frac{1,4 [1,4^2 - \left(\frac{1}{0,9}\right)^2]}{1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{0,9}\right)^2}} = -j1,07 \text{ кОм}; \quad (\text{реакт})$$

$$f = 1,6 \text{ кГц}: Z_{Пm} = \frac{1,4 [1,4^2 - \left(\frac{1,6}{0,9}\right)^2]}{1,4^2 \sqrt{1 - \left(\frac{1,6}{0,9}\right)^2}} = +j0,58 \text{ кОм}. \quad (\text{реакт})$$

Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе пропускания ( $0 < f < f_c$ )  $a = 0$ ,

Затухание в полосе задерживания ( $f_c < f < f_\infty$ )  $ch\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{1 - \Omega^2(1 - m^2)}}$ ,

Затухание в полосе задерживания ( $f_\infty < f$ )  $sh\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2(1 - m^2) - 1}}$ ,

$$a = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < f < f_{c1} \\ 2 \operatorname{arccch} \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{1 - \Omega^2(1 - m^2)}} & \text{при } f_{c1} < f < f_\infty \\ 2 \operatorname{arcsch} \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2(1 - m^2) - 1}} & \text{при } f_\infty < f \end{cases}$$

← раскритерий для  $f = 1 \text{ кГц}, 1,4 \text{ кГц}$  см Приложение А

где  $\Omega = \frac{f}{f_c}$   $\Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 1.4$   $m = \sqrt{1 - \frac{1}{\Omega_\infty^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1.4^2}} = 0.7$

$f, \text{ кГц}$	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
$a, \text{ Нп}$	0,00	1,46	2,32	3,57	4,18	3,10	2,71	2,49	2,34	2,243

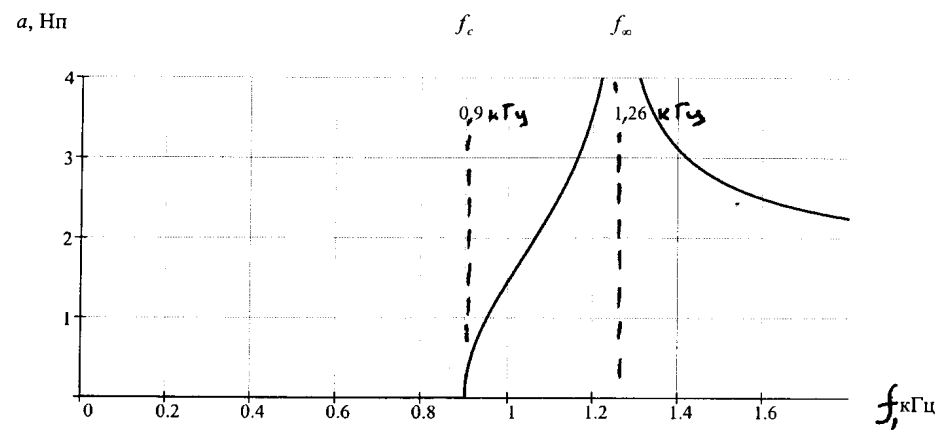


Рис. 11. Частотная характеристика затухания.

\*  $\operatorname{arcsch}$  - арксинус гиперболический  
 $\operatorname{arccsh}$  - арксинус гиперболический

Мостовой ФВЧ (рис. 5 б).

Частотные характеристики сопротивления.

$Z_M = \frac{R\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega}$ , где  $\Omega = \frac{f}{f_c}$ ;  $f_{c2} = 16 \text{ кГц}$ ;  $R_2 = 0.6 \text{ кОм}$

Знак  $Z_M$  в полосе задерживания ( $0 \leq f \leq f_c$ ) совпадает со знаком реактивного сопротивления входного плеча (рис. 5, б).

Т.к. и мее впродолы плече емкость, то

$f, \text{ кГц}$	2,0	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$Z_M, \text{ кОм}$	4,76	2,32	1,48	1,04	0,75	0,53	0,33	0,00	0,27	0,36	0,41

← реактивные сопротивления отрицательные

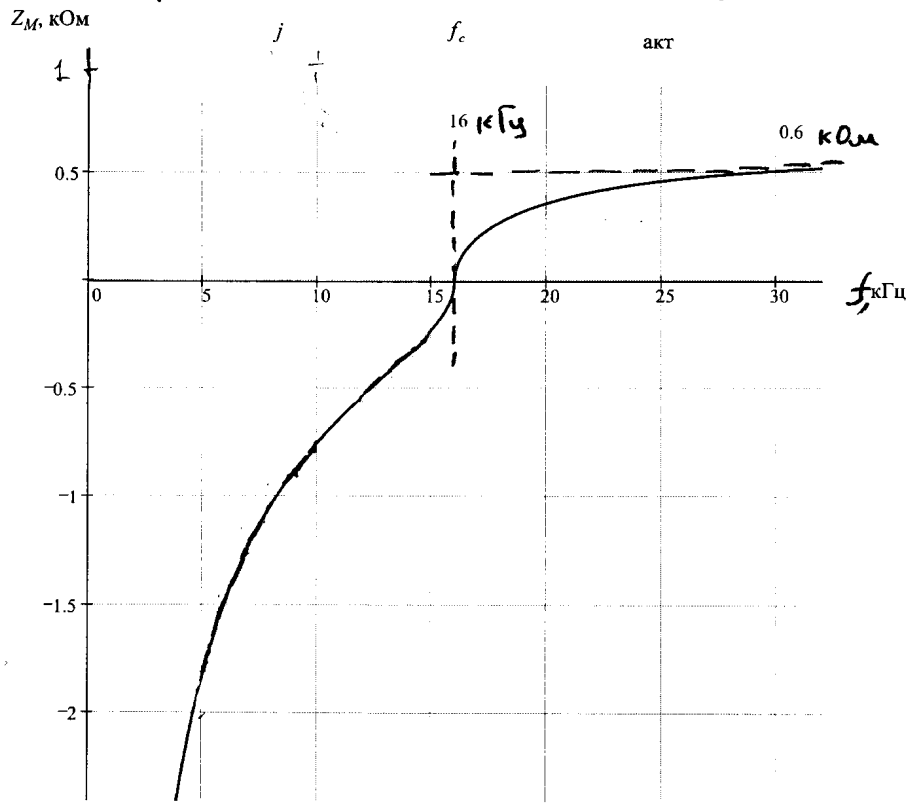


Рис. 12. Частотная характеристика сопротивления мостового фильтра

$f = 10 \text{ кГц}; Z_M = \frac{R\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega} = \frac{0,6\sqrt{(\frac{10}{16})^2 - 1}}{\frac{10}{16}} = +j0,75 \text{ кОм};$  (реакт)  
 $f = 20 \text{ кГц}; Z_M = \frac{0,6\sqrt{(\frac{20}{16})^2 - 1}}{\frac{20}{16}} = 0,36 \text{ кОм}.$  (акт)

Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе задерживания ( $0 < f < f_{\omega}$ )  $th\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}}$

Затухание в полосе задерживания ( $f_{\omega} < f < f_c$ )  $cth\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}}$

Затухание в полосе пропускания ( $f_c < f$ )  $a = 0$ ,

$$a = \begin{cases} 2 \operatorname{arcth} \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}} & \text{при } 0 < f < f_{\omega} \\ 2 \operatorname{arccth} \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}} & \text{при } f_{\omega} < f < f_c \\ 0 & \text{при } f \geq f_c \end{cases}$$

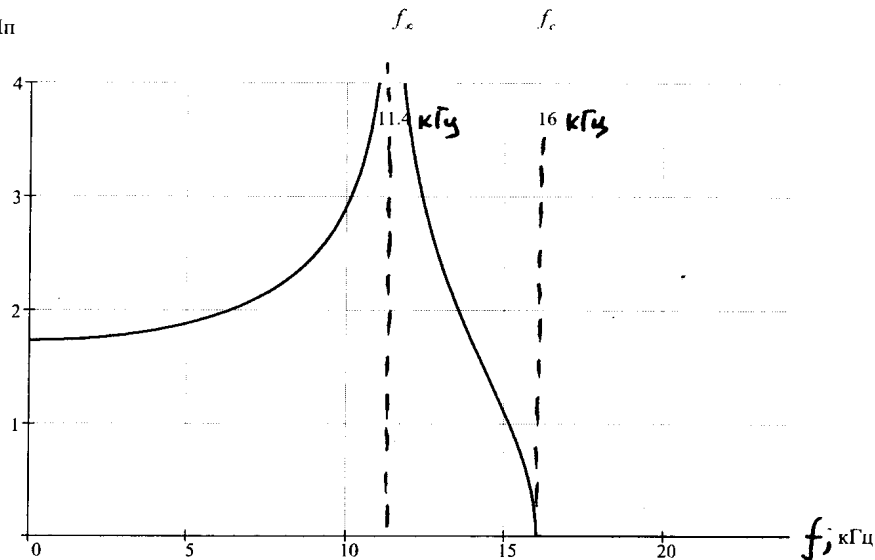
← расчеты для  $f = 3; 15 \text{ кГц}$

где

$\Omega_{\omega} = \frac{f_{\omega}}{f_c} = \frac{1}{1.4} = 0.714$   $m = \sqrt{1-\Omega_{\omega}^2} = \sqrt{1-0.714^2} = 0.7$  Приложение Б

$f, \text{ кГц}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$a, \text{ Нп}$	1,73	1,74	1,76	1,78	1,83	1,89	1,97	2,08	2,24	2,49	2,91	3,99	3,57	2,40	1,70	1,09	0,00

$a, \text{ Нп}$



\* arc th - арктангенс гиперболический

Рис. 13. Частотная характеристика затухания.

arc th - арктангенс гиперболический

Характеристические сопротивления простого мостового фильтра сильно изменяются с частотой. В полосе пропускания характеристические сопротивления активны. В полосе задерживания они становятся реактивными, поэтому невозможно подобрать нагрузочное сопротивление так, чтобы во всей полосе рабочих частот оно было равно характеристическому сопротивлению.

Нагрузочное сопротивление для простого мостового фильтра надо брать несколько меньше  $R$ .

Простой мостовой фильтр имеет тот недостаток, что при большом затухании на частотах, близких к частоте среза, он обладает сравнительно малым затуханием на отдаленных частотах.

Поэтому мостовой фильтр можно дополнить звеньями типа  $k$ , обеспечивающими достаточное собственное затухание в полосе задерживания

3) Выражения для определения частот среза (полосы пропускания) цепочечных и мостового фильтров.

ФНЧ типа  $k$  (рис. 1).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

ФВЧ типа  $k$  (рис. 2).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

ФНЧ типа  $m$  Г-образного полувзена (рис. 3).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad f_{\omega} = \frac{f_c}{\sqrt{1-m^2}}$$

ФВЧ типа  $m$  Г-образного полувзена (рис. 4).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad f_{\omega} = f_c \sqrt{1-m^2}$$

Мостовой ФНЧ (рис. 5 а).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad f_{\omega} = \frac{f_c}{\sqrt{1-m^2}}$$

Мостовой ФВЧ (рис. 5 б).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad f_{\omega} = f_c \sqrt{1-m^2}$$

Примложение А (рис. 37)

а)  $f = 1 \text{ кГц}$ ;

$$m = 0,7; \frac{m\Omega}{\sqrt{1 - \Omega^2(1 - m^2)}} = \frac{0,7 \cdot \frac{1}{0,9}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{0,9}\right)^2(1 - 0,7^2)}} = 1,278$$

или  $f_c = 0,9 \text{ кГц} < f = 1 \text{ кГц} < f_\infty = 1,26 \text{ кГц}$

$$\begin{aligned} f_\infty &= f_c \cdot 1,4 \\ &= 0,9 \cdot 1,4 = \\ &= 1,26 \text{ кГц}. \end{aligned}$$

Затухание

$$\begin{aligned} a &= 2 \operatorname{arcsch} \frac{m\Omega}{\sqrt{1 - \Omega^2(1 - m^2)}} = 2 \operatorname{arcsch} 1,278 = \\ &= 2 \cdot 0,7294 = 1,459 \text{ Нп}. \end{aligned}$$

б)  $f = 1,6 \text{ кГц}$ ;

$$m = 0,7; \frac{m\Omega}{\sqrt{\Omega^2(1 - m^2) - 1}} = \frac{0,7 \cdot \frac{1,6}{0,9}}{\sqrt{\left(\frac{1,6}{0,9}\right)^2(1 - 0,7^2) - 1}} = 0,9802;$$

или  $f = 1,6 \text{ кГц} > f_\infty = 1,26 \text{ кГц}$

$$\begin{aligned} a &= 2 \operatorname{arcsch} \frac{m\Omega}{\sqrt{\Omega^2(1 - m^2) - 1}} = 2 \operatorname{arcsch} 0,9802 = \\ &= 2 \cdot 0,8673 = 1,735 \text{ Нп}. \end{aligned}$$

\* Обратные гиперболические функции на калькуляторе считаются так

$$\operatorname{arcsch} 1,278 = 0,7294$$

$$1,278 \quad \boxed{\operatorname{2ndf}} \quad \boxed{\operatorname{hyp}} \quad \boxed{\operatorname{cos}} \quad 0,7294$$

## Приложение Б

$$а) f = 5 \text{ кГц}; m = 0,7, f_c = 16 \text{ кГц}, f_\infty = \frac{f_c}{1,4} = 11,43 \text{ кГц}$$

$$0 < f < f_\infty \Rightarrow a = 2 \operatorname{arctth} \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}} = 2 \operatorname{arctth} \frac{0,7}{\sqrt{1-\left(\frac{5}{16}\right)^2}} = \\ = 2 \operatorname{arctth} 0,7369 = 2 \cdot 0,9437 = 1,887 \text{ Нп}$$

$$б) f = 15 \text{ кГц};$$

$$f_\infty < f < f_c \Rightarrow a = 2 \operatorname{arctth} \frac{m}{\sqrt{1-\Omega^2}} = 2 \operatorname{arctth} \frac{0,7}{\sqrt{1-\left(\frac{15}{16}\right)^2}} = \\ = 2 \operatorname{arctth} 2,0116 = 2 \cdot 0,5455 = 1,091 \text{ Нп}.$$

Воспользуемся свойством

$$\operatorname{arctth} x = \operatorname{arctth} \frac{1}{x}.$$

Тогда

$$\operatorname{arctth} 2,0116 = \operatorname{arctth} \frac{1}{2,0116} = \operatorname{arctth} 0,4971 = 0,5455,$$

$$0,4971 \quad \boxed{2ndf} \quad \boxed{hyp} \quad \boxed{\tan} \quad 0,5455$$