

# СОДЕРЖАНИЕ

Задание 1 Расчет линейных электрических цепей синусоидального тока .....	2
Задача 1.1 .....	2
Задача 1.2 .....	6
Задача 1.3 .....	9
Задание 2 Трехфазные электрические цепи.....	10
Задача 2.1 .....	10
Задание 3 Переходные процессы в линейных электрических цепях .....	16
Задача 3.1 .....	16
Литература .....	24

# Задание 1 Расчет линейных электрических цепей синусоидального тока

## Задача 1.1

Электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке 1, рассчитать при частоте  $f=50$  Гц по данным табл. 1. Построить топографическую векторную диаграмму.

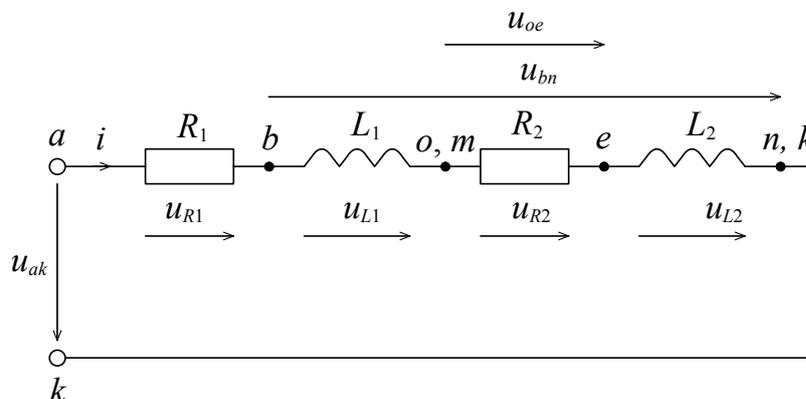


Рисунок 1

Таблица 1

Вариант	Данные для расчета						Определить			
	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$L_1,$ мГн	$L_2,$ мГн		$\varphi_i,$ град				
40	1	4	6,37	25,5	$U_{bn}=100$ В	14	$i$	$u_{ak}$	$U_{oe}$	$Q, S$

### Решение

1 Определим реактивные сопротивления цепи

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 6,37 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2\pi f L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 25,5 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом}.$$

Угловая частота  $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}$ .

2 Определим мгновенное значение тока

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где

$I_m$  – амплитуда тока,  $I_m = \sqrt{2} I$ ;

$I$  – действующее значение тока;

$\varphi_i$  – фаза тока.

Действующее значение тока находим по формуле

$$I = \frac{U_{bn}}{Z_{bn}}.$$

Величина сопротивления участка цепи  $bn$ :

$$Z_{bn} = \sqrt{R_2^2 + (X_{L1} + X_{L2})^2} = \sqrt{4^2 + 10^2} = 10,77 \text{ Ом}.$$

Тогда действующее значение тока

$$I = \frac{U_{bn}}{Z_{bn}} = \frac{100}{10,77} = 9,28 \text{ А}.$$

Запишем мгновенное значение тока

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = 9,28\sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t + 14^\circ) = 13,1 \cdot \sin(314 \cdot t + 14^\circ) \text{ А}.$$

3 Мгновенное значение напряжения источника

$$u_{ak} = U_m \sin(\omega t + \varphi_u),$$

где

$U_m$  – амплитуда напряжения,  $U_m = \sqrt{2} U$ ;

$U$  – действующее значение напряжения;

$\varphi_u$  – фаза напряжения.

Действующее значение напряжения находим по формуле

$$U = Z_{ak} \cdot I.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z_{ak} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2})^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18 \text{ Ом}.$$

Тогда действующее значение напряжения

$$U = 9,28 \cdot 11,18 = 104 \text{ В}.$$

Начальная фаза напряжения

$$\varphi_u = \varphi_i + \varphi,$$

где

$\varphi_u$  – начальная фаза напряжения;

$\varphi_i$  – начальная фаза тока;

$\varphi$  – угол сдвига фазы тока по отношению к фазе напряжения.

Угол  $\varphi$  определяем из треугольника сопротивлений (рисунок 2):

$$\varphi = \arctg \frac{X_{L1} + X_{L2}}{R_1 + R_2} = \arctg \frac{10}{2} = 63,4^\circ.$$

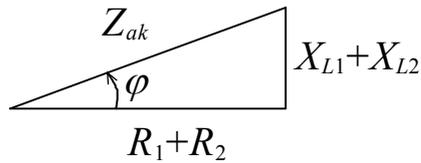


Рисунок 2

Тогда фаза напряжения

$$\varphi_u = \varphi_i + \varphi = 14^\circ + 63,4^\circ = 77,4^\circ.$$

Запишем мгновенное значение напряжения источника

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = 104\sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t + 77,4^\circ) = 147 \cdot \sin(314 \cdot t + 77,4^\circ) \text{ В}.$$

4 Действующее значение напряжения на участке  $oe$ , то есть на сопротивлении  $R_2$ :

$$U_{oe} = Z_{oi} I = R_2 \cdot I = 4 \cdot 9,28 = 37 \text{ В}.$$

5 Активная мощность

$$P_{\text{потребителя}} = (R_1 + R_2) \cdot I^2 = 5 \cdot 9,28^2 = 431 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{источника}} = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 104 \cdot 9,28 \cos(63,4^\circ) = 432 \text{ Вт}.$$

Погрешность расчета

$$\delta_{P\%} = \frac{|P_{\text{источника}} - P_{\text{потребителя}}|}{P_{\text{источника}}} 100\% = \frac{|432 - 431|}{432} 100\% = 0,2\%.$$

6 Реактивная мощность

$$Q_{\text{потребителя}} = (X_{L1} + X_{L2}) \cdot I^2 = 10 \cdot 9,28^2 = 861 \text{ Вар};$$

$$Q_{\text{источника}} = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 104 \cdot 9,28 \sin(63,4^\circ) = 863 \text{ Вар}.$$

Погрешность расчета

$$\delta_{Q\%} = \frac{|Q_{\text{источника}} - Q_{\text{потребителя}}|}{Q_{\text{источника}}} 100\% = \frac{|863 - 861|}{863} 100\% = 0,2\%$$

Мощность цепи имеет *индуктивный* характер.

7 Полная мощность

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} = 104 \cdot 9,28 = \sqrt{432^2 + 863^2} = 965 \text{ ВА}.$$

8 Для построения топографической векторной диаграммы (рисунок 3) необходимо сначала рассчитать комплексные напряжения на каждом элементе схемы, а затем начать построение диаграммы с общей величины – вектора тока  $\dot{I} = 9,28 e^{j14^\circ} \text{ А}$ , после чего построить последовательно друг за другом вектора напряжений, начиная с  $\dot{U}_{R1}$ .

Вектор тока  $\dot{I}$  под углом  $\varphi_i = 14^\circ$  к оси  $+1$  можно отложим в масштабе  $m_I = 1 \frac{\text{А}}{\text{см}}$ ,

масштаб напряжения  $m_U = 10 \frac{B}{cm}$ . Все вектора связываем с осью  $+1$ , фазовый сдвиг указывают стрелкой от тока к напряжению (положительное направление против часовой стрелки).

$$\dot{U}_{R1} = R_1 \cdot \dot{I} = 1 \cdot 9,28 e^{j14^\circ} = 9,3 \cdot e^{j14^\circ} B - \text{вектор } \dot{U}_{R1} \text{ совпадает по фазе с } \dot{I};$$

$\dot{U}_{L1} = jX_{L1} \cdot \dot{I} = 2 e^{j90^\circ} \cdot 9,28 e^{j14^\circ} = 18,6 \cdot e^{j104^\circ} B$  – чтобы получить направление  $\dot{U}_{L1}$ , вектор  $\dot{U}_{L1}$  вращаем на  $+90^\circ$  (против часовой стрелки) относительно вектора  $\dot{I}$ .

$$\dot{U}_{R2} = R_2 \cdot \dot{I} = 4 \cdot 9,28 \cdot e^{j14^\circ} = 37,1 \cdot e^{j14^\circ} B - \text{вектор } \dot{U}_{R2} \text{ совпадает по фазе с } \dot{I}.$$

$\dot{U}_{L2} = jX_{L2} \cdot \dot{I} = 8 e^{j90^\circ} \cdot 9,28 e^{j14^\circ} = 74,2 \cdot e^{j104^\circ} B$  – чтобы получить направление  $\dot{U}_{L2}$ , вектор  $\dot{U}_{L2}$  вращаем на  $+90^\circ$  (против часовой стрелки) относительно вектора  $\dot{I}$ .

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{R2} + \dot{U}_{L2} = 104 e^{j77,4^\circ} B - \text{из расчета.}$$

Убедимся из диаграммы, что суммарный вектор  $\dot{U}$  равен напряжению источника:  
 $U = 10,5 cm \cdot 10 \frac{B}{cm} = 105 B$ , измеряем  $\varphi_u = 77,5^\circ$  (ошибка в пределах графического метода  $<6\%$ ).

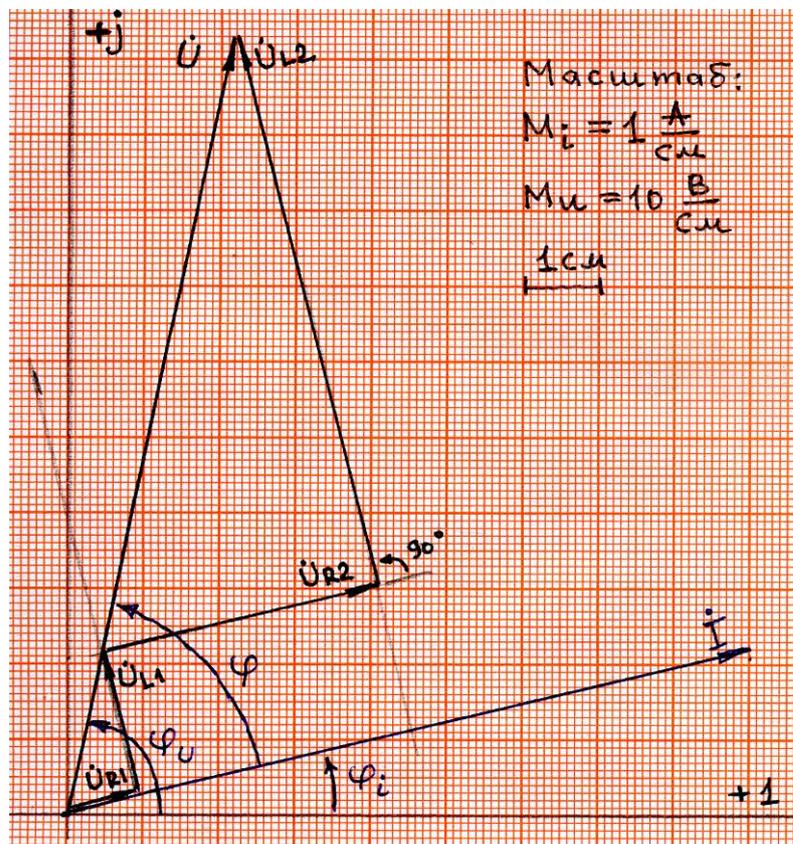


Рисунок 3

Значит, расчеты выполнены верно.

## Задача 1.2

Рассчитать электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке 4, по данным таблицы 2. Построить векторную диаграмму. Подсчитать баланс мощностей.

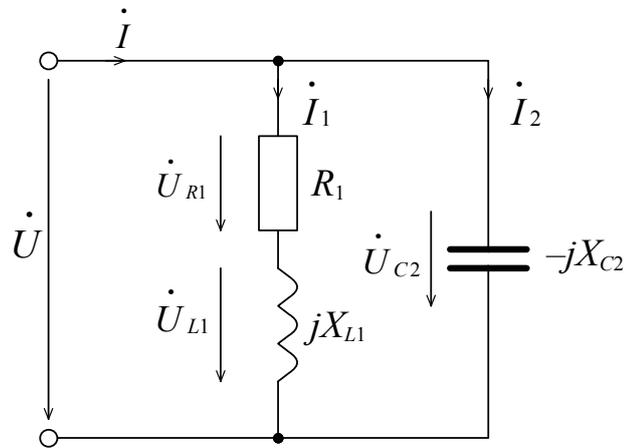


Рисунок 4

Таблица 2

Вариант	Данные для расчета			Определить			
	$R_1,$ Ом	$X_{L1},$ Ом	$X_{C2},$ Ом				
40	25	30	50	$I_1 = 4 \text{ A}$	$I$	$I_2$	$U$

### Решение

1 Определим комплексные сопротивления первой ветви  $\underline{Z}_1$ , второй ветви  $\underline{Z}_2$  и эквивалентное сопротивление цепи  $\underline{Z}$ .

$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= R_1 + jX_{L1} = 25 + j30 = \\ &= \sqrt{25^2 + 30^2} e^{j \arctg \frac{30}{25}} = 39 e^{j50,2^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_2 &= -jX_{C2} = -j50 = 50 e^{-j90^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z} &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{39 e^{j50,2^\circ} \cdot 50 e^{-j90^\circ}}{25 + j30 + (-j50)} = \frac{39 \cdot 50 e^{-j39,8^\circ}}{25 - j20} = \\ &= \frac{39 \cdot 50 e^{-j39,8^\circ}}{32 e^{-j38,7^\circ}} = 61 \cdot e^{-j1,1^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

2 Принимаем начальную фазу заданной величины  $\varphi_{I_1} = 0$ , тогда

$$\dot{I}_1 = 4 \cdot e^{j0^\circ} = 4 \text{ A}.$$

3 Комплексы действующего значения напряжения и тока в ветви 2

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 4 \cdot 39 e^{j50,2^\circ} = 156 \cdot e^{j50,2^\circ} \text{ A}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{156 \cdot e^{j50,2^\circ}}{50 e^{-j90^\circ}} = 3,1 \cdot e^{j140,2^\circ} \text{ A};\end{aligned}$$

4 Входной ток  $\dot{I}$  можно определить двумя методами: по закону Ома и по первому закону Кирхгофа.

По закону Ома:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{156 \cdot e^{j50,2^\circ}}{61 \cdot e^{-j1,1^\circ}} = 2,55 e^{j51,3^\circ} \text{ A.}$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 4 + 3,1 \cdot e^{j140,2^\circ} = 4 + (-2,4 + j2,0) = \\ &= 1,6 + j2,0 = \sqrt{1,6^2 + 2,0^2} e^{j \arctg \frac{2}{1,6}} = 2,56 \cdot e^{j51,3^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

$$I = 2,6 \text{ A.}$$

Сравнение двух методов показывает, что погрешность расчетов – в допустимых пределах.

5 Векторная диаграмма (рисунок 5).

Выбираем масштаб тока  $m_I = 1 \frac{\text{A}}{\text{см}}$ , масштаб напряжения  $m_U = 20 \frac{\text{B}}{\text{см}}$ . Сначала

относительно оси +1 отложим рассчитанные токи  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$ ,  $\dot{I}$  и убедимся, что и на диаграмме выполняется первый закон Кирхгофа (токи образуют параллелограмм).

Затем рассчитаем комплексные напряжения на каждом элементе, отложим их вектора (для каждой ветви последовательно друг за другом) и убедимся, что выполняется второй закон Кирхгофа.

$$\dot{U}_{R1} = R_1 \cdot \dot{I}_1 = 25 \cdot 4 = 100 \text{ B};$$

$$\dot{U}_{L1} = jX_{L1} \cdot \dot{I}_1 = 30 e^{j90^\circ} \cdot 4 = 120 \cdot e^{j90^\circ} = j120 \text{ B};$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} = 100 + j120 = 156 \cdot e^{j50,2^\circ} \text{ B – из расчета.}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{C2} = -jX_{C2} \cdot \dot{I}_2 = 50 e^{-j90^\circ} \cdot 3,1 \cdot e^{j140,2^\circ} = 155 \cdot e^{j50,2^\circ} \text{ B – из расчета.}$$

$$U = 7,8 \text{ см} \cdot 20 \frac{\text{B}}{\text{см}} = 156 \text{ B}, \varphi_u = 50^\circ \text{ – из диаграммы.}$$

Результаты расчета и векторная диаграмма совпадают с достаточной точностью, значит, расчеты и построения диаграммы выполнены верно.

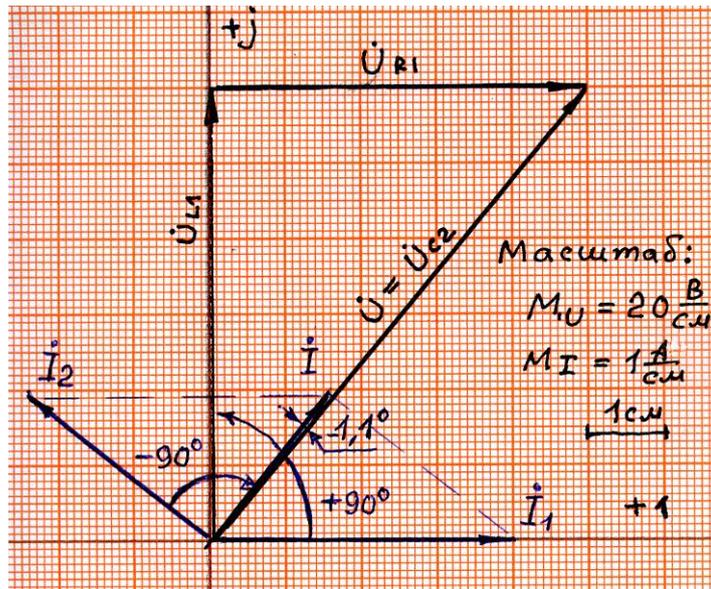


Рисунок 5

6 Подсчитаем баланс мощностей.

В линейной электрической цепи сумма активных мощностей источников ЭДС равна сумме активных мощностей потребителей, а сумма реактивных мощностей источников ЭДС равна сумме реактивных мощностей потребителей энергии, т.е. существует баланс комплексных мощностей источников и потребителей.

$$\sum \tilde{S}_{\text{потр.}} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.}}$$

$$\sum (P_{\text{потр.}} + jQ_{\text{потр.}}) = \sum (P_{\text{ист.}} + jQ_{\text{ист.}})$$

$$\boxed{\sum P_{\text{потр.}} = \sum P_{\text{ист.}}}$$

$$\boxed{\sum Q_{\text{потр.}} = \sum Q_{\text{ист.}}}$$

Сумма активных мощностей потребителей:

$$\sum P_{\text{потр.}} = R_1 \cdot I_1^2 = 25 \cdot 4^2 = 400 \text{ Вт};$$

$$\sum Q_{\text{потр.}} = X_{L1} \cdot I_1^2 + (-X_{C2}) \cdot I_2^2 = 30 \cdot 4^2 - 50 \cdot 3,1^2 \approx 0 \text{ ВАр}.$$

Полная комплексная мощность источника:

$$\begin{aligned} \sum \tilde{S}_{\text{ист.}} &= \dot{U} \cdot \dot{I}^* = 156 \cdot e^{j50,2^\circ} \cdot 2,56 \cdot e^{-j51,3^\circ} = 400 \cdot e^{-j1,1^\circ} \approx \\ &\approx 400 - j0 = P_{\text{ист.}} + jQ_{\text{ист.}} \end{aligned}$$

Баланс мощностей:

$$\sum P_{\text{потр.}} = \sum P_{\text{ист.}} ; \quad 400 \text{ Вт} = 400 \text{ Вт}.$$

$$\sum Q_{\text{потр.}} \sim \sum Q_{\text{ист.}} ; \quad 0 \text{ ВАр} = 0 \text{ ВАр}.$$

Погрешность при расчете баланса мощностей – в допустимых пределах, что еще раз подтверждает, что задача решена верно.

### Задача 1.3

Определить эквивалентное сопротивление цепи (рисунок 6)  $\underline{Z}$  в алгебраической и показательной форме по данным таблицы 3.

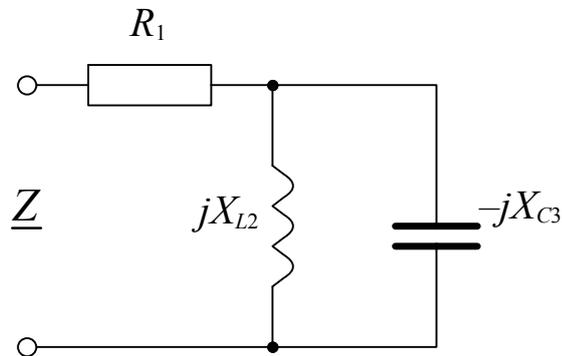


Рисунок 6

Таблица 3

Вариант	Данные для расчета		
	$R_1,$ Ом	$X_{L2},$ Ом	$X_{C3},$ Ом
40	2	6,5	3,5

### Решение

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R_1 + \frac{jX_{L2} \cdot (-jX_{C3})}{jX_{L2} + (-jX_{C3})} = 2 + \frac{j6,5 \cdot (-j3,5)}{j6,5 - j3,5} = \\ &= 2 + \frac{6,5 \cdot 3,5}{j3} = 2 + \frac{6,5 \cdot 3,5}{3 \cdot e^{j90^\circ}} = 2 + 7,58 \cdot e^{-j90^\circ} = 2 - j7,58 = \\ &= \sqrt{2^2 + (-7,58)^2} e^{j \arctg \frac{-7,58}{2}} = 7,84 \cdot e^{-j75,2^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

## Задание 2 Трехфазные электрические цепи

### Задача 2.1

На рис. 7 приведена схема трехфазной цепи. В цепи имеются трехфазный генератор (создающий трехфазную симметричную систему ЭДС) и симметричная нагрузка. Действующее значение ЭДС фазы генератора  $E_A$ , период  $T$ , параметры  $R_1$ ,  $L$ ,  $C_1$  приведены в таблице 4. Начальную фазу ЭДС  $E_A$  принять нулевой. Требуется: рассчитать токи, построить векторную диаграмму токов и напряжений, определить мгновенное значение напряжения между указанными точками и показать изображающий вектор этой величины на векторной диаграмме, сделать проверку по законам Кирхгофа для одной фазы, подсчитать активную мощность трехфазной системы.

#### Указания:

- 1) сопротивления обмоток генератора полагать равными нулю;
- 2) для вариантов, в которых нагрузка соединена треугольником, при расчете преобразовать ее в соединение звездой, но векторную диаграмму построить для исходной схемы;
- 3) при расчете символическим методом рекомендуется оперировать с комплексами действующих значений (не с комплексными амплитудами).

Таблица 4

Вариант	Рисунки	$E_A$ , $B$	$T$ , $c$	$L$ , $мГн$	$C_1$ , $мкФ$	$C_2$ , $мкФ$	$R_1$ , $Ом$	Определить
40	7	20	0,02	47,7	280,8	183,7	17,32	$u_{ca}$

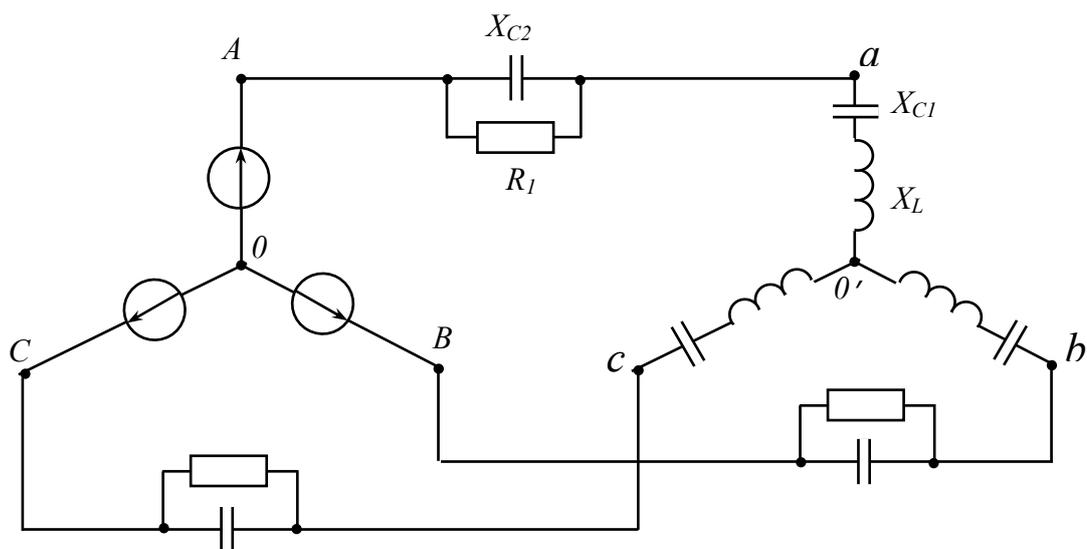


Рисунок 7

## Решение

1 Расчет токов в цепи (рисунок 8).

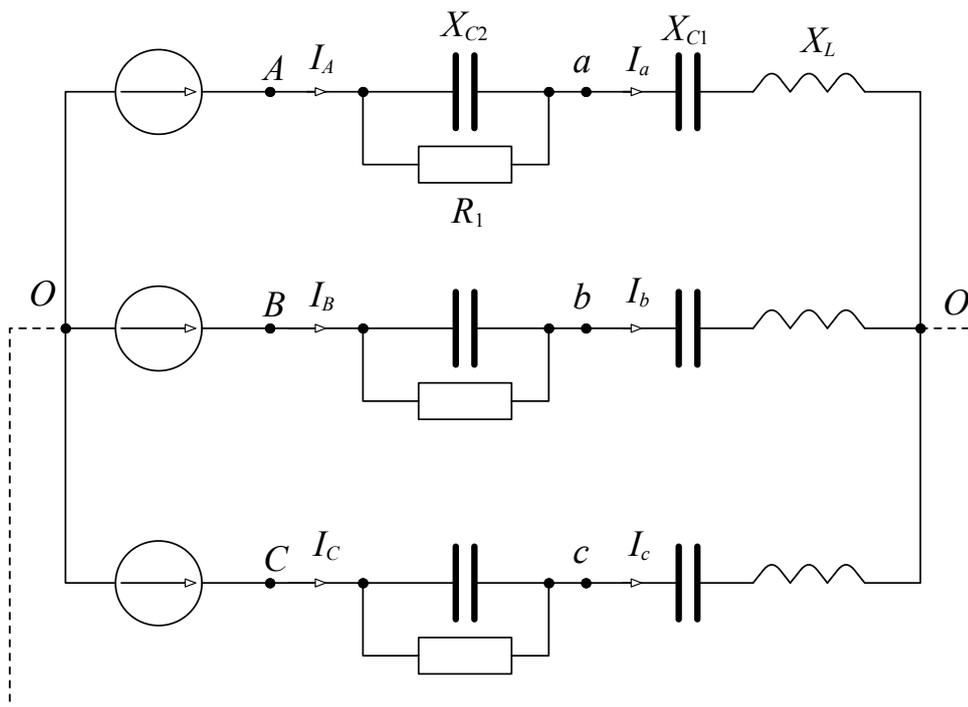


Рисунок 8

Комплексы действующих значений ЭДС

$$\underline{E}_A = E_A \cdot e^{j 0^\circ} = 20 \text{ В}$$

$$\underline{E}_B = 20 \cdot e^{-j 120^\circ} = -10 - 17.3j \text{ В}$$

$$\underline{E}_C = 20 \cdot e^{j 120^\circ} = -10 + 17.3j \text{ В}$$

Комплексы сопротивлений

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0.02} = 314.16 \text{ 1/c}$$

$$X_L = \omega L = 314.16 \cdot 0.0477 = 14.99 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314.16 \cdot 2.808 \times 10^{-4}} = 11.34 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314.16 \cdot 1.837 \times 10^{-4}} = 17.33 \text{ Ом}$$

Комплексы сопротивлений линейных проводов

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{Aa} = \underline{Z}_{Bb} = \underline{Z}_{Cc} &= \frac{-jX_{C2} \cdot R_1}{-jX_{C2} + R_1} = \\ &= \frac{-j 17.33 \cdot 17.32}{-j 17.33 + 17.32} = 8.66 - 8.66j = 12.25 \cdot e^{-j 45^\circ} \text{ Ом}\end{aligned}$$

Комплексы фаз нагрузки

$$\begin{aligned}\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c &= jX_L - jX_{C1} = \\ &= j 14.99 - j 11.34 = 3.65j = 3.66 \cdot e^{j 90^\circ} \text{ Ом}\end{aligned}$$

Преобразуем исходную цепь в цепь, изображенную на рисунке 9

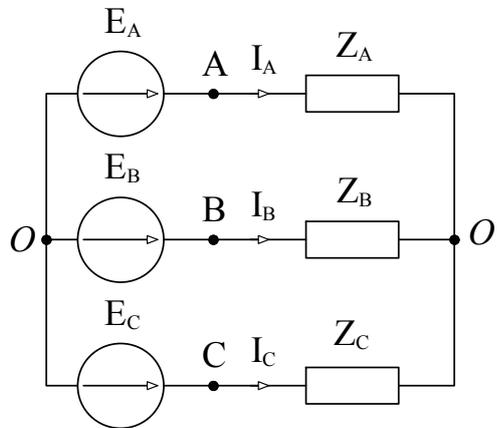


Рисунок 9

$$\begin{aligned}\underline{Z}_A = \underline{Z}_{Aa} + \underline{Z}_a &= 8.66 - 8.66j + 3.65j = 8.66 - 5.01j = \\ &= 10 \cdot e^{-j 30^\circ} \text{ Ом}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}_B = \underline{Z}_{Bb} + \underline{Z}_b &= 8.66 - 8.66j + 3.65j = 8.66 - 5.01j = \\ &= 10 \cdot e^{-j 30^\circ} \text{ Ом}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}_C = \underline{Z}_{Cc} + \underline{Z}_c &= 8.66 - 8.66j + 3.65j = 8.66 - 5.01j = \\ &= 10 \cdot e^{-j 30^\circ} \text{ Ом}\end{aligned}$$

Для цепи (рисунок 9) с симметричной нагрузкой напряжения смещения нуля нагрузки

$$\begin{aligned} \underline{U}_{O'O} &= \frac{\frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}} = \frac{\frac{20}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} + \frac{20 \cdot e^{-j 120^\circ}}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} + \frac{20 \cdot e^{j 120^\circ}}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}}}{\frac{1}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} + \frac{1}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} + \frac{1}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}}} = \\ &= \frac{0}{0.2613 + 0.1495j} = 0 \end{aligned}$$

равно нулю.

Линейные токи и токи в фазах нагрузки

$$\underline{I}_a = \underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_A} = \frac{20}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} = 2 \cdot e^{j 30^\circ} = 1.73 + j \text{ A}$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_B} = \frac{20 \cdot e^{-j 120^\circ}}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} = 2 \cdot e^{-j 90^\circ} = -2j \text{ A}$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_{O'O}}{\underline{Z}_C} = \frac{20 \cdot e^{j 120^\circ}}{10 \cdot e^{-j 30^\circ}} = 2 \cdot e^{j 150^\circ} = -1.73 + j \text{ A}$$

2 Для построения векторной диаграммы (рисунок 11) рассчитаем потенциалы:

$$\underline{\varphi}_A = \underline{E}_A = 20 \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_B = \underline{E}_B = -10 - 17.3j \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_C = \underline{E}_C = -10 + 17.3j \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_a = \underline{E}_A - \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_{Aa} = 20 - (1.73 + j) \cdot (8.66 - 8.66j) = -3.64 + 6.32j \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_b = \underline{E}_B - \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_{Bb} = -10 - 17.3j - (0 - 2j) \cdot (8.66 - 8.66j) = 7.32 + 0.02j \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_c = \underline{E}_C - \underline{I}_C \cdot \underline{Z}_{Cc} = -10 + 17.3j - (-1.73 + j) \cdot (8.66 - 8.66j) = -3.68 - 6.34j \text{ В}$$

$$\underline{\varphi}_{O'} = \underline{U}_{O'O} = 0 \text{ В}$$

3 Мгновенное значение напряжения уса (рисунок 10).

$$\underline{U}_{ca} = \underline{\varphi}_c - \underline{\varphi}_a = -3.68 - 6.34j - (-3.64 + 6.32j) = -0.04 - 12.66j = 12.7 \cdot e^{-j 90^\circ} \text{ В}$$

$$u_{ca}(t) = U_{ca} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \phi_{U_{ca}}) = 12.7 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ В}$$

$u(\omega t)$ , В

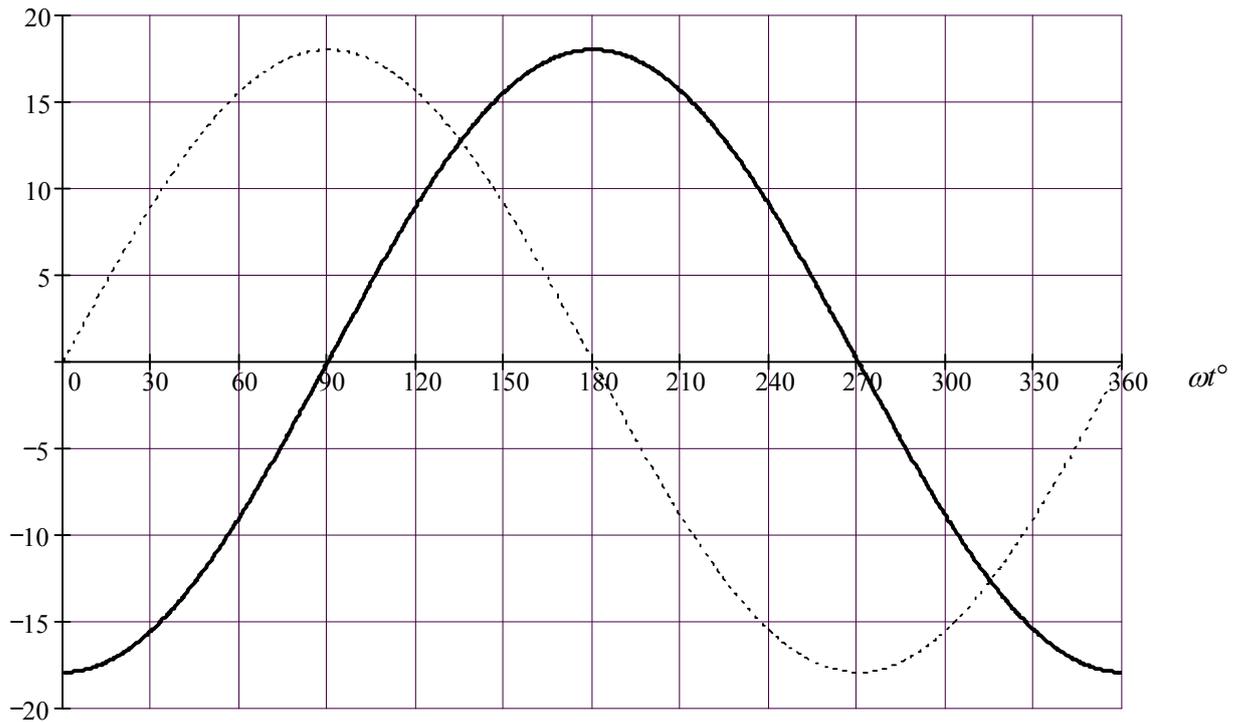


Рисунок 10

4 Сделаем проверку по второму закону Кирхгофа для одной фазы A:

$$\underline{E}_A = \underline{U}_{Aa} + \underline{U}_a = \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_{Aa} + \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_a =$$

$$= (1.73 + j) \cdot (8.66 - 8.66j) + (1.73 + j) \cdot 3.65j = 20 - 0j \text{ В}$$

5 Активная мощность трехфазной системы  
Комплекс полной мощности источников

$$\tilde{S} = P_{\text{ист.}} + jQ_{\text{ист.}} = \underline{E}_A \cdot \underline{I}_A^* + \underline{E}_B \cdot \underline{I}_B^* + \underline{E}_C \cdot \underline{I}_C^* =$$

$$= 20 \cdot 2 \cdot e^{-j 30^\circ} + 20 \cdot e^{-j 120^\circ} \cdot 2 \cdot e^{j 90^\circ} + 20 \cdot e^{j 120^\circ} \cdot 2 \cdot e^{-j 150^\circ} = 103.9 - 60j \text{ ВА}$$



## Задание 3 Переходные процессы в линейных электрических цепях

### Задача 3.1

Дана электрическая цепь, в которой происходит коммутация (рис. 3.14). В цепи действует постоянная ЭДС. Параметры цепи приведены в таблице 5. Определить закон изменения во времени указанной в таблице величины (тока или напряжения). Задачу следует решать двумя методами: **классическим и операторным**. На основании полученного аналитического выражения построить график изменения искомой величины в функции времени в интервале от  $t = 0$  до  $t_{пер} = 3\tau_{max} = \frac{3}{|p_{min}|}$ , где  $|p_{min}|$  – меньший по модулю корень характеристического уравнения,  $t_{пер}$  – практическая длительность переходного процесса.

Таблица 5

Вариант	Рисунок	$E, В$	$L, мГн$	$C, мкФ$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	Определить
					Ом				
40	3.14	50	1	100	4	6	10	10	$i_3$

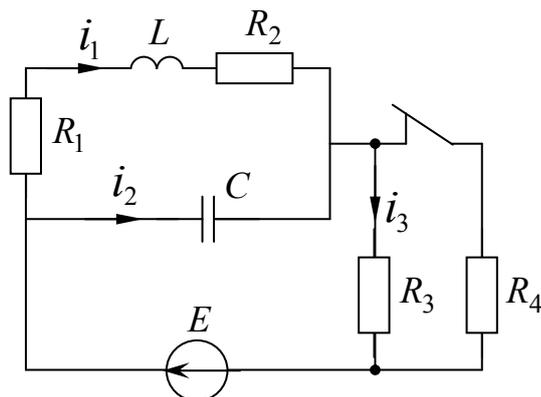


Рис. 3.14

## Классический метод

1 Определим начальные условия (рисунок 12).

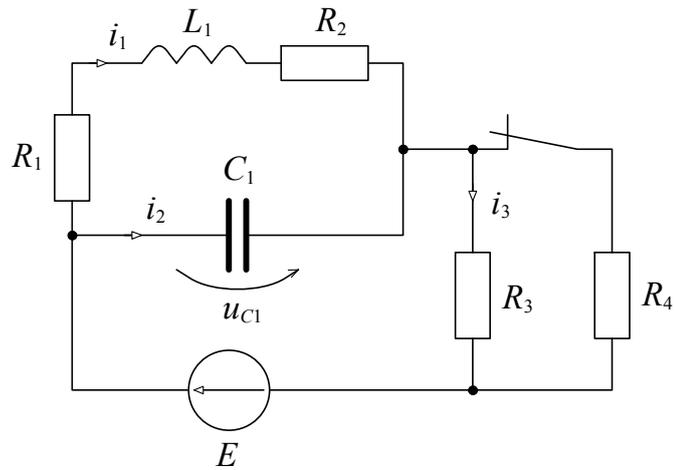


Рисунок 12

Независимые начальные условия – значение тока  $i_1$  и напряжения  $u_{C1}$  – согласно частным законам коммутации

$$\begin{aligned}
 i_1(0+) = i_1(0-) &= \frac{E}{R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}} = \\
 &= \frac{50}{4 + 6 + \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}} = 3.33333 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Так как

$$i_2(0-) = 0,$$

то

$$i_3(0-) = i_1(0-) \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3.33333 \cdot \frac{10}{10 + 10} = 1.66667 \text{ A}$$

$$u_{C1}(0+) = u_{C1}(0-) = E - i_3(0-) \cdot R_3 = 50 - 1.66667 \cdot 10 = 33.3333 \text{ В}$$

2 Составим систему дифференциальных уравнений для послекоммутационного режима (рисунок 13).

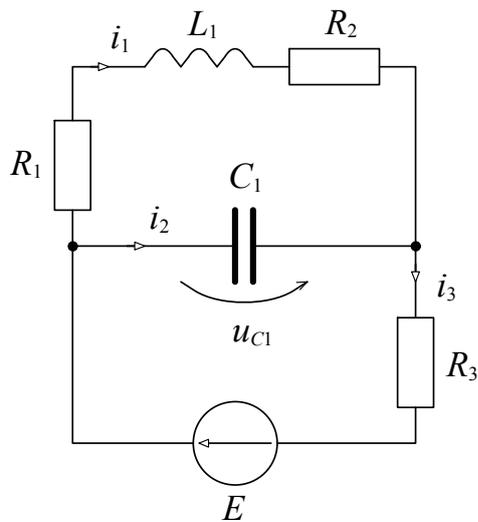


Рисунок 13

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = i_3 \\ i_3 R_3 + u_{C1} = E \\ u_{L1} + i_1 (R_1 + R_2) - u_{C1} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

3 Решение системы дифференциальных уравнений.

$$i_3(t) = i_{3np} + i_{3св}(t)$$

Значение принужденной составляющей

$$i_{2np} = 0$$

Откуда

$$i_{3np} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ A}$$

Определение свободной составляющей при помощи входного сопротивления цепи (рисунок 14).

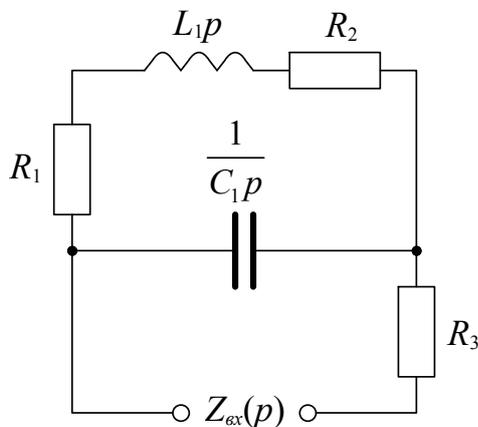


Рисунок 14

$$Z_{\text{ex}}(p) = R_1 + \frac{\frac{1}{C_1 p} \cdot (R_2 + R_3 + L_1 p)}{\frac{1}{C_1 p} + (R_2 + R_3 + L_1 p)} = 0$$

Откуда после преобразования получим характеристическое уравнение

$$p^2 + \left( \frac{R_1 + R_2}{L_1} + \frac{1}{R_3 C_1} \right) p + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3 \cdot L_1 \cdot C_1} = 0$$

Корни характеристического уравнения

$$p^2 + 11000 \cdot p + 20000000 = 0$$

$$p_1 = \frac{-11000 + \sqrt{11000^2 - 4 \cdot 20000000}}{2} = -2298.4 \text{ 1/с};$$

$$p_2 = \frac{-11000 - \sqrt{11000^2 - 4 \cdot 20000000}}{2} = -8701.6 \text{ 1/с}.$$

действительные различные

$$p_1 = -2298.4 \text{ 1/с}; p_2 = -8701.6 \text{ 1/с}.$$

Постоянные времени

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_1|} = \frac{1}{|-2298.4|} = 4.351 \times 10^{-4} \text{ с}, \quad \tau_2 = \frac{1}{|p_2|} = \frac{1}{|-8701.6|} = 1.149 \times 10^{-4} \text{ с}.$$

Практическая длительность переходного процесса

$$t_{\text{пер}} = 3\tau_{\text{max}} = 3\tau_1 = 3 \cdot 4,35 \cdot 10^{-4} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 1,3 \text{ мс}.$$

Исходя из характера корней характеристического уравнения, свободную составляющую запишем в виде

$$i_{3\text{св}}(t) = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t} = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}},$$

где  $A$  и  $B$  – постоянные интегрирования для системы дифференциальных уравнений (1).

Находим постоянные интегрирования  $A$  и  $B$ .

Запишем систему дифференциальных уравнений (1) в виде

$$\begin{cases} i_3 R_3 = E - u_{C1} \\ i_2 = i_3 - i_1 \\ u_{L1} = u_{C1} - i_1 (R_1 + R_2) \end{cases} \quad (2)$$

Выразим токи и напряжения через независимые переменные  $i_1, u_{C1}$

$$\begin{cases} i_3 = \frac{E - u_{C1}}{R_3} \\ i_2 = i_3 - i_1 = \frac{E - u_{C1}}{R_3} - i_1 \\ u_{L1} = u_{C1} - i_1(R_1 + R_2) \end{cases}$$

Так как

$$u_{C1} = \frac{1}{C_1} \int i_2 dt,$$

то

$$\frac{du_{C1}}{dt} = \frac{i_2}{C_1}$$

$$\frac{di_3}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{E - u_{C1}}{R_3} \right) = -\frac{1}{R_3} \frac{du_{C1}}{dt} = -\frac{i_2}{R_3 C_1} = -\frac{1}{R_3 C_1} \left( \frac{E - u_{C1}}{R_3} - i_1 \right).$$

Получим

$$\begin{cases} i_3(0+) = \frac{E - u_{C1}(0+)}{R_3} \\ \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{0+} = -\frac{1}{R_3 C_1} \left( \frac{E - u_{C1}(0+)}{R_3} - i_1(0+) \right). \end{cases}$$

Вычисления дают

$$\begin{aligned} i_3(0+) &= -1.667 \text{ A} \\ \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{0+} &= 1.667 \times 10^3 \text{ A/c.} \end{aligned} \quad (3)$$

Постоянные интегрирования  $A, B$  найдем используя начальные условия (3).

$$\begin{cases} i_{3ce}(0+) + i_{3np} = i_3(0+) \\ \left. \frac{di_{3ce}}{dt} \right|_{0+} + \left. \frac{di_{3np}}{dt} \right|_{0+} = \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{0+} \end{cases} \quad \begin{cases} A + B = i_3(0+) - i_{3np} \\ p_1 A + p_2 B = \left. \frac{di_3}{dt} \right|_{0+} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + B = -0.83333 \\ -2298.4 \cdot A + (-8701.6) \cdot B = 1.66667 \times 10^3 \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы (4):

$$\boxed{A = -0.872 ; B = 0.039}$$

Закон изменения тока  $i_3$  во времени (рисунок 15):

$$i_3(t) = -0.872 \cdot e^{-2298.4 \cdot t} + 0.039 \cdot e^{-8701.6 \cdot t} + 2.5 =$$

$$= -0.872 \cdot e^{-\frac{t}{0.4351 \text{ мс}}} + 0.039 \cdot e^{-\frac{t}{0.1149 \text{ мс}}} + 2.5, A$$

Таблица 6

$t, \text{ мс}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$i_3, A$	1,67	1,82	1,96	2,07	2,15	2,23	2,28	2,33	2,36	2,39	2,41	2,43	2,45	2,46

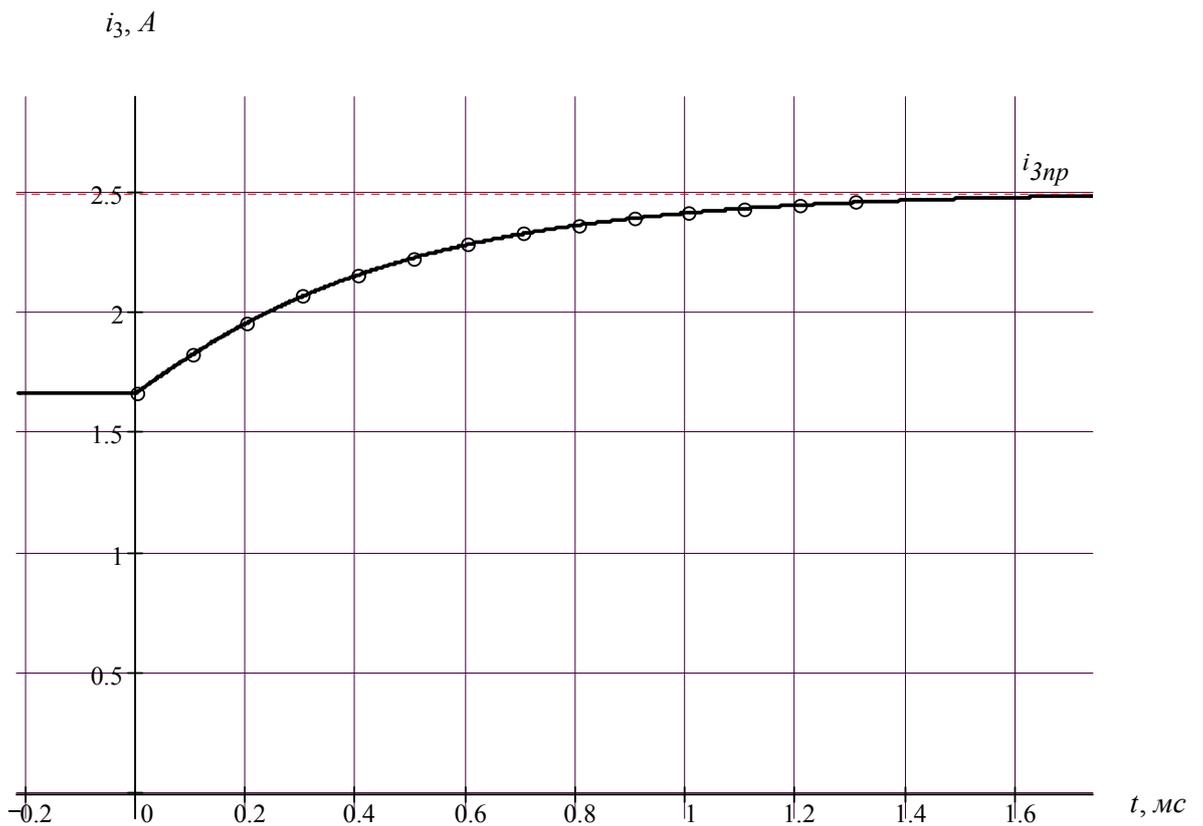


Рисунок 15

## Операторный метод

Составим операторную схему замещения цепи после коммутации (рисунок 16).

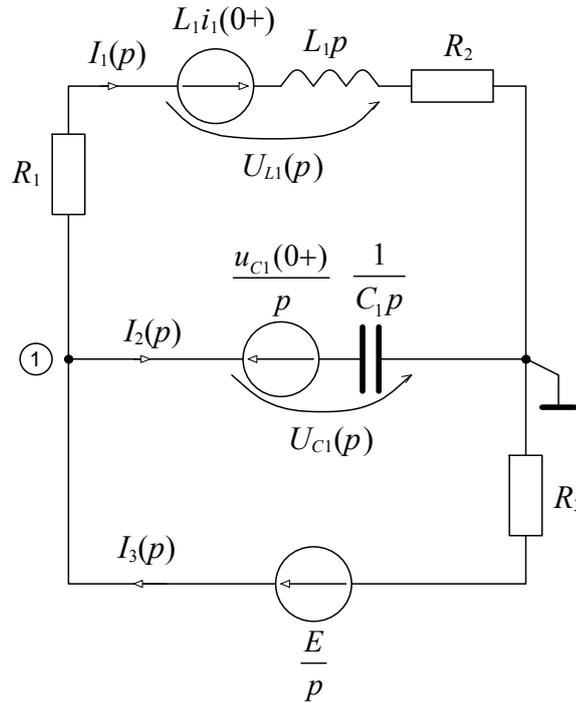


Рисунок 16

Операторное изображение потенциала узла 1:

$$\Phi_1(p) = \frac{\frac{E}{p} \frac{1}{R_3} + \frac{u_{C1}(0+)}{p} \frac{1}{\frac{1}{C_1 p}} - L_1 i_1(0+) \frac{1}{R_1 + R_2 + L_1 p}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{\frac{1}{C_1 p}} + \frac{1}{R_1 + R_2 + L_1 p}} =$$

$$= \frac{\frac{5}{p} + \frac{1}{300} - \frac{1}{300 \cdot \left(10 + \frac{1}{1000} \cdot p\right)}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10000} \cdot p + \frac{1}{10 + \frac{1}{1000} \cdot p}} = \frac{100}{3} \cdot \frac{p^2 + 10500 \cdot p + 15000000}{p \cdot (p^2 + 11000 \cdot p + 20000000)}$$

Изображение для тока

$$I_3(p) = \frac{\frac{E}{p} - \Phi_1(p)}{R_3} = \frac{\frac{50}{p} - \frac{100}{3} \cdot \frac{p^2 + 10500 \cdot p + 15000000}{p \cdot (p^2 + 11000 \cdot p + 20000000)}}{10} =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot \frac{p^2 + 12000 \cdot p + 30000000}{p \cdot (p^2 + 11000 \cdot p + 20000000)}$$

Оригинал тока находим по формуле разложения

$$I_3(p) = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_2(p)} \doteq i_3(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^2 \frac{F_1(p_k)}{p_k \cdot F_2'(p_k)} e^{p_k t},$$

где  $p_k$  корни уравнения

$$F_2(p) = 0.$$

Решение уравнения

$$F_2(p) = p^2 + 11000 \cdot p + 20000000 = 0$$

имеет корни

$$p_1 = -2298.4 \text{ 1/c}; \quad p_2 = -8701.6 \text{ 1/c}$$

Находим

$$F_2'(p) = 2 \cdot p + 11000;$$

$$\frac{F_1(0)}{F_2(0)} = \frac{5 \times 10^7}{2 \times 10^7} = 2.5 ;$$

$$\frac{F_1(p_1)}{p_1 \cdot F_2'(p_1)} = \frac{1.284 \times 10^7}{-2298.4 \cdot 6.403 \times 10^3} = -0.872 ;$$

$$\frac{F_1(p_2)}{p_2 \cdot F_2'(p_2)} = \frac{2.164 \times 10^6}{-8701.6 \cdot (-6.403 \times 10^3)} = 0.039 .$$

Закон изменения тока во времени:

$$i_3(t) = 2.5 - 0.872 \cdot e^{-2298.4 \cdot t} + 0.039 \cdot e^{-8701.6 \cdot t} =$$

$$= 2.5 - 0.872 \cdot e^{-\frac{t}{0.4351 \text{ мс}}} + 0.039 \cdot e^{-\frac{t}{0.1149 \text{ мс}}}, A.$$

## Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высш. шк., 1996. – 638 с.
2. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. – М.: Высш. шк. 1987. – 512 с.
3. Основы теории цепей: Учебник для вузов/Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, В.Н. Страхов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
4. Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей/ Под ред. П.А. Ионкина. – М. Высш. шк., 1976. – 544 с.
5. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники/ Под ред. проф. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат. 1982. – 786 с.
6. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высш. шк., 1990. – 544 с.