

**Задача 1.** Для электрической цепи по заданным параметрам и э.д.с. источника определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений по внешнему контуру. Определить показание вольтметра и активную мощность, измеряемую ваттметром.

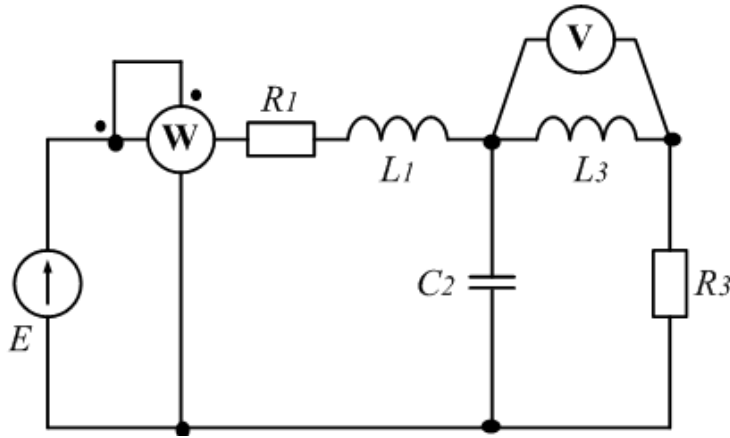


Рис. 1

**Дано:**  $E = 50$  В;  $f = 50$  Гц;  
 $L_1 = 15.9$  мГн;  $C_2 = 637$  мкФ;  $L_3 = 6.37$  мГн;  
 $R_1 = 5$  Ом;  $R_3 = 8$  Ом.

1. Рассчитаем токи во всех ветвях электрической цепи символическим методом.

Для исходной цепи (рис. 1) найдем комплексные сопротивления (рис. 2).

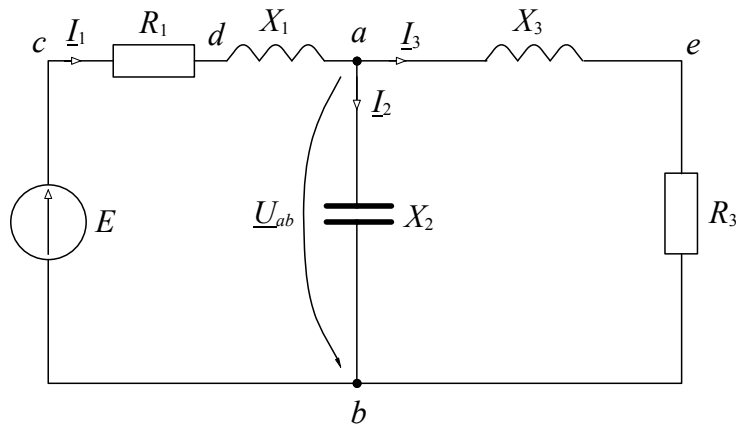


Рис. 2

$$X_1 = 2\pi fL_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.0159 = 5 \text{ Ом};$$

$$X_2 = \frac{1}{2\pi fC_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6.37 \times 10^{-4}} = 5 \text{ Ом};$$

$$X_3 = 2\pi fL_3 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.00637 = 2 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 5 + j5 = 7.07 \cdot e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = -jX_2 = -j5 = 5 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3 = 8 + j2 = 8.25 \cdot e^{j14.0^\circ} \text{ Ом}.$$

Метод узловых потенциалов сводится к методу двух узлов:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \frac{\underline{E}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\frac{50 \cdot e^{j0^\circ}}{7.07 \cdot e^{j45^\circ}}}{\frac{1}{7.07 \cdot e^{j45^\circ}} + \frac{1}{5 \cdot e^{-j90^\circ}} + \frac{1}{8.25 \cdot e^{j14.04^\circ}}} = \\ &= \frac{7.075 \cdot e^{-j45^\circ}}{0.2177 + 0.0707j} = \frac{7.075 \cdot e^{-j45^\circ}}{0.229 \cdot e^{j18^\circ}} = 30.9 \cdot e^{-j63.0^\circ} = 14 - 27.5j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Токи в ветвях цепи:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E} - \underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{50 - (14 - 27.5j)}{7.07 \cdot e^{j45^\circ}} = \frac{45.3 \cdot e^{j37.5^\circ}}{7.07 \cdot e^{j45^\circ}} = 6.41 \cdot e^{-j7.5^\circ} = 6.36 - 0.84j \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{30.9 \cdot e^{-j63.0^\circ}}{5 \cdot e^{-j90^\circ}} = 6.18 \cdot e^{j27.0^\circ} = 5.51 + 2.81j \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_3} = \frac{30.9 \cdot e^{-j63.0^\circ}}{8.25 \cdot e^{j14.0^\circ}} = 3.75 \cdot e^{-j77.0^\circ} = 0.84 - 3.65j \text{ А};$$

Выражения для мгновенных значений токов в ветвях

$$i_1(t) = 6.41\sqrt{2} \sin(\omega t - 7.5^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(t) = 6.18\sqrt{2} \sin(\omega t + 27.0^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = 3.75\sqrt{2} \sin(\omega t - 77.0^\circ) \text{ А}.$$

Напряжение на отдельных участках цепи

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 6.41 \cdot 5 = 32.0 \text{ В};$$

$$U_{L1} = I_1 \cdot X_1 = 6.41 \cdot 5 = 32.0 \text{ В};$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot X_2 = 6.18 \cdot 5 = 30.9 \text{ В};$$

$$U_{L3} = I_3 \cdot X_3 = 3.75 \cdot 2 = 7.5 \text{ В};$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 3.75 \cdot 8 = 30 \text{ В}.$$

2. Строим векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную лучевую диаграмму токов (рис. 3).

Полагаем  $\phi_b = 0$ .

Тогда

$$\phi_a = \phi_b + \underline{U}_{ab} = 0 + (14 - 27.5j) = 14 - 27.5j \text{ В};$$

$$\phi_c = \phi_b + \underline{E} = 0 + 50 = 50 \text{ В};$$

$$\phi_d = \phi_c - \underline{I}_1 \cdot R_1 = 50 - (6.35 - 0.84j) \cdot 5 = 18.3 + 4.2j \text{ В};$$

$$\phi_e = \phi_b + \underline{I}_3 \cdot R_3 = 0 + (0.84 - 3.65j) \cdot 8 = 6.7 - 29.2j \text{ В};$$

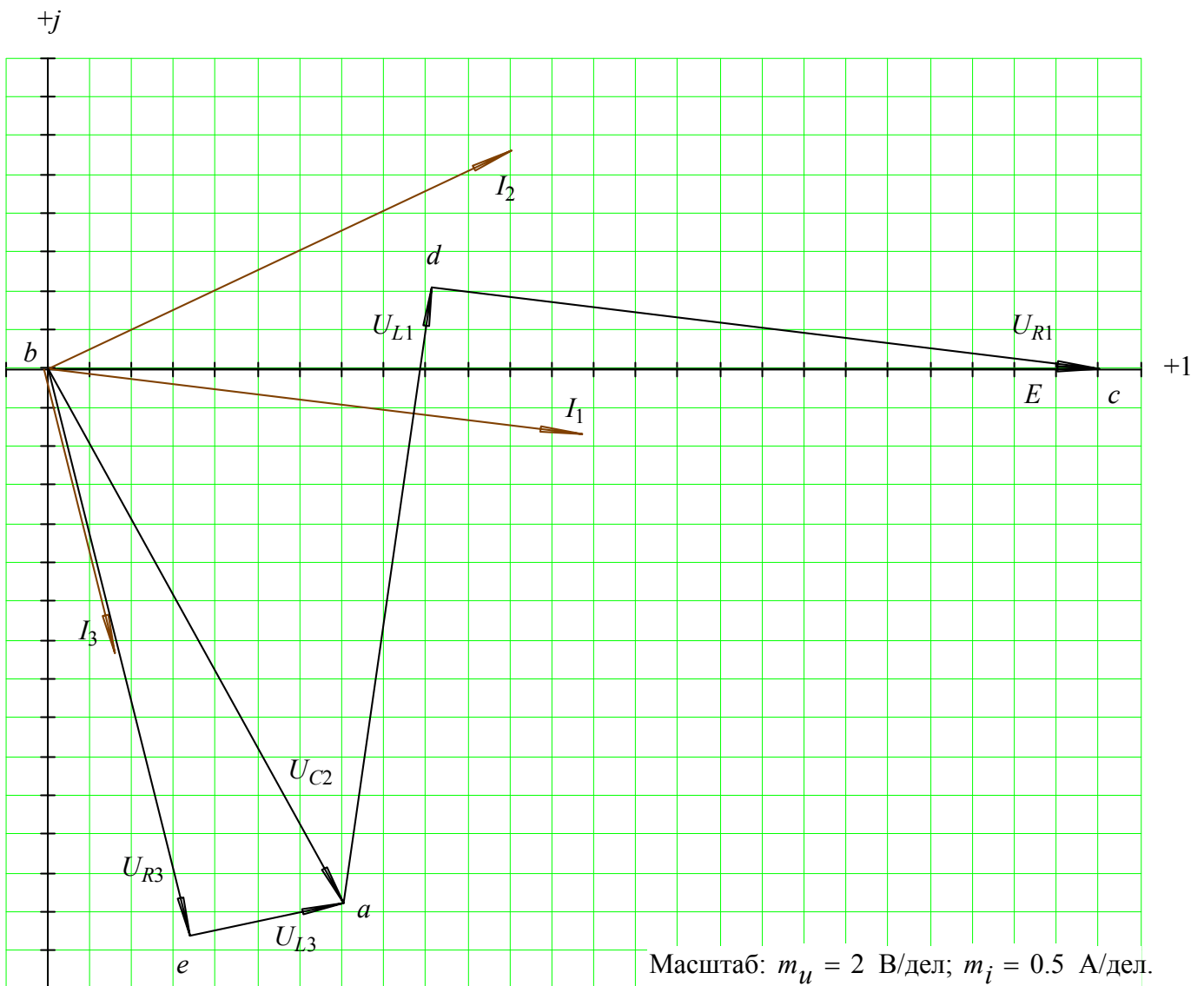


Рис. 3

### 3. Баланс активных и реактивных мощностей. Относительные погрешности расчета.

Мощность источника

$$\tilde{S} = P_{\text{ист}} + jQ_{\text{ист}} = \underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = 50 \cdot (6.35 + 0.84j) = 317.5 + 42.0j \text{ В}\cdot\text{А.}$$

Активная мощность потребителей

$$\begin{aligned} P &= I_1^2 \cdot R_1 + I_3^2 \cdot R_2 = \\ &= 6.41^2 \cdot 5 + 3.75^2 \cdot 8 = 317.9 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность потребителей

$$\begin{aligned} Q &= I_1^2 \cdot X_1 - I_2^2 \cdot X_2 + I_3^2 \cdot X_3 = \\ &= 6.41^2 \cdot 5 - 6.18^2 \cdot 5 + 3.75^2 \cdot 2 = 42.6 \text{ вар.} \end{aligned}$$

Погрешность расчета

$$\delta_{P\%} = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}|}{P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|317.5 - 317.9|}{317.5} \cdot 100 = 0.1 \%$$

$$\delta_{Q\%} = \frac{|Q_{\text{ист}} - Q_{\text{пр}}|}{Q_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{|42 - 42.6|}{42} \cdot 100 = 1 \%$$

### 4. Показания приборов

Показание ваттметра

$$\underline{U}_W = \underline{E} = 50 \cdot e^{j0^\circ} \text{ В;}$$

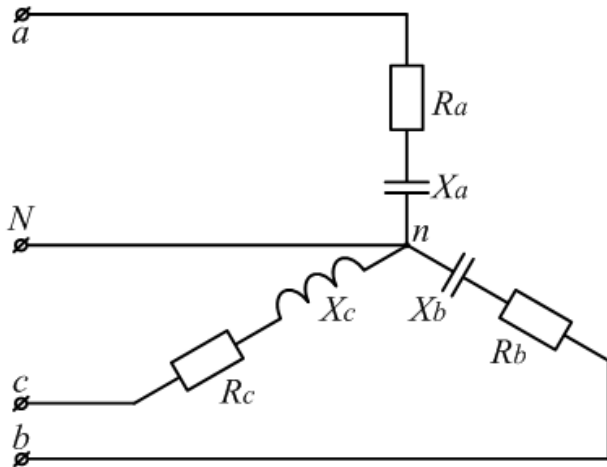
$$\underline{I}_W = \underline{I}_1 = 6.41 \cdot e^{-j7.5^\circ} \text{ А;}$$

$$\begin{aligned} P_W &= U_W \cdot I_W \cdot \cos(\varphi_{U_W} - \varphi_{I_W}) = \\ &= 50 \cdot 6.41 \cdot \cos[0^\circ - (-7.81^\circ)] = 318 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Показание вольтметра

$$U_V = I_3 \cdot X_3 = 3.75 \cdot 2 = 7.5 \text{ В.}$$

**Задача 2.** Для электрической цепи по заданным параметрам и линейному напряжению определить фазные и линейные токи, ток в нейтральном проводе (для четырехпроводной схемы), активную мощность всей цепи и каждой фазы отдельно. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.



Дано:

$$U_{\text{Л}} = 220 \text{ В}$$

$$R_a = 16.8 \text{ Ом}; \quad X_a = 14.2 \text{ Ом};$$

$$R_b = 8 \text{ Ом}; \quad X_b = 6 \text{ Ом};$$

$$R_c = 8 \text{ Ом}; \quad X_c = 4 \text{ Ом}.$$

---


$$I_A, I_B, I_C, I_N, P, Q, S - ?$$

**Решение**

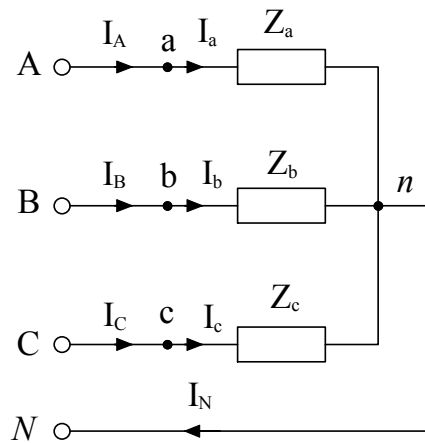


Рис. 1

### 1. Расчет токов в цепи (рис. 1).

#### Комплексы фазных напряжений

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В};$$

$$\dot{U}_A = 127 \cdot e^{j0^\circ} = 127 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = 127 \cdot e^{-j120^\circ} = -63.5 - 110j \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = 127 \cdot e^{j120^\circ} = -63.5 + 110j \text{ В}.$$

## Комплексы сопротивлений

$$\underline{Z}_a = R_a - jX_a = 16.8 - j 14.2 = 22 \cdot e^{-j 40.2^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = R_b - jX_b = 8 - j 6 = 10 \cdot e^{-j 36.87^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = R_c + jX_c = 8 + j 4 = 8.944 \cdot e^{j 26.565^\circ} \text{ Ом}.$$

## Линейные токи (равны фазным токам нагрузки для схемы Y)

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{an}}{\underline{Z}_a} = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{127}{22 \cdot e^{-j 40.2^\circ}} = 5.77 \cdot e^{j 40.2^\circ} = 4.41 + 3.72j \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{bn}}{\underline{Z}_b} = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_b} = \frac{127 \cdot e^{-j 120^\circ}}{10 \cdot e^{-j 36.87^\circ}} = 12.7 \cdot e^{-j 83.13^\circ} = 1.52 - 12.61j \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_{cn}}{\underline{Z}_c} = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_c} = \frac{127 \cdot e^{j 120^\circ}}{8.944 \cdot e^{j 26.565^\circ}} = 14.2 \cdot e^{j 93.43^\circ} = -0.85 + 14.17j \text{ А};$$

Ток в нейтральном проводе

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \\ &= (4.41 + 3.72j) + (1.52 - 12.61j) + (-0.85 + 14.17j) = 5.08 + 5.28j = 7.33 \cdot e^{j 46.18^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

## 2. Мощность трехфазной системы

Комплекс полной мощности источников

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C = (P_A + jQ_A) + (P_B + jQ_B) + (P_C + jQ_C) = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = \\ &= 127 \cdot 5.77 \cdot e^{-j 40.2^\circ} + 127 \cdot e^{-j 120^\circ} \cdot 12.7 \cdot e^{j 83.13^\circ} + 127 \cdot e^{j 120^\circ} \cdot 14.2 \cdot e^{-j 93.43^\circ} = \\ &= (560 - 473j) + (1290 - 968j) + (1613 + 807j) = 3463 - 634j \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Активная, реактивная и полная мощность фаз

$$\underline{S}_A = P_A + jQ_A = 560 - 473j \text{ Вт}; P_A = 560 \text{ Вт}; Q_A = -473 \text{ вар}; S_A = \sqrt{560^2 + (-473)^2} = 733 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_B = P_B + jQ_B = 1290 - 968j \text{ Вт}; P_B = 1290 \text{ Вт}; Q_B = -968 \text{ вар}; S_B = \sqrt{1290^2 + (-968)^2} = 1613 \text{ ВА};$$

$$\underline{S}_C = P_C + jQ_C = 1613 + 807j \text{ Вт}; P_C = 1613 \text{ Вт}; Q_C = 807 \text{ вар}; S_C = \sqrt{1613^2 + 807^2} = 1804 \text{ ВА}.$$

Активная мощность потребителей

$$\begin{aligned} P_{np} &= P_a + P_b + P_c = I_a^2 \cdot R_a + I_b^2 \cdot R_b + I_c^2 \cdot R_c = \\ &= 5.77^2 \cdot 16.8 + 12.7^2 \cdot 8 + 14.2^2 \cdot 8 = \\ &= 559 + 1290 + 1613 = 3462 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность потребителей

$$\begin{aligned} Q_{номр} &= Q_a + Q_b + Q_c = I_a^2 \cdot (-X_a) + I_b^2 \cdot (-X_b) + I_c^2 \cdot X_c = \\ &= 5.77^2 \cdot (-14.2) + 12.7^2 \cdot (-6) + 14.2^2 \cdot 4 = \\ &= (-473) + (-968) + 807 = -634 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Получили баланс активных и реактивных мощностей

$$P_{ист} = P_{номр} = 3.46 \text{ кВт};$$

$$Q_{ист} = Q_{номр} = -0.634 \text{ квар.}$$

### 3. Векторная диаграмма

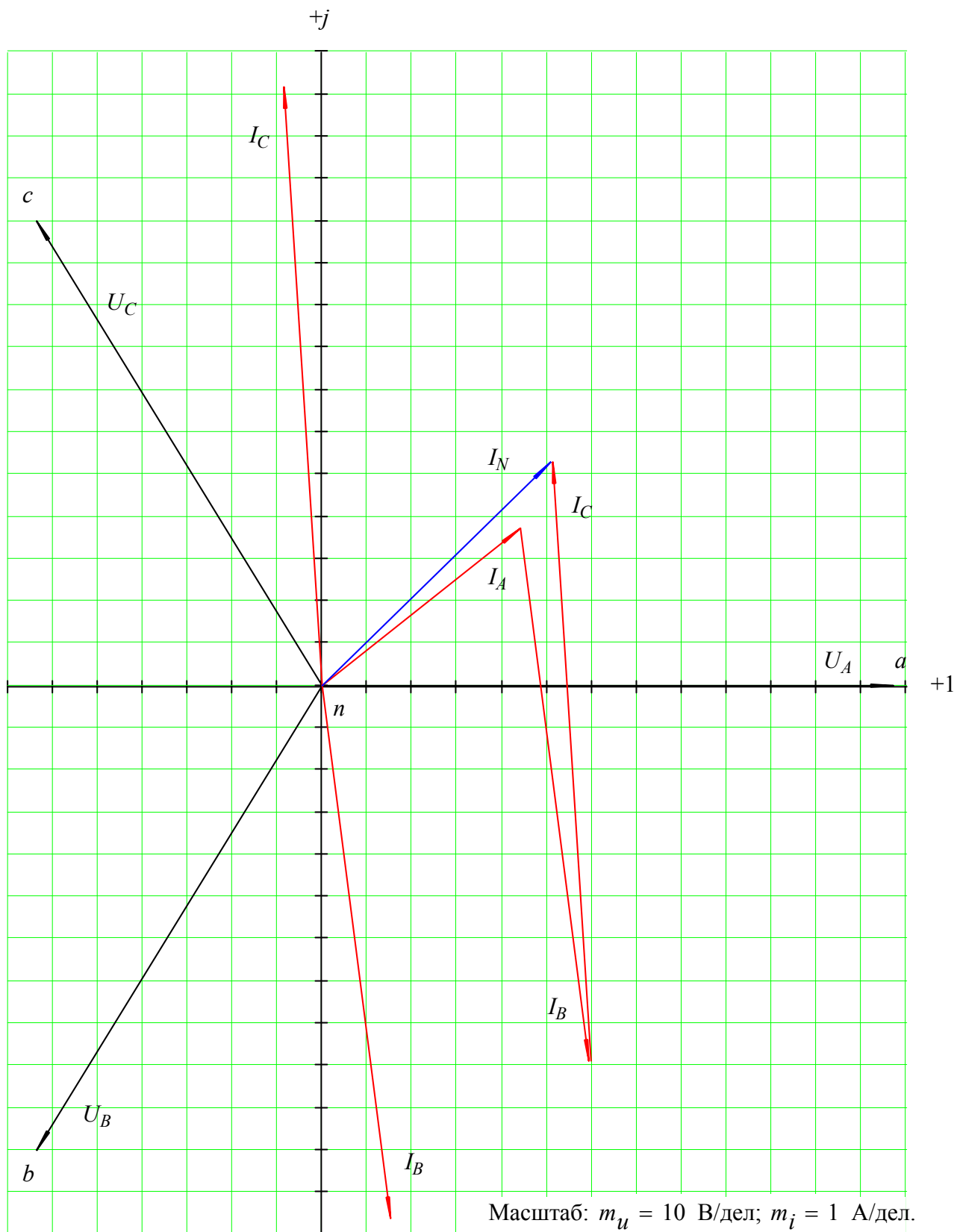


Рис. 2