

# Контрольная работа 1

## Задача 1

### Вариант ( 0 1 )

Для электрической цепи, изображенной на рис. 1.1, определить токи и составить баланс мощностей. Значения сопротивлений и напряжения на зажимах цепи приведены в табл. 1.1.

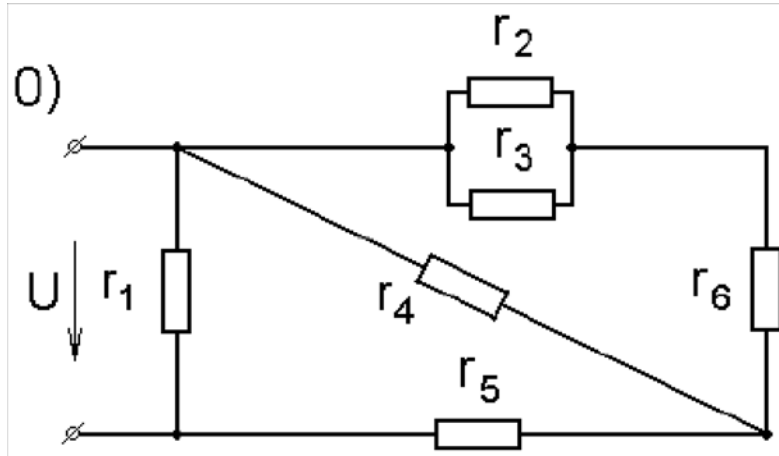


Рис. 1.1

Таблица 1.1

Вариант	$U, \text{В}$	Сопротивление, Ом					
		$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$
1	70	16	15	17	10	9	7

### Решение

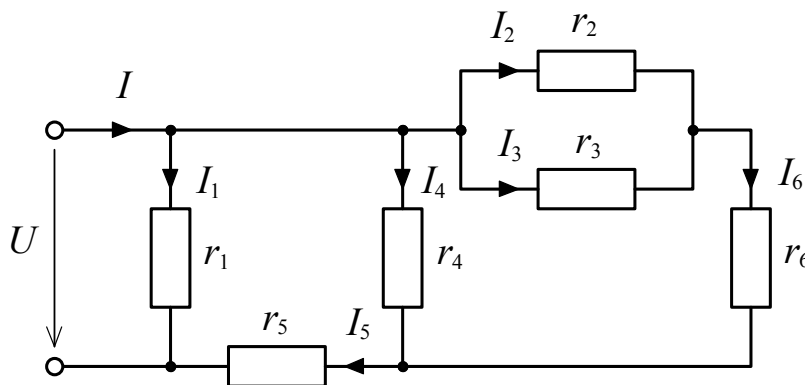
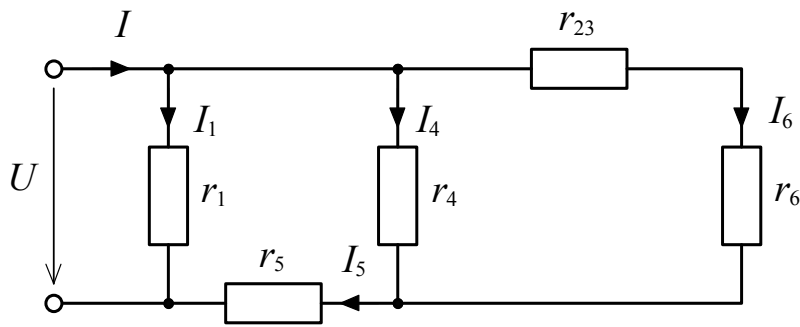


Рис. 1.2

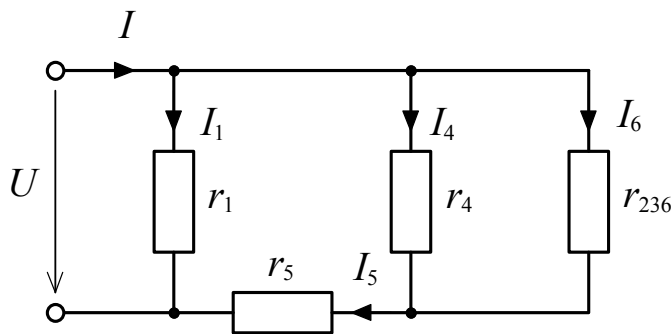
Для заданной цепи выберем направления токов как показано на рис. 1.2.

Выполним эквивалентные преобразования цепи (рис. 1.3 – 1.7)



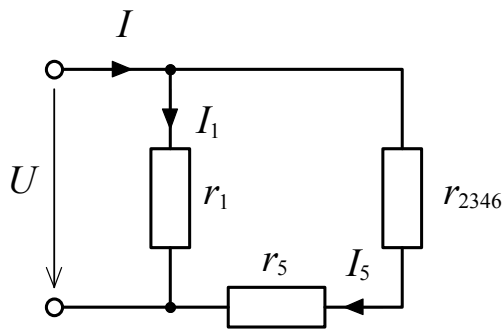
$$r_{23} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} = \frac{15 \cdot 17}{15 + 17} = 7.9688 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.3



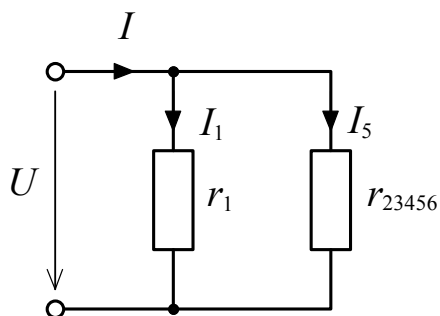
$$r_{236} = r_{23} + r_6 = 7.9688 + 7 = 14.9688 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.4



$$r_{2346} = \frac{r_{236} \cdot r_4}{r_{236} + r_4} = \frac{14.9688 \cdot 10}{14.9688 + 10} = 5.995 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.5



$$r_{23456} = r_{2346} + r_5 = 5.995 + 9 = 14.995 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.6

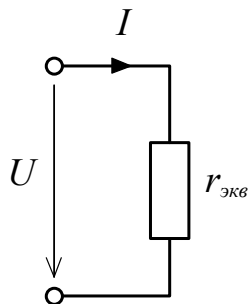


Рис. 1.7

$$r_{\text{экр}} = \frac{r_{23456} \cdot r_1}{r_{23456} + r_1} =$$

$$= \frac{14.995 \cdot 16}{14.995 + 16} = 7.7406 \text{ Ом.}$$

Ток источника напряжения

$$I = \frac{U}{r_{\text{экр}}} = \frac{70}{7.7406} = 9.0432 \text{ А.}$$

Напряжение в первой ветви (рис. 1.6)

$$U_1 = U = 70 \text{ В.}$$

Ток в первой и пятой ветвях (рис. 1.6)

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1} = \frac{70}{16} = 4.375 \text{ А;}$$

$$I_5 = \frac{U}{r_{23456}} = \frac{70}{14.995} = 4.6682 \text{ А.}$$

Напряжение в четвертой и пятой ветвях (рис. 1.4, 1.5)

$$U_5 = I_5 \cdot r_5 = 4.6682 \cdot 9 = 42.014 \text{ В;}$$

$$U_4 = I_5 \cdot r_{2346} = 4.6682 \cdot 5.995 = 27.986 \text{ В.}$$

Ток в четвертой и шестой ветвях (рис. 1.4)

$$I_4 = \frac{U_4}{r_4} = \frac{27.986}{10} = 2.7986 \text{ А;}$$

$$I_6 = \frac{U_4}{r_{236}} = \frac{27.986}{14.9688} = 1.8696 \text{ А.}$$

Напряжение во второй, третьей и шестой ветвях (рис. 1.2, 1.3)

$$U_6 = I_6 \cdot r_6 = 1.8696 \cdot 7 = 13.087 \text{ В;}$$

$$U_2 = U_3 = I_6 \cdot r_{23} = 1.8696 \cdot 7.9688 = 14.898 \text{ В.}$$

Ток в четвертой и шестой ветвях (рис. 1.4)

$$I_2 = \frac{U_2}{r_2} = \frac{14.898}{15} = 0.9932 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{U_3}{r_3} = \frac{14.898}{17} = 0.8764 \text{ A}.$$

Получили

$$\begin{aligned} U &= 70 \text{ В}; & I &= 9.043 \text{ А}; \\ U_1 &= 70 \text{ В}; & I_1 &= 4.375 \text{ А}; \\ U_2 &= 14.90 \text{ В}; & I_2 &= 0.993 \text{ А}; \\ U_3 &= 14.90 \text{ В}; & I_3 &= 0.876 \text{ А}; \\ U_4 &= 27.99 \text{ В}; & I_4 &= 2.799 \text{ А}; \\ U_5 &= 42.01 \text{ В}; & I_5 &= 4.668 \text{ А}; \\ U_6 &= 13.09 \text{ В}; & I_6 &= 1.870 \text{ А}. \end{aligned}$$

Выполним проверку составлением баланса мощностей

Мощность источника энергии

$$P_{ист} = U \cdot I = 70 \cdot 9.043 = 633 \text{ Вт}.$$

Мощность потребителей энергии

$$\begin{aligned} P_{потр} &= U_1 \cdot I_1 + U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3 + U_4 \cdot I_4 + U_5 \cdot I_5 + U_6 \cdot I_6 = \\ &= 70 \cdot 4.375 + 14.90 \cdot 0.993 + 14.90 \cdot 0.876 + 27.99 \cdot 2.799 + 42.01 \cdot 4.668 + 13.09 \cdot 1.87 = 633 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} P_{потр} &= I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_3^2 \cdot r_3 + I_4^2 \cdot r_4 + I_5^2 \cdot r_5 + I_6^2 \cdot r_6 = \\ &= 4.375^2 \cdot 16 + 0.993^2 \cdot 15 + 0.876^2 \cdot 17 + 2.799^2 \cdot 10 + 4.668^2 \cdot 9 + 1.87^2 \cdot 7 = 633 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Получили баланс мощностей

$$P_{ист} = P_{потр} = 633 \text{ Вт}.$$

## Задача 2

### Вариант ( 0 1 )

В однородное магнитное поле помещена катушка (рис. 2.1). Силовые линии поля параллельны оси катушки. Размеры катушки:  $R_1 = 60$  см,  $R_2 = 66$  см.

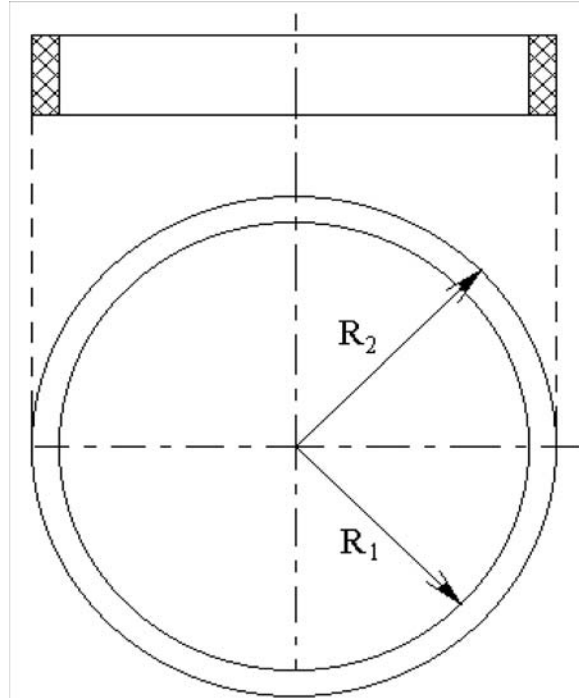


Рис. 2.1

Магнитная индукция  $B$  изменяется во времени по закону, указанному на рис. 2.2.

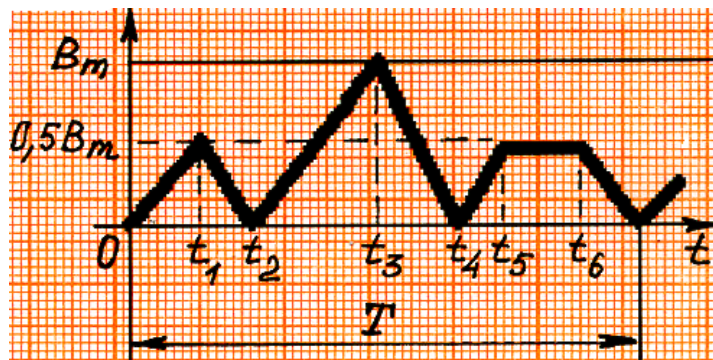


Рис. 2.2

Максимальное значение магнитной индукции  $B_m = 1.9$  Тл, число витков катушки  $\omega = 150$  и время полного цикла изменения магнитной индукции  $T = 0.04$  с.

Необходимо построить график изменения ЭДС  $e(t)$ , индуцируемой в катушке.

## Решение

ЭДС, индуцируемая в катушке, охватывающей изменяющийся во времени магнитный поток, определяется на основе закона электромагнитной индукции по формуле

$$e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = -\omega S \frac{dB}{dt},$$

где

$e$  – ЭДС, В;

$\omega$  – число витков катушки;

$\Phi$  – магнитный поток, охватываемый катушкой, Вб;

$S$  – площадь поперечного сечения катушки, определяемая по среднему радиусу,

$$S = \pi \cdot R_{cp}^2 = \pi \left( \frac{R_1 + R_2}{2} \right)^2 = \pi \left( \frac{0.6 + 0.66}{2} \right)^2 = 1.2469 \text{ м}^2;$$

$B$  – магнитная индукция, Тл;

$t$  – время, с.

Находим

$$\omega S = 150 \cdot 1.2469 = 187.0 \text{ м}^2;$$

$$e(t) = 187 \cdot \frac{dB}{dt} B(t).$$

Период  $T$  (рис. 2.2) разделяем на интервалы, на каждом из которых  $\frac{dB}{dt} = \text{const}$ :

1)  $0 \leq t < t_1$ :

$$t_1 = \frac{3}{24} T = \frac{3}{24} \cdot 0.04 = 0.005 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_1) - B(0)}{t_1 - 0} = \frac{0.95 - 0}{0.005 - 0} = 190 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot 190 = -35.5 \text{ кВ}.$$

2)  $t_1 \leq t < t_2$ :

$$t_2 = \frac{5}{24} T = \frac{5}{24} \cdot 0.04 = 0.008333 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_2) - B(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 0.95}{0.008333 - 0.005} = -285 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot (-285) = 53.3 \text{ кВ}.$$

3)  $t_2 \leq t < t_3$ :

$$t_3 = \frac{11}{24}T = \frac{11}{24} \cdot 0.04 = 0.018333 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_3) - B(t_2)}{t_3 - t_2} = \frac{1.9 - 0}{0.018333 - 0.008333} = 190 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot 190 = -35.5 \text{ кВ}.$$

4)  $t_3 \leq t < t_4$ :

$$t_4 = \frac{15}{24}T = \frac{15}{24} \cdot 0.04 = 0.025 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_4) - B(t_3)}{t_4 - t_3} = \frac{0 - 1.9}{0.025 - 0.018333} = -285 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot (-285) = 53.3 \text{ кВ}.$$

5)  $t_4 \leq t < t_5$ :

$$t_5 = \frac{17}{24}T = \frac{17}{24} \cdot 0.04 = 0.028333 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_5) - B(t_4)}{t_5 - t_4} = \frac{0.95 - 0}{0.028333 - 0.025} = 285 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot 285 = -53.3 \text{ кВ}.$$

6)  $t_5 \leq t < t_6$ :

$$t_6 = \frac{21}{24}T = \frac{21}{24} \cdot 0.04 = 0.035 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t_6) - B(t_5)}{t_6 - t_5} = \frac{0.95 - 0.95}{0.035 - 0.028333} = 0 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot 0 = 0 \text{ кВ}.$$

7)  $t_6 \leq t < t_7$ :

$$t_7 = \frac{24}{24}T = T = 0.04 \text{ с};$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(T) - B(t_6)}{T - t_6} = \frac{0 - 0.95}{0.04 - 0.035} = -190 \text{ Тл/с};$$

$$e = -\omega S \frac{dB}{dt} = -0.187 \cdot (-190) = 35.5 \text{ кВ}.$$

Графики зависимостей  $B(t)$  и  $e(t)$  приведены на рис. 2.3 и рис. 2.4.



$B, \text{Tл}$

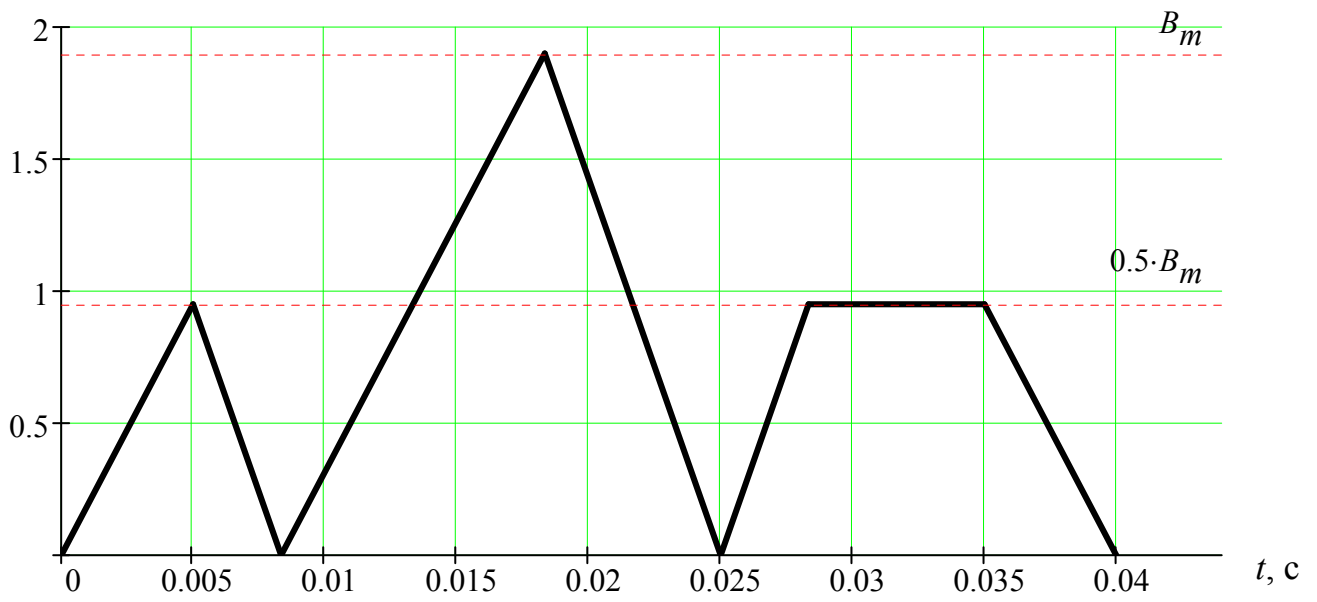


Рис. 2.3

$e(t), \text{кВ}$

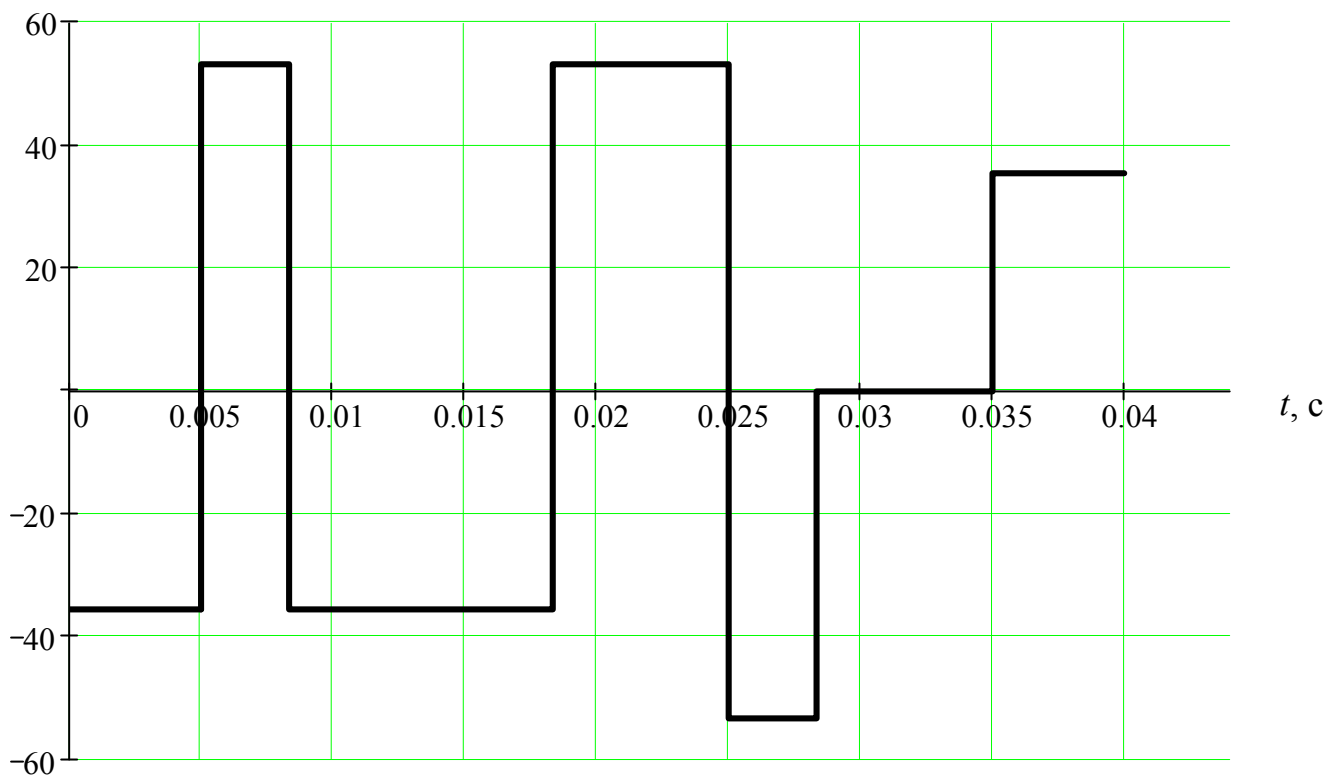


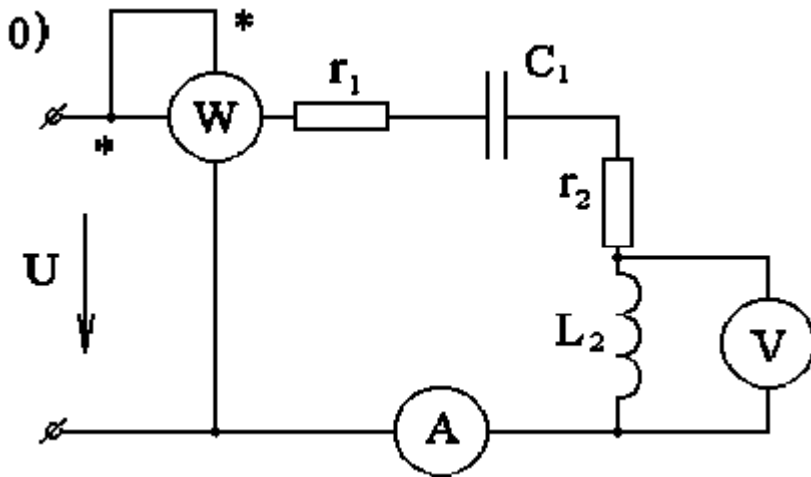
Рис. 2.4

### Задача 3

#### Вариант ( 0 1 )

Напряжение на зажимах цепи, изображенной на рис. 3.1, изменяется по закону

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$



$$U_m = 310 \text{ В};$$

$$\psi_u = 60^\circ;$$

$$r_1 = 2 \text{ Ом};$$

$$x_{C1} = 4 \text{ Ом};$$

$$r_2 = 8 \text{ Ом};$$

$$x_{L2} = 6 \text{ Ом}.$$

Рис. 3.1

Определить показания приборов, указанных на схеме, законы изменения тока в цепи и напряжения на вольтметре; построить векторную диаграмму.

#### Решение

1 Комплекс действующего значения напряжения, приложенного к цепи

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{310}{\sqrt{2}} \cdot e^{j60^\circ} = 109.6 + 189.8j \text{ В}.$$

2 Комплекс полного сопротивления цепи

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= r_1 - jx_{C1} + r_2 + jx_{L2} = \\ &= 2 - j4 + 8 + j6 = 10 + 2j = 10.2 \cdot e^{j11.31^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

3 Комплекс действующего значения тока в цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{219.2 \cdot e^{j60^\circ}}{10.2 \cdot e^{j11.31^\circ}} = 21.495 \cdot e^{j48.69^\circ} = 14.19 + 16.15j \text{ А}.$$

#### 4 Комплекс действующего значения напряжения на вольтметре

$$\dot{U}_V = \dot{I} \cdot jx_{L2} = 21.495 \cdot e^{j 48.69^\circ} \cdot 6 \cdot e^{j 90^\circ} = 129 \cdot e^{j 138.69^\circ} = -97 + 85j \text{ В.}$$

#### 5 Показания приборов

Амперметр

$$\dot{I} = 21.495 \cdot e^{j 48.69^\circ} \text{ А; } I_A = 21.5 \text{ А.}$$

Вольтметр

$$U_V = 129 \text{ В.}$$

Ваттметр

$$\begin{aligned} P_W &= \operatorname{Re} \left( \dot{U}_W \cdot \dot{I}_W^* \right) = \operatorname{Re} \left( \dot{U} \cdot \dot{I}^* \right) = \\ &= \operatorname{Re} \left( 219.2 \cdot e^{j 60^\circ} \cdot 21.495 \cdot e^{-j 48.69^\circ} \right) = 4.62 \times 10^3 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

#### 6 Закон изменения тока в цепи и напряжения на вольтметре (рис. 3.2)

$$\dot{I} = 21.495 \cdot e^{j 48.69^\circ} \text{ А; } i(\omega t) = 21.5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 48.69^\circ) \text{ А;}$$

$$\dot{U}_V = 129 \cdot e^{j 138.69^\circ} \text{ В; } u_V(\omega t) = 129 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 138.69^\circ) \text{ В.}$$

#### 7 Баланс мощностей

Комплекс полной мощности источника

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= S_{\text{ист}} e^{j\varphi} = P_{\text{ист}} + jQ_{\text{ист}} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = \\ &= 219.2 \cdot e^{j 60^\circ} \cdot 21.495 \cdot e^{-j 48.69^\circ} = 4.712 \times 10^3 \cdot e^{j 11.31^\circ} = 4620 + 924j \text{ ВА.} \end{aligned}$$

Активная мощность потребителей энергии

$$P_{\text{номр}} = I^2 \cdot (r_1 + r_2) = 21.495^2 \cdot (2 + 8) = 4620 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность потребителей энергии (характер нагрузки *активно-индуктивный*)

$$Q_{\text{номр}} = I^2 \cdot (x_{L2} - x_{C1}) = 21.495^2 \cdot (6 - 4) = 924 \text{ вар.}$$

Полная мощность потребителей энергии

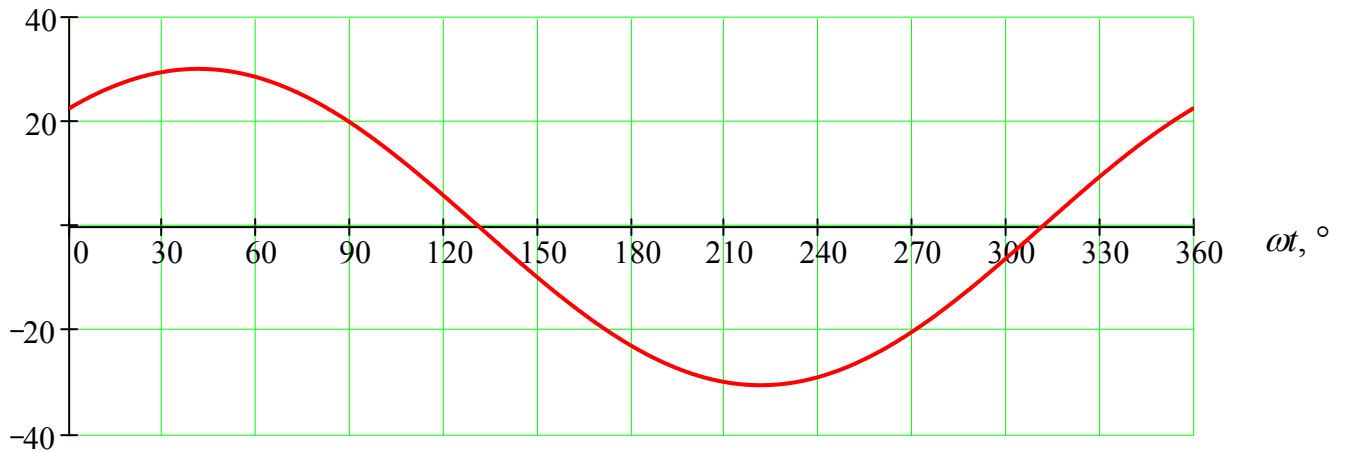
$$S_{\text{номр}} = \sqrt{P_{\text{номр}}^2 + Q_{\text{номр}}^2} = \sqrt{4620^2 + 924^2} = 4711 \text{ ВА.}$$

Получили баланс активных и реактивных мощностей

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{номр}} = 4.62 \text{ кВт;}$$

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{номр}} = 0.924 \text{ квар.}$$

$i(\omega t), \text{A}$



$u_V(\omega t), \text{B}$

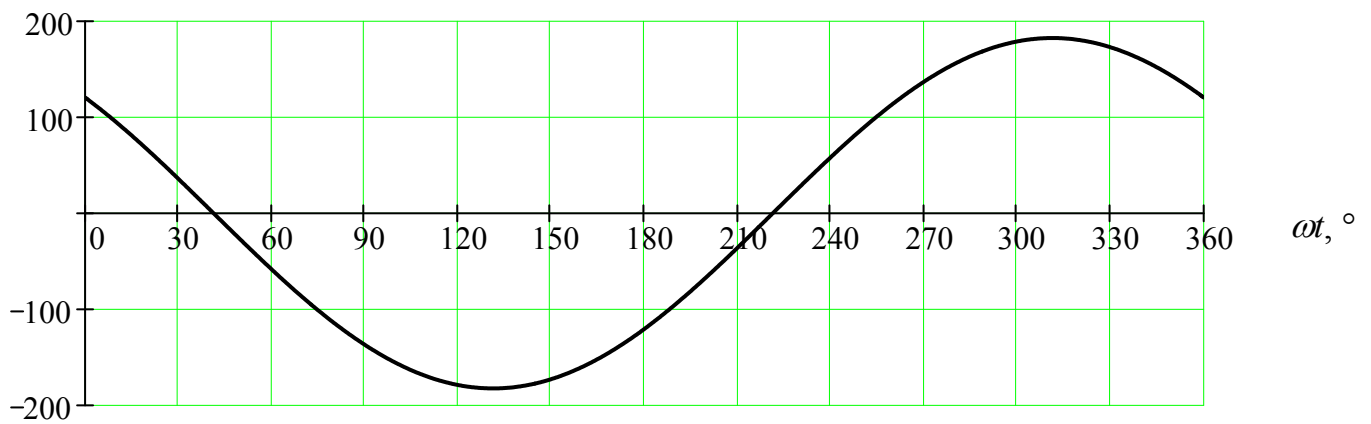


Рис. 3.2

8 Векторная диаграмма представлена на рис. 3.3

$$\dot{U}_{r1} = \dot{I} \cdot r_1 = (14.19 + 16.15j) \cdot 2 = 28 + 32j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C1} = \dot{I} \cdot (-jx_{C1}) = (14.19 + 16.15j) \cdot (-j4) = 65 - 57j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{r2} = \dot{I} \cdot r_2 = (14.19 + 16.15j) \cdot 8 = 114 + 129j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L2} = \dot{I} \cdot jx_{L2} = (14.19 + 16.15j) \cdot j6 = -97 + 85j \text{ В}.$$

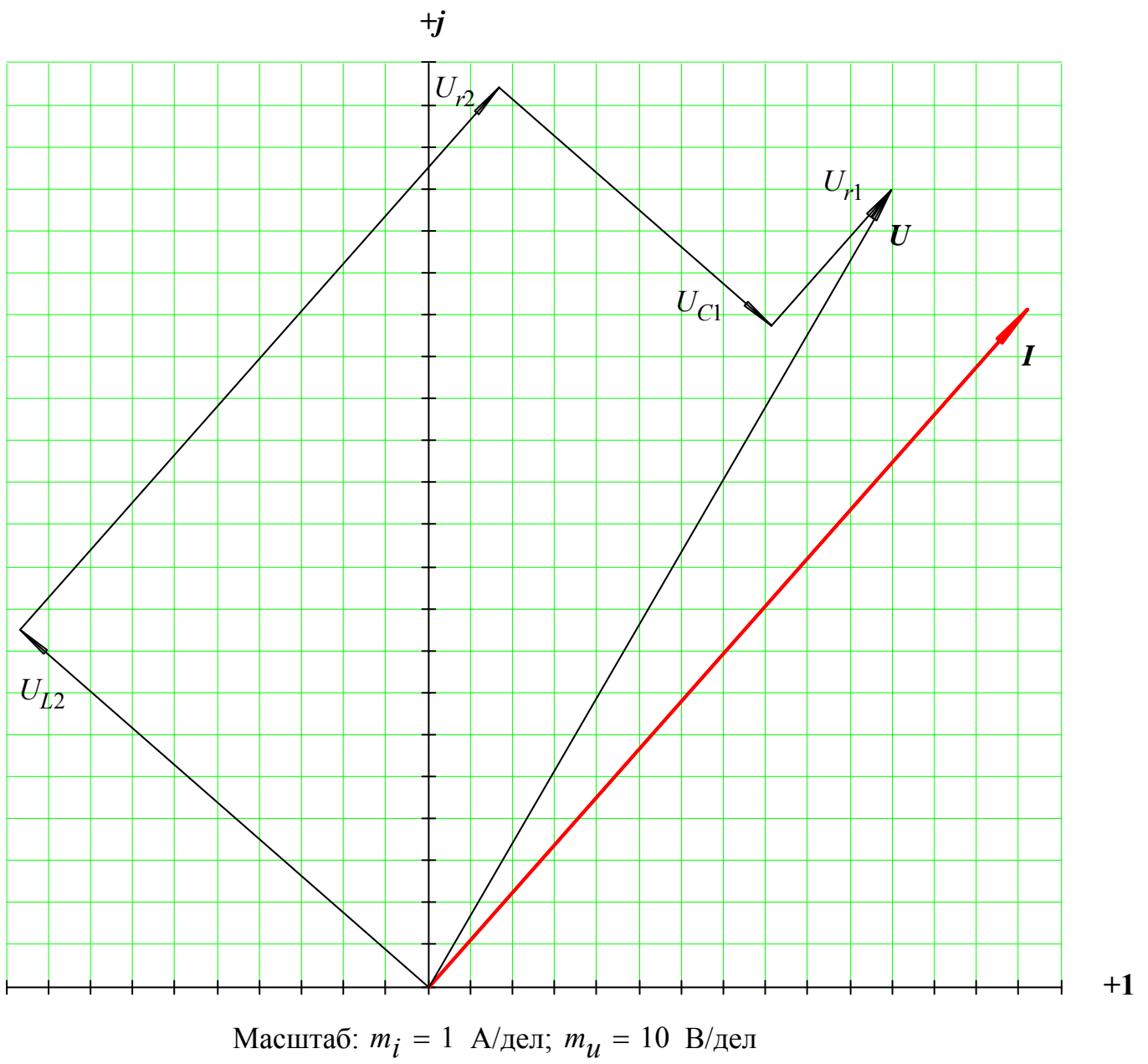


Рис. 3.3

## Контрольная работа 2

### Задача 1

Вариант ( 0 1 )

Для цепи синусоидального переменного тока (рис. 1.1) заданы параметры включенных в нее элементов и действующее значение напряжения на ее зажимах; частота питающего напряжения  $f = 50$  Гц.

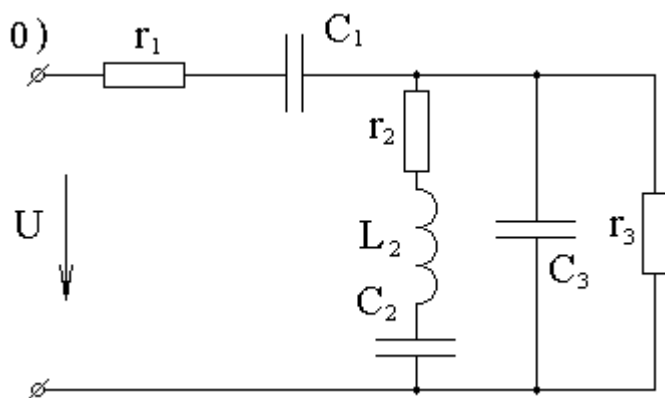


Рис. 1.1

$$\begin{aligned}U &= 220 \text{ В}; \\r_1 &= 12 \text{ Ом}; \\C_1 &= 200 \text{ мкФ}; \\r_2 &= 5 \text{ Ом}; \\L_2 &= 12 \text{ мГн}; \\C_2 &= 200 \text{ мкФ}; \\C_3 &= 250 \text{ мкФ}; \\r_3 &= 8 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Определить действующие значения токов в ветвях и в неразветвленной части цепи комплексным методом; записать выражение для мгновенных значений напряжения на участке цепи с параллельным соединением и токов в ветвях; построить векторную диаграмму, составить баланс мощностей.

### Решение

1 Комплекс действующего значения напряжения, приложенного к цепи

$$\dot{U} = 220e^{j0^\circ} = 220 \text{ В}.$$

2 Реактивные сопротивления

$$\begin{aligned}\omega &= 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314.159 \text{ 1/с}; \\x_{C1} &= \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{314.159 \cdot 2 \times 10^{-4}} = 15.916 \text{ Ом}; \\x_{L2} &= \omega \cdot L_2 = 314.159 \cdot 0.012 = 3.770 \text{ Ом}; \\x_{C2} &= \frac{1}{\omega \cdot C_2} = \frac{1}{314.159 \cdot 2 \times 10^{-4}} = 15.916 \text{ Ом}; \\x_{C3} &= \frac{1}{\omega \cdot C_3} = \frac{1}{314.159 \cdot 2.5 \times 10^{-4}} = 12.732 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

### 3 Комплексы сопротивлений ветвей (рис. 1.2)

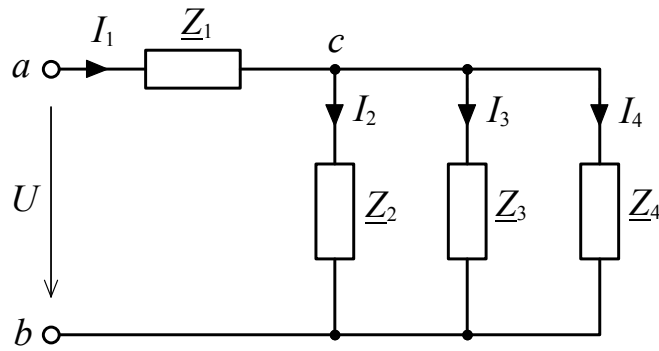


Рис. 1.2

$$\underline{Z}_1 = r_1 - jx_{C1} = 12 - j 15.915 = 19.932 \cdot e^{-j 52.984^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 + j(x_{L2} - x_{C2}) = 5 + j (3.77 - 15.915) = 5 - 12.145j = 13.135 \cdot e^{-j 67.624^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = -jx_{C3} = -j 12.732 = 12.732 \cdot e^{-j 90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_4 = r_3 = 8 = 8 \cdot e^{j 0^\circ} \text{ Ом}.$$

### 4 Комплекс проводимости разветвленного участка цепи

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{cb} &= \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} = \\ &= \frac{1}{13.135 \cdot e^{-j 67.624^\circ}} + \frac{1}{12.732 \cdot e^{-j 90^\circ}} + \frac{1}{8 \cdot e^{j 0^\circ}} = \\ &= (0.02898 + 0.0704j) + (0.07854j) + (0.125) = 0.154 + 0.1489j = \\ &= 0.2142 \cdot e^{j 44.047^\circ} \text{ См}. \end{aligned}$$

### 5 Комплекс сопротивления разветвленного участка цепи

$$\underline{Z}_{cb} = \frac{1}{\underline{Y}_{cb}} = \frac{1}{0.2142 \cdot e^{j 44.047^\circ}} = 4.668 \cdot e^{-j 44.047^\circ} = 3.355 - 3.245j \text{ Ом}.$$

### 6 Комплекс полного сопротивления цепи

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_{ac} + \underline{Z}_{cb} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{cb} = \\ &= (12 - 15.915j) + (3.355 - 3.245j) = 15.355 - 19.16j = 24.55 \cdot e^{-j 51.292^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

7 Комплекс действующего значения тока в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{24.55 \cdot e^{-j 51.292^\circ}} = 8.96 \cdot e^{j 51.292^\circ} = 5.603 + 6.992j \text{ A.}$$

8 Комплексы напряжений участков цепи

$$\dot{U}_{ac} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 8.96 \cdot e^{j 51.292^\circ} \cdot 19.93 \cdot e^{-j 52.984^\circ} = 178.6 \cdot e^{-j 1.692^\circ} = 179 - 5j \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{cb} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{cb} = 8.96 \cdot e^{j 51.292^\circ} \cdot 4.668 \cdot e^{-j 44.047^\circ} = 41.82 \cdot e^{j 7.245^\circ} = 41 + 5j \text{ В.}$$

9 Комплексы действующих значений токов в разветвленной части цепи

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{cb}}{\underline{Z}_2} = \frac{41.82 \cdot e^{j 7.245^\circ}}{13.135 \cdot e^{-j 67.624^\circ}} = 3.18 \cdot e^{j 74.87^\circ} = 0.83 + 3.07j \text{ A;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{cb}}{\underline{Z}_3} = \frac{41.82 \cdot e^{j 7.245^\circ}}{12.73 \cdot e^{-j 90^\circ}} = 3.28 \cdot e^{j 97.25^\circ} = -0.41 + 3.25j \text{ A;}$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{cb}}{\underline{Z}_4} = \frac{41.82 \cdot e^{j 7.245^\circ}}{8 \cdot e^{j 0^\circ}} = 5.23 \cdot e^{j 7.25^\circ} = 5.19 + 0.66j \text{ A.}$$

10 Действующие значения токов в ветвях цепи

$$I_1 = 8.96 \text{ A; } I_2 = 3.18 \text{ A; } I_3 = 3.28 \text{ A; } I_4 = 5.23 \text{ A.}$$

11 Мгновенные значения напряжения на участке цепи с параллельным соединением

$$u_{cb}(t) = 41.8 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 7.25^\circ), \text{ В.}$$

12 Мгновенные значения токов в ветвях цепи

$$i_1(t) = 8.96 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 51.29^\circ), \text{ A;}$$

$$i_2(t) = 3.18 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 74.87^\circ), \text{ A;}$$

$$i_3(t) = 3.28 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 97.25^\circ), \text{ A;}$$

$$i_4(t) = 5.23 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 7.25^\circ), \text{ A.}$$



### 13 Составим баланс активных и реактивных мощностей

Комплекс полной мощности источника

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{ист} &= P_{ист} + jQ_{ист} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = \\ &= 220 \cdot (5.603 - 6.992j) = 1.233 \times 10^3 - 1.538j \times 10^3 \text{ В}\cdot\text{А}.\end{aligned}$$

Мощность источников энергии:

$$\text{активная } P_{ист} = 1.233 \text{ кВт};$$

$$\text{реактивная } Q_{ист} = -1.538 \text{ квар (характер нагрузки активно-емкостной)};$$

$$\text{полная } S_{ист} = \sqrt{1.233^2 + (-1.538)^2} = 1.971 \text{ кВА}.$$

Мощность потребителей энергии

Активная

$$\begin{aligned}P_{потр} &= I_1^2 \cdot r_1 + I_2^2 \cdot r_2 + I_4^2 \cdot r_3 = \\ &= 8.96^2 \cdot 12 + 3.18^2 \cdot 5 + 5.23^2 \cdot 8 = 1.233 \times 10^3 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

Реактивная

$$\begin{aligned}Q_{потр} &= -I_1^2 \cdot x_{C1} + I_2^2 \cdot (x_{L2} - x_{C2}) - I_3^2 \cdot x_{C3} = \\ &= -8.96^2 \cdot 15.915 + 3.18^2 \cdot (-12.146) - 3.28^2 \cdot 12.732 = -1.537 \times 10^3 \text{ вар}.\end{aligned}$$

Получили баланс активных и реактивных мощностей

$$P_{потр} = P_{ист} = 1.233 \text{ кВт};$$

$$Q_{потр} = Q_{ист} = -1.538 \text{ квар}.$$

14 Комплексы напряжений на отдельных элементах цепи

$$\dot{U}_{r1} = \dot{I}_1 \cdot r_1 = (5.6 + 6.99j) \cdot 12 = 67.2 + 83.9j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C1} = \dot{I}_1 \cdot (-jx_{C1}) = (5.6 + 6.99j) \cdot (-j15.915) = 111.2 - 89.1j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{r2} = \dot{I}_2 \cdot r_2 = (0.83 + 3.07j) \cdot 5 = 4.2 + 15.4j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L2} = \dot{I}_2 \cdot (jx_{L2}) = (0.83 + 3.07j) \cdot j3.77 = -11.6 + 3.1j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C2} = \dot{I}_2 \cdot (-jx_{C2}) = (0.83 + 3.07j) \cdot (-j15.915) = 48.9 - 13.2j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C3} = \dot{U}_{r3} = \dot{U}_{cb} = 41.5 + 5.3j \text{ В}.$$

15 Векторная диаграмма представлена на рис. 1.3

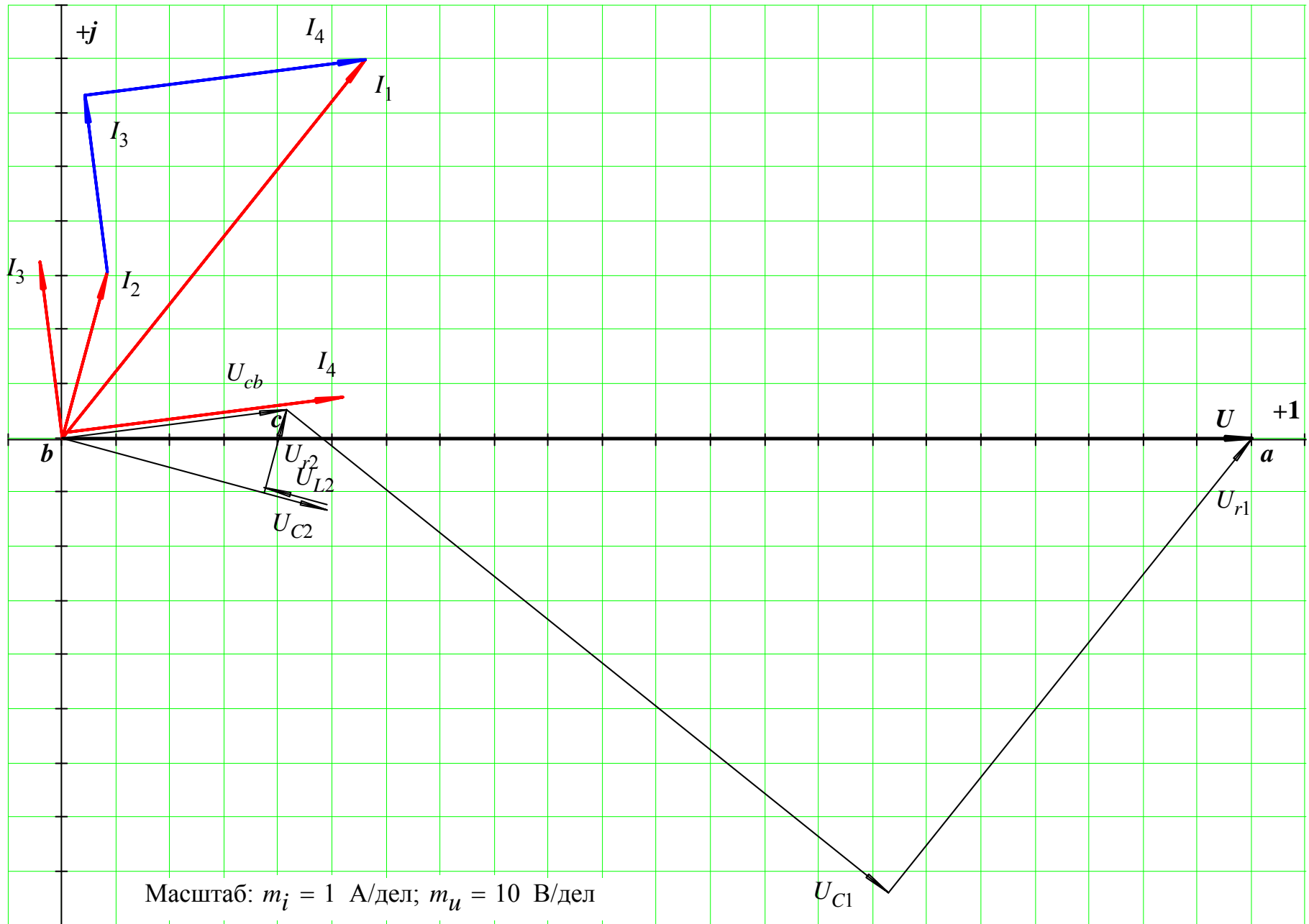


Рис. 1.3

## Задача 2

Шифр ( 0 1 )

К трехфазному источнику с линейным напряжением  $U_L$  подключена цепь, изображенная на рис. 2.1. Значения линейного напряжения  $U_L$ , активных  $r$ , индуктивных  $x_L$  и емкостных  $x_C$  сопротивлений приемников приведены в табл. 2.1.

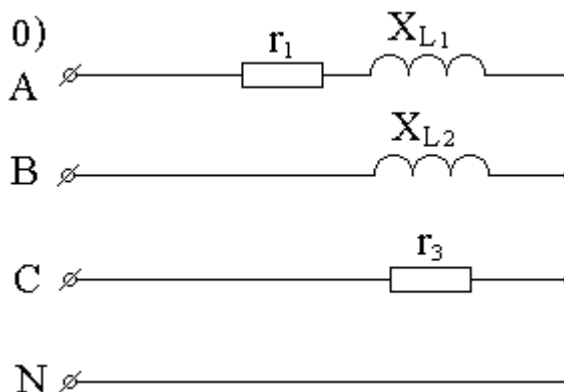


Рис. 2.1

Таблица 2.1 – Исходные данные

Вариант	$U_L, В$	Сопротивления, Ом								
		$r_1$	$x_{L1}$	$x_{C1}$	$r_2$	$x_{L2}$	$x_{C2}$	$r_3$	$x_{L3}$	$x_{C3}$
1	380	6	4	—	—	11	—	3	—	—

Определить токи в линейных и нейтральном проводах, а также активную и реактивную мощности, потребляемые цепью; построить векторную диаграмму.

### Решение

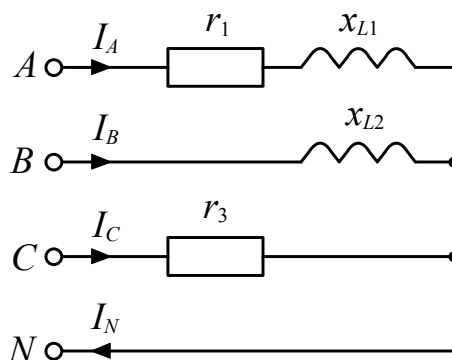


Рис. 2.2 Схема соединения нагрузки "звезда" с нулевым проводом

Комплексы действующих значений фазных напряжений

$$U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_A = 220 \cdot e^{j0^\circ} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = 220 \cdot e^{-j120^\circ} = -110 - 190.5j \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = 220 \cdot e^{j120^\circ} = -110 + 190.5j \text{ В}.$$

Комплексы сопротивлений фаз нагрузки

$$\underline{Z}_A = r_1 + jx_{L1} = 6 + j4 = 7.21 \cdot e^{j33.69^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = jx_{L2} = j11 = 11 \cdot e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = r_3 = 3 = 3 \cdot e^{j0^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексы токов в фазах при соединении нагрузки звездой с нулевым проводом

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{7.211 \cdot e^{j33.69^\circ}} = 30.42 \cdot e^{-j33.69^\circ} = 25.31 - 16.87j \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{11 \cdot e^{j90^\circ}} = 19.94 \cdot e^{j150^\circ} = -17.27 + 9.97j \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220 \cdot e^{j120^\circ}}{3} = 73.13 \cdot e^{j120^\circ} = -36.56 + 63.33j \text{ А}.$$

Комплекс тока в нейтральном проводе

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \\ &= (25.31 - 16.87j) + (-17.27 + 9.97j) + (-36.56 + 63.33j) = -28.52 + 56.43j = \\ &= 63.23 \cdot e^{j116.82^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые цепью:

активная мощность

$$P_{\text{номр}} = I_A^2 \cdot r_1 + I_C^2 \cdot r_3 = 30.42^2 \cdot 6 + 73.13^2 \cdot 3 = 21596 \text{ Вт};$$

реактивная мощность

$$Q_{\text{номр}} = I_A^2 \cdot x_{L1} + I_B^2 \cdot x_{L2} = 30.42^2 \cdot 4 + 19.94^2 \cdot 11 = 8075 \text{ вар}.$$

Комплекс полной мощности трехфазного генератора

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{уст} &= P_{уст} + jQ_{уст} = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = \\ &= 220 \cdot 30.42 \cdot e^{j 33.69^\circ} + 220 \cdot e^{-j 120^\circ} \cdot 19.94 \cdot e^{-j 150^\circ} + 220 \cdot e^{j 120^\circ} \cdot 73.13 \cdot e^{-j 120^\circ} = \\ &= (5543 + 3695j) + (4367j) + (16015) = 21558 + 8062j \text{ ВА.}\end{aligned}$$

Погрешность расчета

$$\delta_{P\%} = \left| \frac{P_{уст} - P_{номр}}{P_{уст}} \right| 100\% = \left| \frac{21558 - 21596}{21558} \right| \cdot 100 = 0.2 \text{ \%};$$

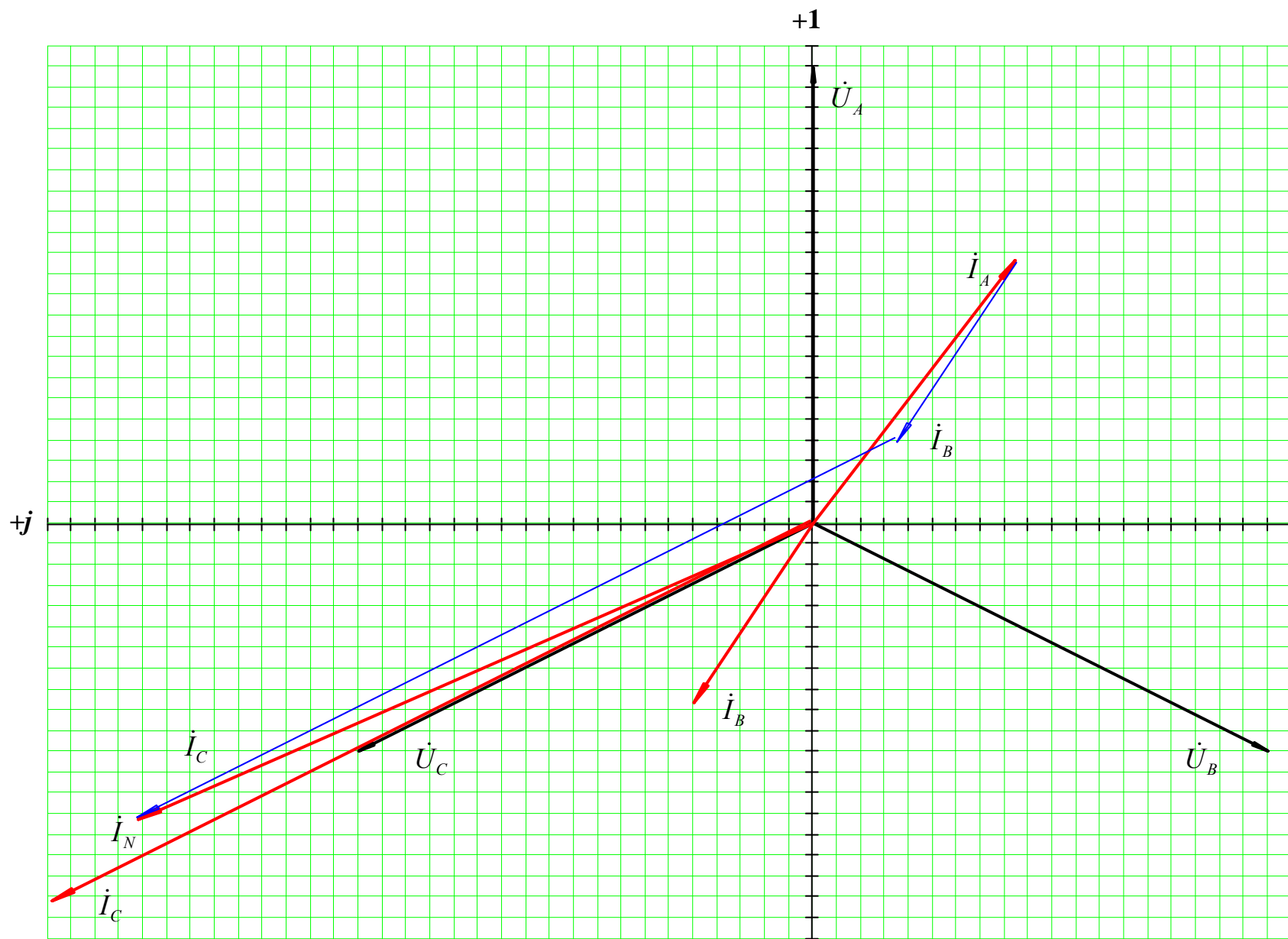
$$\delta_{Q\%} = \left| \frac{Q_{уст} - Q_{номр}}{Q_{уст}} \right| 100\% = \left| \frac{8062 - 8075}{8062} \right| \cdot 100 = 0.2 \text{ \%}.$$

Получили баланс мощностей

$$P_{уст} = P_{номр} = 21.6 \text{ кВт};$$

$$Q_{уст} = Q_{номр} = 8.1 \text{ квар.}$$

Строим векторную диаграмму (рис. 2.3)



Масштаб:  $m_u = 10 \text{ В/дел}$ ;  $m_i = 2 \text{ А/дел}$

Рис. 2.3

### Задача 3

К трехфазному источнику с линейным напряжением  $U_L$  подключена цепь, изображенная на рис. 2.4. Значения линейного напряжения  $U_L$ , активных  $r$ , индуктивных  $x_L$  и емкостных  $x_C$  сопротивлений приемников приведены в табл. 2.1.

Определить фазные и линейные токи, построить топографическую диаграмму напряжений и на ней показать векторы токов.

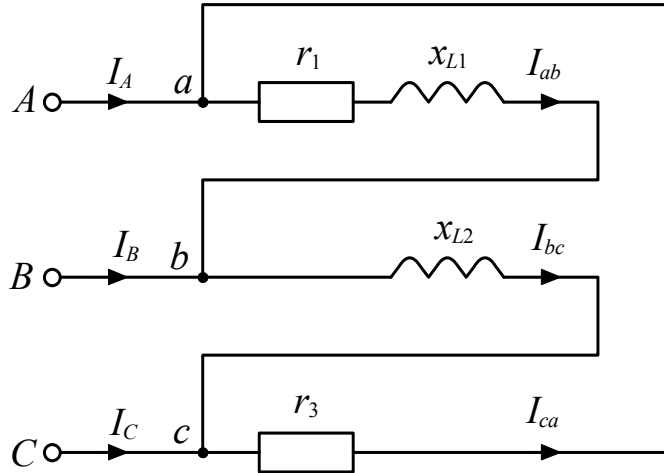


Рис. 2.4 Схема соединения нагрузки "треугольник"

Комплексы действующих значений линейных напряжений

$$\dot{U}_{AB} = 380 \cdot e^{j 30^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = 380 \cdot e^{-j 90^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{CA} = 380 \cdot e^{j 150^\circ} \text{ В}.$$

Комплексы сопротивлений фаз нагрузки

$$\underline{Z}_{ab} = r_1 + jx_{L1} = 6 + j 4 = 7.211 \cdot e^{j 33.69^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{bc} = jx_{L2} = j 11 = 11 \cdot e^{j 90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = r_3 = 3 = 3 \cdot e^{j 0^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплексы токов в фазах

$$\dot{i}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{380 \cdot e^{j 30^\circ}}{7.211 \cdot e^{j 33.69^\circ}} = 52.7 \cdot e^{-j 3.69^\circ} = 52.59 - 3.39j \text{ А};$$

$$\dot{i}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{380 \cdot e^{-j 90^\circ}}{11 \cdot e^{j 90^\circ}} = 34.55 \cdot e^{-j 180^\circ} = -34.55 \text{ А};$$

$$\dot{i}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{380 \cdot e^{j 150^\circ}}{3} = 126.67 \cdot e^{j 150^\circ} = -109.7 + 63.34j \text{ А}.$$



### Комплексы линейных токов

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = (52.59 - 3.39j) - (-109.7 + 63.34j) = 162.3 - 66.7j = 175.5 \cdot e^{-j 22.35^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = (-34.55) - (52.59 - 3.39j) = -87.1 + 3.4j = 87.2 \cdot e^{j 177.77^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (-109.7 + 63.34j) - (-34.55) = -75.2 + 63.3j = 98.3 \cdot e^{j 139.88^\circ} \text{ A}.$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые цепью:

активная мощность

$$P = I_{ab}^2 \cdot r_1 + I_{ca}^2 \cdot r_3 = 52.7^2 \cdot 6 + 126.67^2 \cdot 3 = 6.48 \times 10^4 \text{ Вт};$$

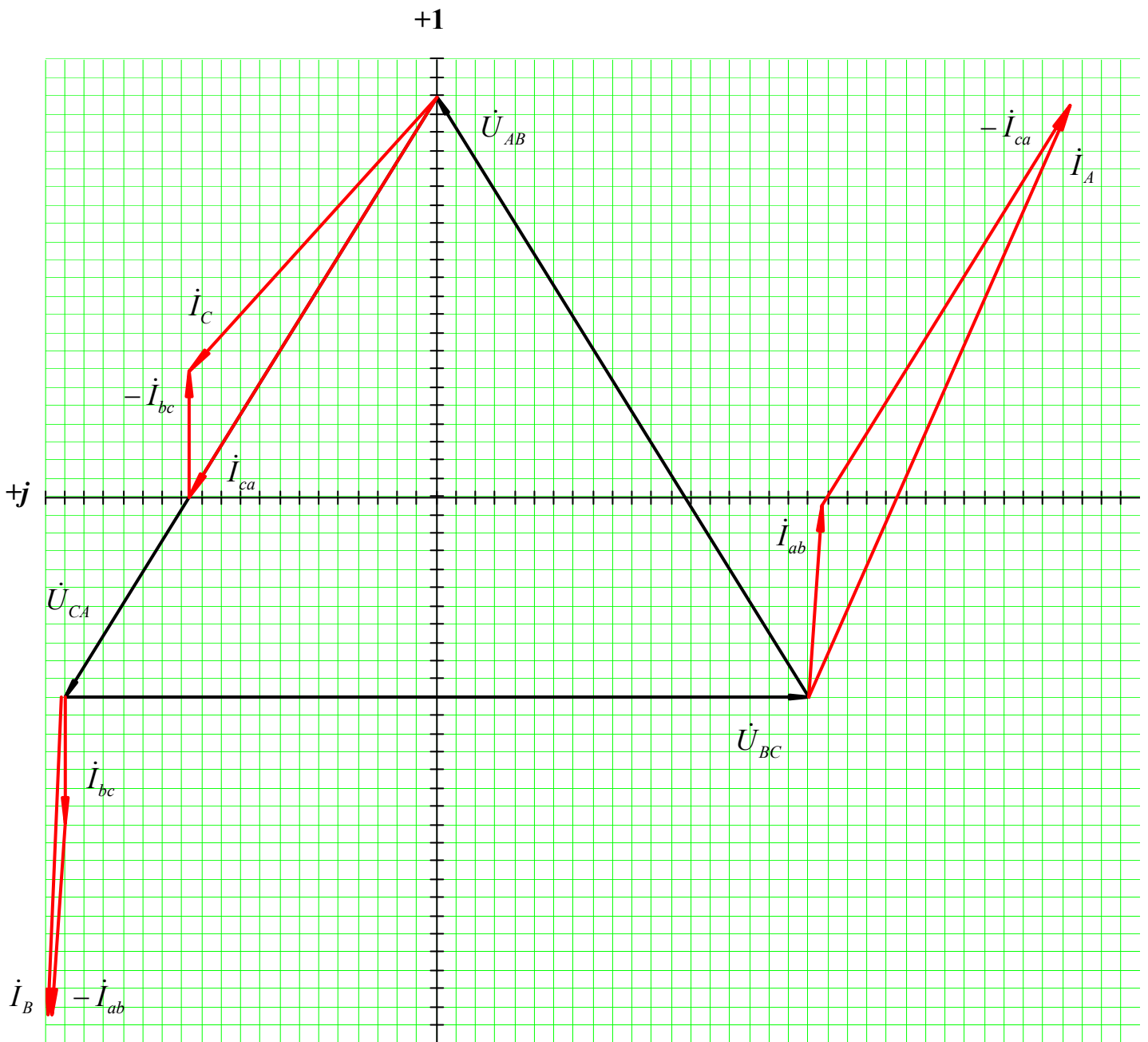
реактивная мощность

$$Q = I_{ab}^2 \cdot x_{L1} + I_{bc}^2 \cdot x_{L2} = 52.7^2 \cdot 4 + 34.55^2 \cdot 11 = 2.42 \times 10^4 \text{ вар}.$$

Комплекс полной мощности трехфазного генератора

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= P + jQ = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = \\ &= 220 \cdot 175.5 \cdot e^{j 22.35^\circ} + 220 \cdot e^{-j 120^\circ} \cdot 87.2 \cdot e^{-j 177.77^\circ} + 220 \cdot e^{j 120^\circ} \cdot 98.3 \cdot e^{-j 139.88^\circ} = \\ &= (35547 + 14615j) + (8898 + 16897j) + (20245 - 7321j) = 6.47 \times 10^4 + 2.42j \times 10^4 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Строим топографическую диаграмму напряжений и на ней показываем векторы токов (рис.2.5).



Масштаб:  $m_u = 10$  В/дел;  $m_i = 5$  А/дел

Рис. 2.5

## Список литературы

Основной:

1. Электротехника. / Под ред. В.С. Пантюшина – М.: Высш. шк., 1976.
2. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. – М.: Академия, 2003.
3. Электротехника. / Под ред. В.Г. Герасимова – М.: Высш. шк., 1983.

Дополнительный:

1. Борисов Б.М., Липатов Д.И. Общая электротехника. – М.: Высш. шк., 1974.
2. Общая электротехника. / Под ред. А.Т. Блажкина. – Л.: Энергия, 1979.
3. Кац А.Я., Шаповалов В.М., Хованских М.Д. Комплексные числа и их применение для расчета электрических цепей синусоидального тока. – Екатеринбург: УрГУПС, 2005.
4. Шаповалов В.М., Хованских М.Д., Азаров Е.Б. Расчет трехфазных цепей синусоидального тока при соединении фаз потребителя звездой. – Екатеринбург: УрГУПС, 2005.
5. Шаповалов В.М., Хованских М.Д. Расчет трехфазных цепей синусоидального тока при соединении фаз потребителя треугольником. – Свердловск : УЭМИИТ, 1988.