

ЗАДАЧА 1

РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта, выполнить следующее:

1. Написать уравнения по законам Кирхгофа (решать полученную систему не требуется).
2. Выполнить расчет токов во всех ветвях методом контурных токов.
3. Проверить правильность решения по второму закону Кирхгофа по двум контурам.
4. Составить баланс мощностей.
5. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура.
6. Определить ток в одной из ветвей (по своему выбору) по методу эквивалентного генератора. Определение токов в цепи после размыкания выбранной ветви выполнить методом узловых потенциалов.

Исходные данные приведены в табл. 1, схема приведена на рис. 1.

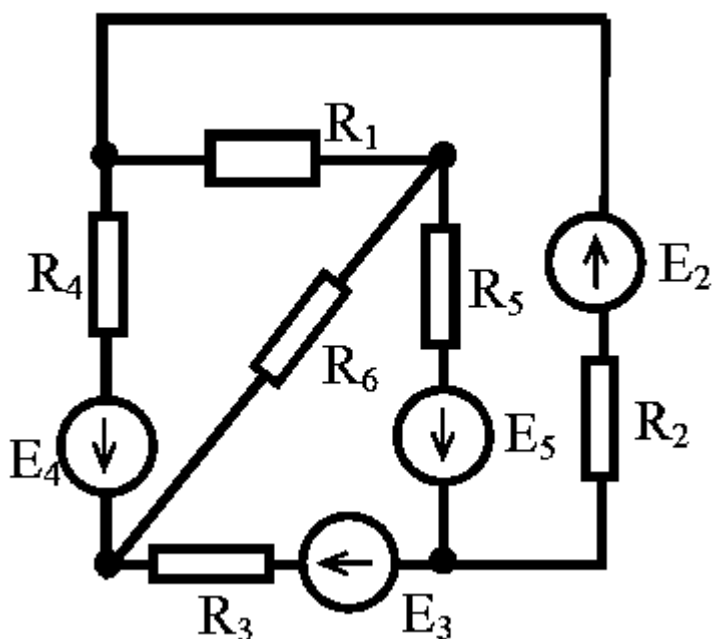


Рис. 1

Таблица 1 – Числовые значения ЭДС и сопротивлений

Номер строки	E_1, B	E_2, B	E_3, B	E_4, B	E_5, B	E_6, B	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
	–	20	60	60	75	–	80	90	6	12	8	15

Решение

1. Запишем систему уравнений для расчета неизвестных токов в ветвях (рис. 2) при помощи законов Кирхгофа.

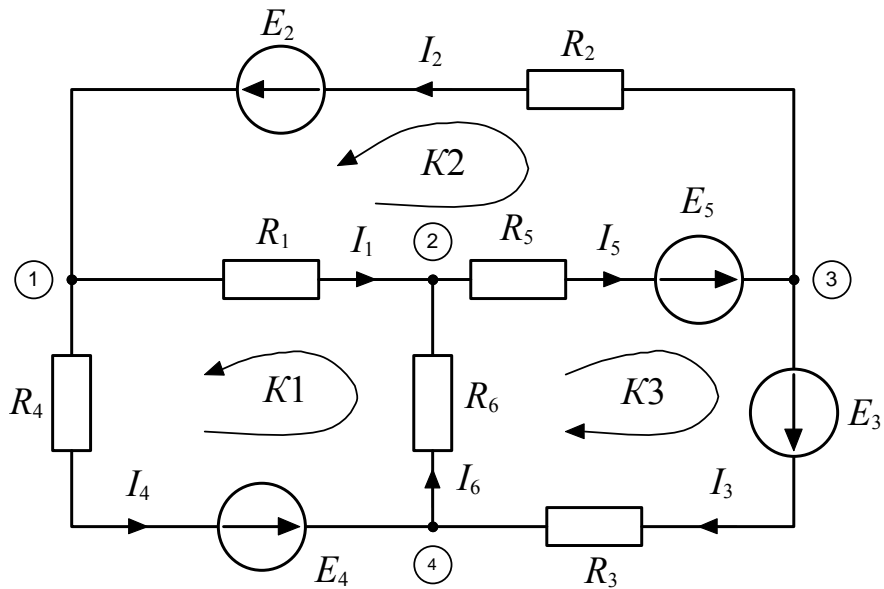


Рис. 2

$y = 4$ - число узлов;
 $\nu = 6$ - число ветвей.

Количество уравнений по первому закону Кирхгофа $n_1 = y - 1 = 3$

Количество уравнений по второму закону Кирхгофа $n_2 = \nu - (y - 1) = 3$

узел 1:	$-I_1 + I_2 - I_4 = 0$	}
узел 2:	$I_1 - I_5 + I_6 = 0$	
узел 3:	$-I_2 - I_3 + I_5 = 0$	
контур 1:	$-I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = E_4$	
контур 2:	$I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 + I_5 \cdot R_5 = E_2 + E_5$	
контур 3:	$I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = E_3 + E_5$	

2. Определим токи во всех ветвях схемы (рис. 3) методом контурных токов.

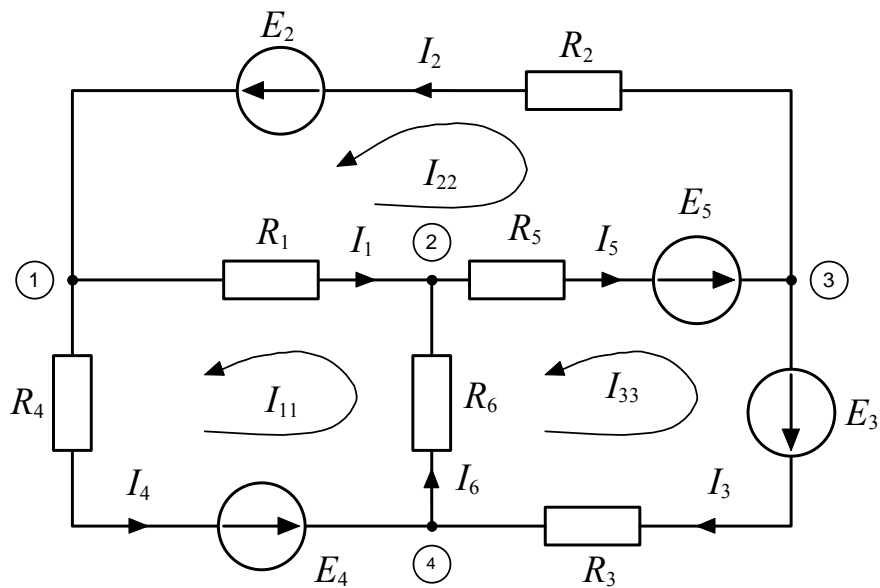


Рис. 3

Система уравнений МКТ

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_4 + R_6) - I_{22}R_1 - I_{33}R_6 = E_4 \\ I_{22}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{11}R_1 - I_{33}R_5 = E_2 + E_5 \\ I_{33}(R_3 + R_5 + R_6) - I_{11}R_6 - I_{22}R_5 = -E_3 - E_5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_4 + R_6)I_{11} & -R_1I_{22} & -R_6I_{33} & = & E_4 \\ -R_1I_{11} & +(R_1 + R_2 + R_5)I_{22} & -R_5I_{33} & = & E_2 + E_5 \\ -R_6I_{11} & -R_5I_{22} & +(R_3 + R_5 + R_6)I_{33} & = & -E_3 - E_5 \end{cases}$$

Решение системы методом определителей

$$\Delta = \begin{vmatrix} 107 & -80 & -15 \\ -80 & 178 & -8 \\ -15 & -8 & 29 \end{vmatrix} = 300636 ;$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 60 & -80 & -15 \\ 95 & 178 & -8 \\ -135 & -8 & 29 \end{vmatrix} = 90830 ;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 107 & 60 & -15 \\ -80 & 95 & -8 \\ -15 & -135 & 29 \end{vmatrix} = 142250 ;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 107 & -80 & 60 \\ -80 & 178 & 95 \\ -15 & -8 & -135 \end{vmatrix} = -1313290 .$$

Контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{90830}{300636} = 0.3021 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{142250}{300636} = 0.4732 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta} = \frac{-1313290}{300636} = -4.3684 \text{ A}.$$

Токи в ветвях цепи

$$I_1 = I_{22} - I_{11} = 0.4732 - 0.3021 = 0.171 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{22} = 0.473 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{33} = -(-4.3684) = 4.368 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} = 0.302 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 0.4732 - (-4.3684) = 4.842 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{11} - I_{33} = 0.302 - (-4.3684) = 4.670 \text{ A}.$$

3. Проверим правильность решения по второму закону Кирхгофа по двум контурам

$$\text{контур 1: } -I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = -0.171 \cdot 80 + 0.302 \cdot 12 + 4.67 \cdot 15 = 60.0 \text{ B},$$

$$E_4 = 60 \text{ B};$$

$$\text{контур 3: } I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = 4.368 \cdot 6 + 4.842 \cdot 8 + 4.67 \cdot 15 = 135 \text{ B},$$

$$E_3 + E_5 = 60 + 75 = 135 \text{ B}.$$

4. Составим баланс мощностей.

Мощность источников энергии

$$P_{ист} = E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + E_5 \cdot I_5 =$$

$$= 20 \cdot 0.473 + 60 \cdot 4.368 + 60 \cdot 0.302 + 75 \cdot 4.842 = 652.8 \text{ Вт}.$$

Мощность потребителей энергии

$$P_{номп} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 =$$

$$= 0.171^2 \cdot 80 + 0.473^2 \cdot 90 + 4.368^2 \cdot 6 + 0.302^2 \cdot 12 + 4.842^2 \cdot 8 + 4.67^2 \cdot 15 = 652.7 \text{ Вт}.$$

Погрешность расчета

$$\delta_{\%} = \frac{|P_{ист} - P_{номп}|}{P_{ист}} \cdot 100\% = \frac{|652.8 - 652.7|}{652.8} \cdot 100 = 0.02 \text{ \%}.$$

5. Построим потенциальную диаграмму (рис. 5) для замкнутого контура "4 - b - 1 - a - 3 - c - 4'" (рис. 4).

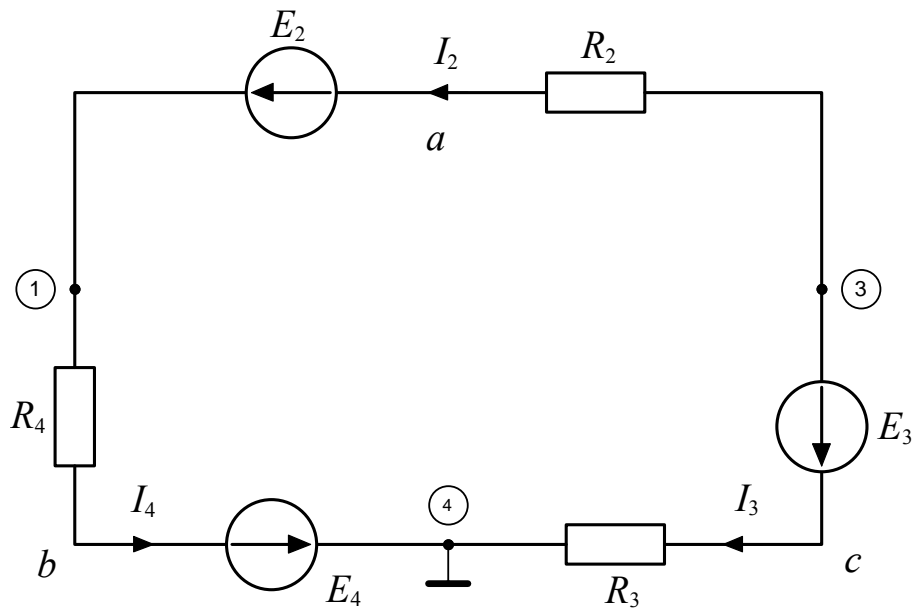


Рис. 4

$$\varphi_4 = 0;$$

$$\varphi_b = \varphi_4 - E_4 = 0 - 60 = -60 \text{ В};$$

$$\varphi_1 = \varphi_b + I_4 R_4 = -60 + 0.302 \cdot 12 = -56.38 \text{ В};$$

$$\varphi_a = \varphi_1 - E_2 = -56.38 - 20 = -76.38 \text{ В};$$

$$\varphi_3 = \varphi_a + I_2 R_2 = -76.38 + 0.473 \cdot 90 = -33.81 \text{ В};$$

$$\varphi_c = \varphi_3 + E_3 = -33.81 + 60 = 26.19 \text{ В};$$

$$\varphi_4' = \varphi_c - I_3 R_3 = 26.19 - 4.368 \cdot 6 = -0.02 \text{ В} = 0.$$

$\varphi, \text{В}$

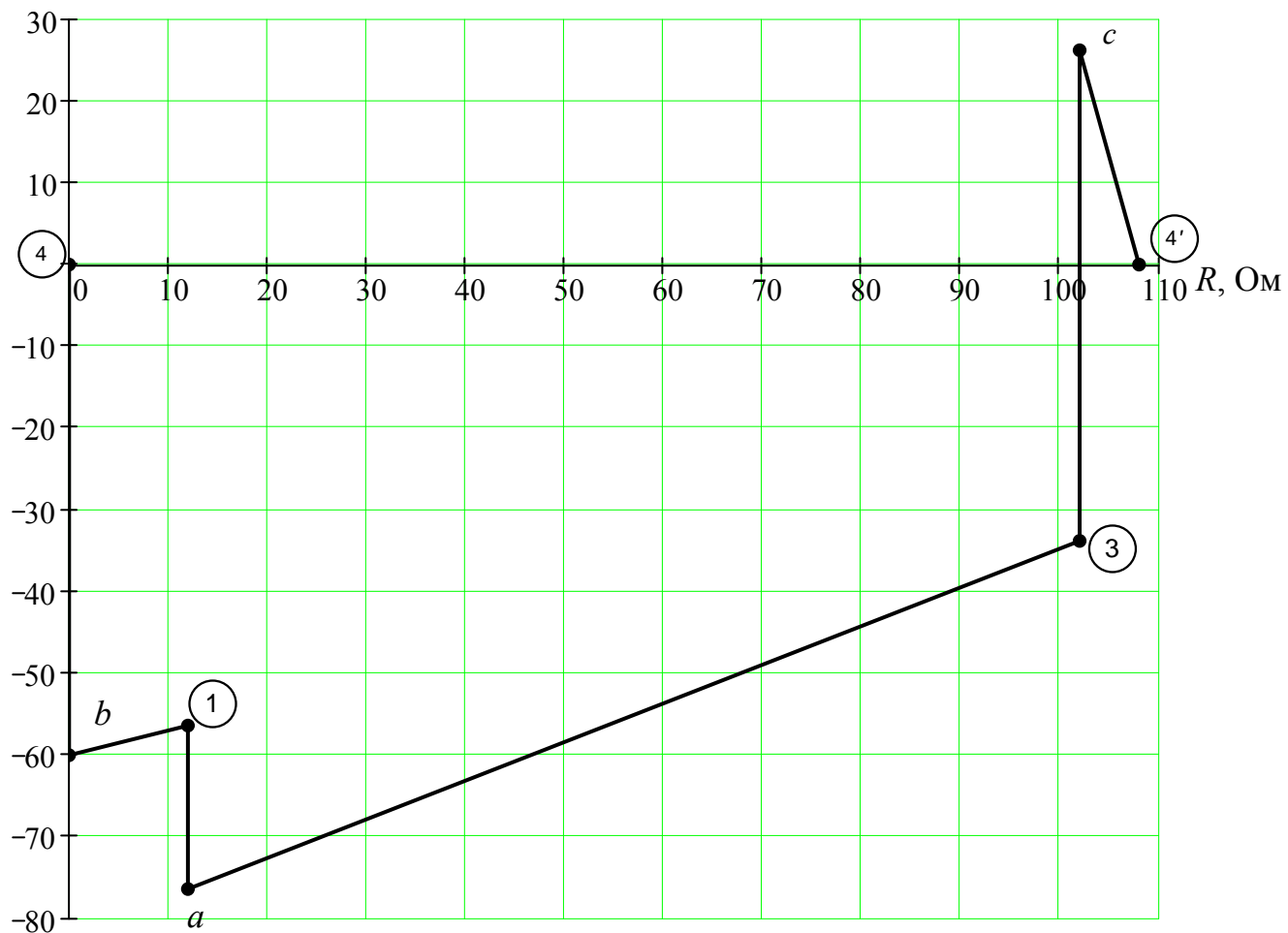


Рис. 5

6. Определим ток во второй ветви (рис. 6) по методу эквивалентного генератора.

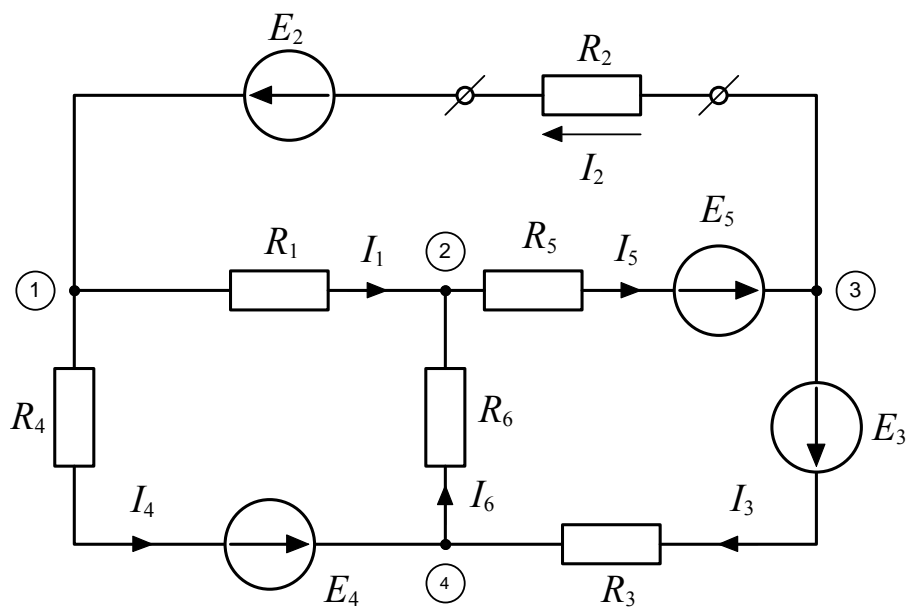


Рис. 6

Применим теорему об эквивалентном генераторе (активном двухполюснике).

6.1. ЭДС эквивалентного генератора (рис. 7).

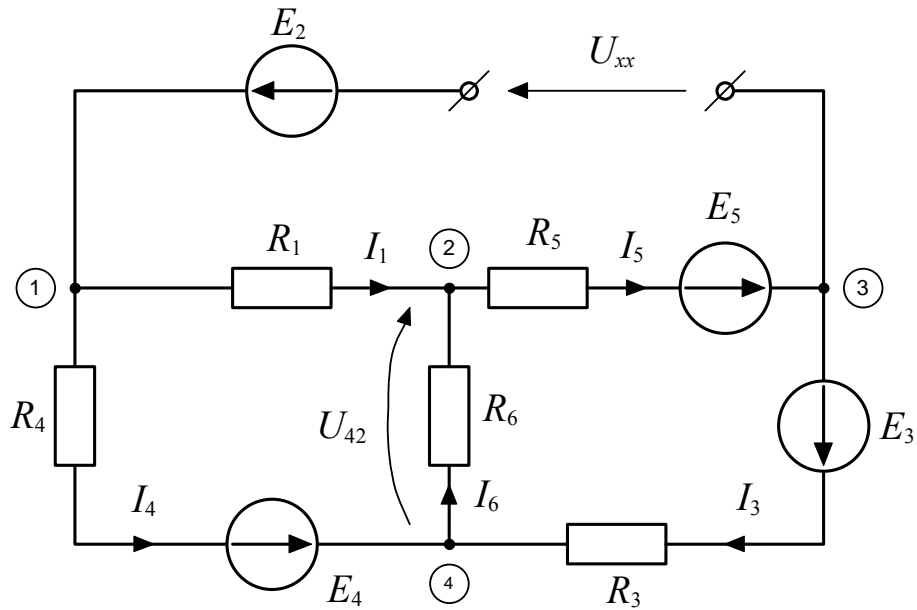


Рис. 7

Для цепи (рис. 7) метод узловых потенциалов сводится к методу двух узлов.
Узловое напряжение

$$U_{42} = \frac{\sum E \cdot Y}{\sum Y} = \frac{\frac{E_4}{R_1 + R_4} + \frac{E_3 + E_5}{R_3 + R_5}}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_3 + R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{\frac{60}{92} + \frac{135}{14}}{\frac{1}{92} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15}} = 69.110 \text{ В.}$$

Токи в ветвях цепи (рис. 7)

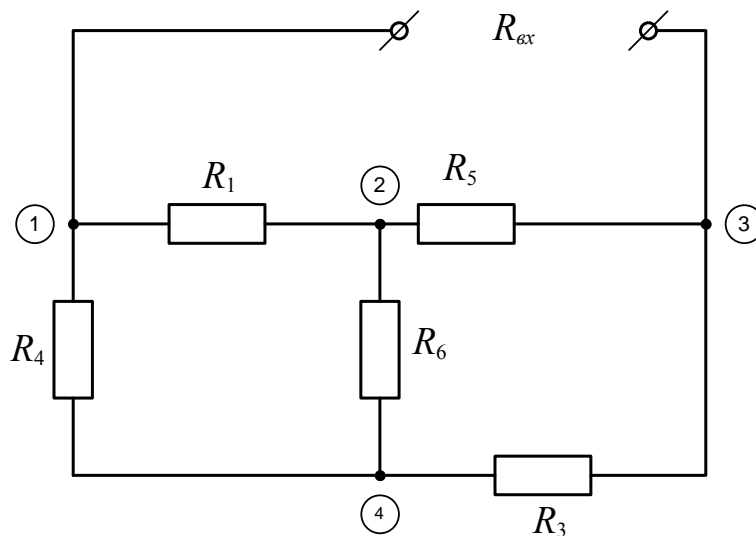
$$I_1 = \frac{U_{42} - E_4}{R_1 + R_4} = \frac{69.110 - 60}{92} = 0.0990 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{E_3 + E_5 - U_{42}}{R_3 + R_5} = \frac{135 - 69.110}{14} = 4.7064 \text{ А.}$$

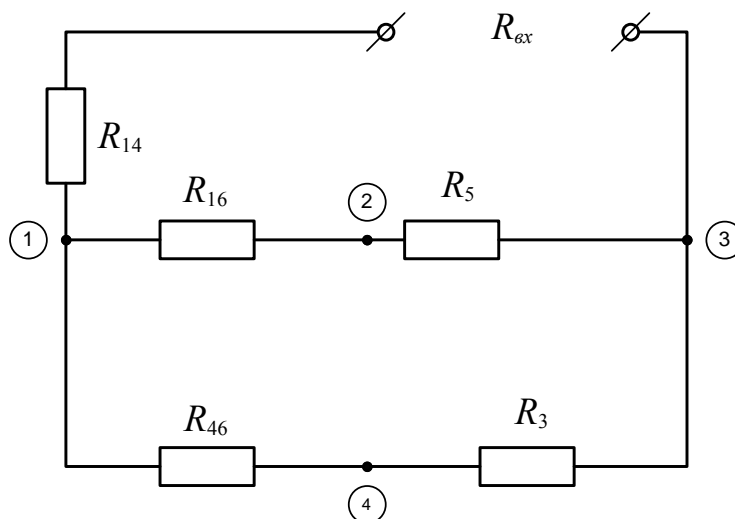
ЭДС эквивалентного генератора

$$E_{\Gamma} = U_{xx} = E_2 + E_5 - I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 = 95 - 0.0990 \cdot 80 - 4.7064 \cdot 8 = 49.43 \text{ В.}$$

6.2. Сопротивление эквивалентного генератора (рис. 8, а) определим, преобразовав "треугольник" сопротивлений R_1, R_4, R_6 в эквивалентную "звезду" R_{14}, R_{16}, R_{46} (рис. 8, б).



а)



б)

Рис. 8

$$R = R_1 + R_4 + R_6 = 80 + 12 + 15 = 107 \text{ Ом};$$

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R} = \frac{80 \cdot 12}{107} = 8.972 \text{ Ом};$$

$$R_{16} = \frac{R_1 \cdot R_6}{R} = \frac{80 \cdot 15}{107} = 11.215 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R} = \frac{12 \cdot 15}{107} = 1.682 \text{ Ом}.$$

Сопротивление эквивалентного генератора

$$R_{\Gamma} = R_{\text{ex}} = R_{14} + \frac{(R_5 + R_{16}) \cdot (R_3 + R_{46})}{(R_5 + R_{16}) + (R_3 + R_{46})} =$$
$$= 8.972 + \frac{(8 + 11.215) \cdot (6 + 1.682)}{(8 + 11.215) + (6 + 1.682)} = 14.460 \text{ Ом.}$$

Ток I_2 по методу эквивалентного генератора (рис. 9)

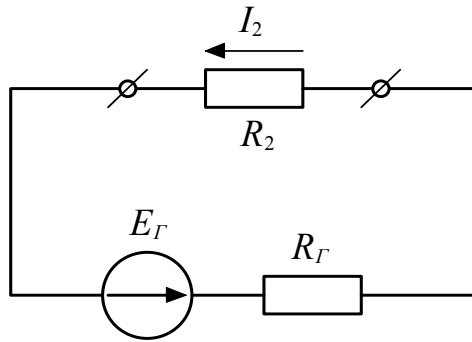


Рис. 9

$$I_2 = \frac{E_{\Gamma}}{R_2 + R_{\Gamma}} = \frac{49.43}{90 + 14.460} = 0.473 \text{ А.}$$

ЗАДАЧА 2

РАСЧЕТ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

Для электрической цепи (рис. 1) заданы параметры цепи (табл. 1) и напряжение на входе цепи

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi).$$

Требуется:

1. Определить токи и напряжения на всех участках цепи символическим способом.
2. Записать выражения для мгновенных значений всех токов и напряжений.
3. Сделать проверку правильности решения по законам Кирхгофа для момента времени $t = 0$.
4. Составить баланс активных и реактивных мощностей.
5. Построить волновые диаграммы напряжения, тока и мощности на входе цепи.
6. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

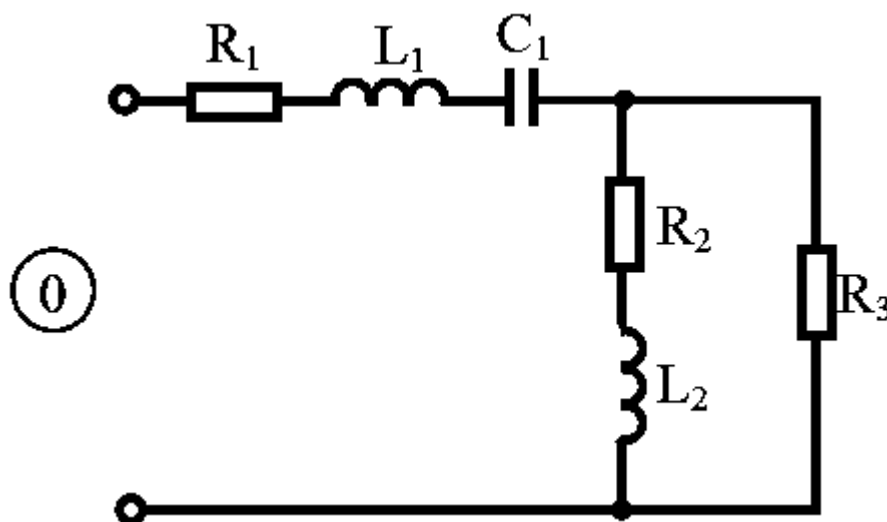


Рис. 1

Таблица 1 – Параметры электрической цепи

Номер строки	$R_1,$ <i>Ом</i>	$L_1,$ <i>мГн</i>	$C_1,$ <i>мкФ</i>	$R_2,$ <i>Ом</i>	$L_2,$ <i>мГн</i>	$C_2,$ <i>мкФ</i>	$R_3,$ <i>Ом</i>	$L_3,$ <i>мГн</i>	$C_3,$ <i>мкФ</i>	$U_m,$ <i>В</i>	$\psi_U,$ <i>рад</i>	$f,$ <i>Гц</i>
2	15	25	125	12	80	500	8	10	200	$50\sqrt{2}$	$\pi / 4$	50

Решение

1. Определим действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи (рис. 2) символическим способом.

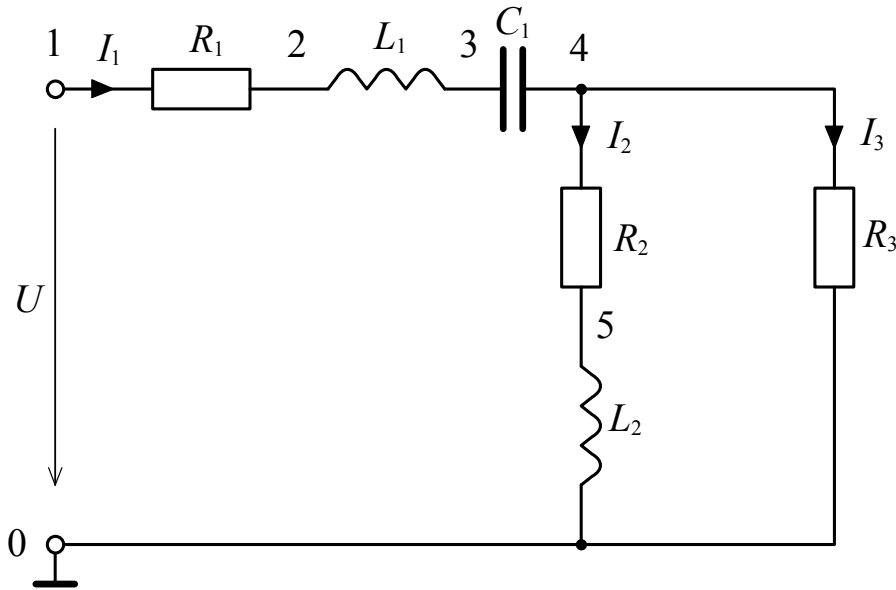


Рис. 2

Комплексы сопротивлений

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314.159 \text{ 1/c};$$

$$x_{L1} = \omega \cdot L_1 = 314.159 \cdot 0.025 = 7.854 \text{ Ом};$$

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{314.159 \cdot 1.25 \times 10^{-4}} = 25.465 \text{ Ом};$$

$$x_{L2} = \omega \cdot L_2 = 314.159 \cdot 0.08 = 25.133 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = r_1 + j(x_{L1} - X_{C1}) = 15 + j \cdot (7.854 - 25.465) = 15 - 17.61j = 23.13 \cdot e^{-j 49.58^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 + jX_{L2} = 12 + j 25.13 = 27.85 \cdot e^{j 64.48^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = r_3 = 8 \text{ Ом}.$$

Комплекс полного сопротивления цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \\ &= (15 - 17.61j) + \frac{27.85 \cdot e^{j 64.48^\circ} \cdot 8}{(12 + j 25.13) + 12} = \\ &= (15 - 17.61j) + \frac{27.85 \cdot e^{j 64.48^\circ} \cdot 8}{32.12 \cdot e^{j 51.49^\circ}} = 21.76 - 16.05j = 27.04 \cdot e^{-j 36.42^\circ} \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Действующие значения токов

$$\begin{aligned}\dot{U} &= 50 \cdot e^{j 45^\circ} \text{ В;} \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{50 \cdot e^{j 45^\circ}}{27.04 \cdot e^{-j 36.42^\circ}} = 1.849 \cdot e^{j 81.42^\circ} = 0.276 + 1.828j \text{ А;} \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 1.849 \cdot e^{j 81.42^\circ} \cdot \frac{8}{32.12 \cdot e^{j 51.49^\circ}} = 0.461 \cdot e^{j 29.93^\circ} = 0.400 + 0.230j \text{ А;} \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = (0.276 + 1.828j) - (0.4 + 0.23j) = -0.124 + 1.598j = 1.603 \cdot e^{j 94.4^\circ} \text{ А.}\end{aligned}$$

Действующие значения напряжений в ветвях

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 1.849 \cdot e^{j 81.42^\circ} \cdot 23.13 \cdot e^{-j 49.58^\circ} = 42.8 \cdot e^{j 31.84^\circ} = 36.4 + 22.6j \text{ В;} \\ \dot{U}_2 &= \dot{U}_3 = \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 = 1.603 \cdot e^{j 94.4^\circ} \cdot 8 = 12.8 \cdot e^{j 94.4^\circ} = -1 + 12.8j \text{ В.}\end{aligned}$$

Действующие значения напряжений на отдельных участках цепи

$$\begin{aligned}\dot{U}_{R1} &= \dot{I}_1 \cdot R_1 = (0.276 + 1.828j) \cdot 15 = 4.1 + 27.4j = 27.7 \cdot e^{j 81.42^\circ} \text{ В;} \\ \dot{U}_{L1} &= \dot{I}_1 \cdot jx_{L1} = (0.276 + 1.828j) \cdot j 7.85 = -14.3 + 2.2j = 14.5 \cdot e^{j 171.42^\circ} \text{ В;} \\ \dot{U}_{C1} &= \dot{I}_1 \cdot (-jx_{C1}) = (0.276 + 1.828j) \cdot (-j 25.46) = 46.5 - 7j = 47.1 \cdot e^{-j 8.58^\circ} \text{ В;} \\ \dot{U}_{R2} &= \dot{I}_2 \cdot R_2 = (0.4 + 0.23j) \cdot 12 = 4.8 + 2.76j = 5.5 \cdot e^{j 29.93^\circ} \text{ В;} \\ \dot{U}_{L2} &= \dot{I}_2 \cdot jx_{L2} = (0.4 + 0.23j) \cdot j 25.13 = -5.78 + 10.05j = 11.6 \cdot e^{j 119.93^\circ} \text{ В;} \\ \dot{U}_{R3} &= \dot{I}_3 \cdot R_3 = (-0.124 + 1.598j) \cdot 8 = -1 + 12.8j = 12.8 \cdot e^{j 94.4^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

2. Запишем выражения для мгновенных значений всех токов и напряжений.

$$u(t) = 50 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 45^\circ), \text{ В};$$

$$i_1(t) = 1.849 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 81.42^\circ), \text{ А};$$

$$i_2(t) = 0.461 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 29.93^\circ), \text{ А};$$

$$i_3(t) = 1.603 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 94.4^\circ), \text{ А};$$

$$u_{R1}(t) = 27.7 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 81.4^\circ), \text{ В};$$

$$u_{L1}(t) = 14.5 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 171.4^\circ), \text{ В};$$

$$u_{C1}(t) = 47.1 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 8.6^\circ), \text{ В};$$

$$u_{R2}(t) = 5.5 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 29.9^\circ), \text{ В};$$

$$u_{L2}(t) = 11.6 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 119.9^\circ), \text{ В};$$

$$u_{R3}(t) = 12.8 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 94.4^\circ), \text{ В}.$$

3. Выполним проверку правильности решения по законам Кирхгофа для момента времени $t = 0$:

$$u(0) = 50\sqrt{2} \cdot \sin(45^\circ) = 50, \text{ В};$$

$$i_1(0) = 1.849\sqrt{2} \cdot \sin(81.42^\circ) = 2.59, \text{ А};$$

$$i_2(0) = 0.461\sqrt{2} \cdot \sin(29.93^\circ) = 0.33, \text{ А};$$

$$i_3(0) = 1.603\sqrt{2} \cdot \sin(94.4^\circ) = 2.26, \text{ А};$$

$$u_{R1}(0) = 27.7\sqrt{2} \cdot \sin(81.4^\circ) = 38.7, \text{ В};$$

$$u_{L1}(0) = 14.5\sqrt{2} \cdot \sin(171.4^\circ) = 3.1, \text{ В};$$

$$u_{C1}(0) = 47.1\sqrt{2} \cdot \sin(-8.6^\circ) = -10.0, \text{ В};$$

$$u_{R2}(0) = 5.5\sqrt{2} \cdot \sin(29.9^\circ) = 3.9, \text{ В};$$

$$u_{L2}(0) = 11.6\sqrt{2} \cdot \sin(119.9^\circ) = 14.2, \text{ В};$$

$$u_{R3}(0) = 12.8\sqrt{2} \cdot \sin(94.4^\circ) = 18.0, \text{ В}.$$

По первому закону Кирхгофа

$$i_1(0) = 2.59 \text{ A}; i_2(0) + i_3(0) = 0.33 + 2.26 = 2.59 \text{ A};$$

По второму закону Кирхгофа

$$u_2(0) = u_{R2}(0) + u_{L2}(0) = 3.9 + 14.2 = 18 \text{ В};$$

$$u_3(0) = u_{R3}(0) = 18 \text{ В};$$

$$u(0) = 50 \text{ В};$$

$$u(0) = u_{R1}(0) + u_{L1}(0) + u_{C1}(0) + u_2(0) = 38.7 + 3.1 + (-10.0) + 18 = 50 \text{ В}.$$

4. Составим баланс активных и реактивных мощностей.

Комплексы мощностей участков цепи

$$\tilde{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \dot{U}_1 \cdot \overline{\dot{I}_1} = 42.8 \cdot e^{j31.84^\circ} \cdot 1.849 \cdot e^{-j81.42^\circ} = 51.3 - 60.2j \text{ В}\cdot\text{А};$$

$$\tilde{S}_2 = P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2 \cdot \overline{\dot{I}_2} = 12.8 \cdot e^{j94.4^\circ} \cdot 0.461 \cdot e^{-j29.93^\circ} = 2.5 + 5.3j \text{ В}\cdot\text{А};$$

$$\tilde{S}_3 = P_3 + jQ_3 = \dot{U}_3 \cdot \overline{\dot{I}_3} = 12.8 \cdot e^{j94.4^\circ} \cdot 1.603 \cdot e^{-j94.4^\circ} = 20.5 \text{ В}\cdot\text{А}.$$

Активные мощности участков цепи

$$P_1 = 51.3 \text{ Вт}; P_2 = 2.5 \text{ Вт}; P_3 = 20.5 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности участков цепи

$$Q_1 = -60.2 \text{ вар (емк)}; Q_2 = 5.3 \text{ вар (инд)}; Q_3 = 0.$$

Комплекс полной мощности цепи

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \overline{\dot{I}_1} = (35.36 + 35.36j) \cdot (0.276 - 1.828j) = 74.4 - 54.9j \text{ В}\cdot\text{А}.$$

При этом

$$\tilde{S} = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3$$

Мощность источников энергии

$$\text{Активная } P = 74.4 \text{ Вт};$$

$$\text{Реактивная } Q = -54.9 \text{ вар};$$

$$\text{Полная } S = \sqrt{74.4^2 + (-54.9)^2} = 92.5 \text{ ВА}.$$

Мощность потребителей энергии

Активная

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = \\ &= 1.849^2 \cdot 15 + 0.461^2 \cdot 12 + 1.603^2 \cdot 8 = 74.4 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная

$$\begin{aligned} Q_{\text{потр}} &= I_1^2 \cdot (X_{L1} - X_{C1}) + I_2^2 \cdot X_{L2} = \\ &= 1.849^2 \cdot (-17.61) + 0.461^2 \cdot 25.13 = -54.9 \text{ вар.} \end{aligned}$$

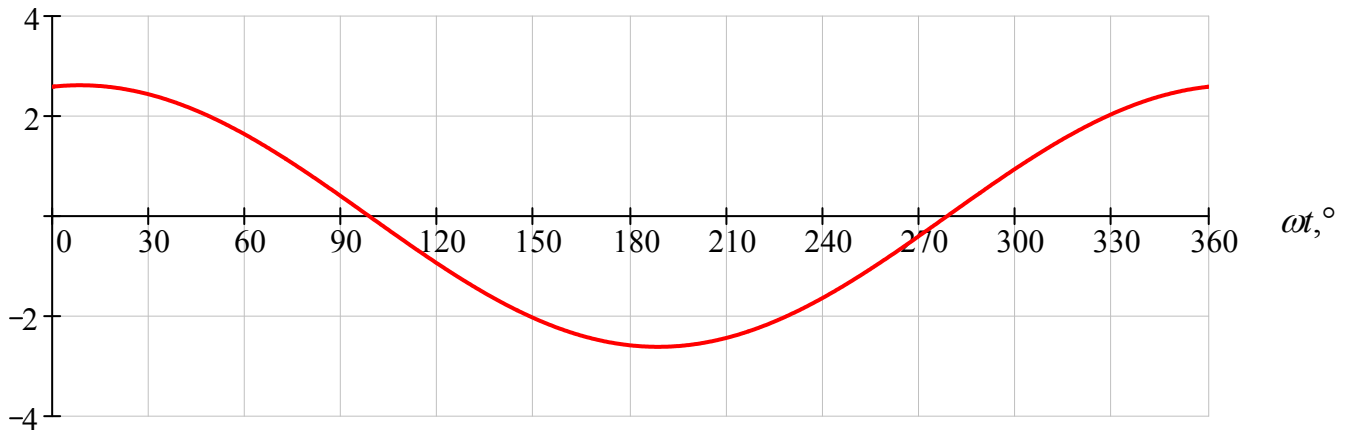
5. Строим волновые диаграммы (рис. 3) напряжения, тока и мощности на входе цепи.

$$u(\omega t) = 50\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 45^\circ), \text{ В;}$$

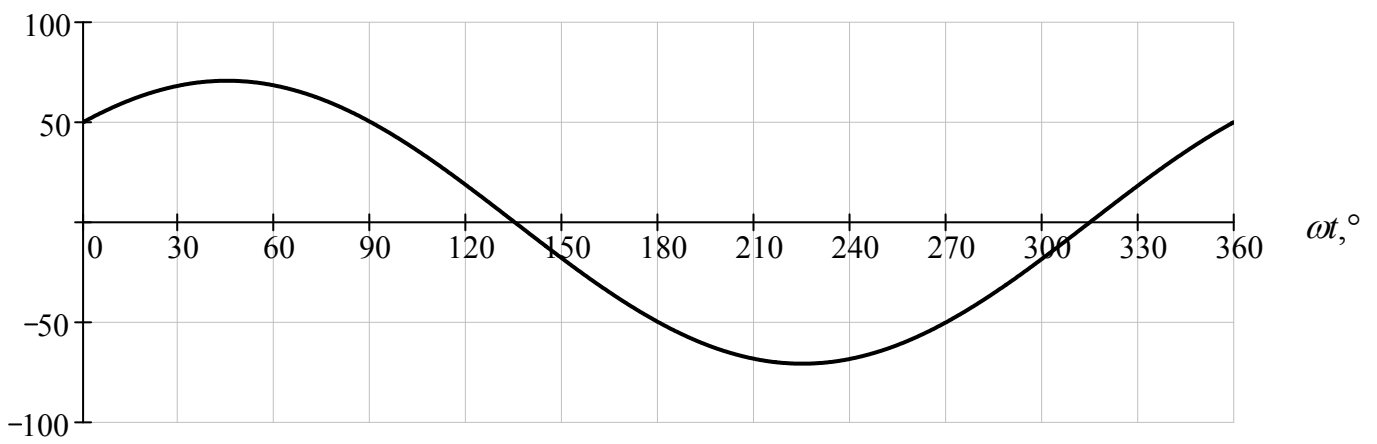
$$i_I(\omega t) = 1.849\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 81.42^\circ), \text{ А;}$$

$$\begin{aligned} p(\omega t) &= u(\omega t) \cdot i_I(\omega t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_U) \cdot I_1\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_U) = \\ &= U \cdot I_1 \cos(\psi_U - \psi_I) - U \cdot I \cos(2\omega t + \psi_U + \psi_I) = \\ &= P - U \cdot I \cos(2\omega t + \psi_U + \psi_I) = 74.4 - 92.5 \cos(2\omega t + 126.42^\circ), \text{ ВА.} \end{aligned}$$

i_1, A



u, B



p, BA

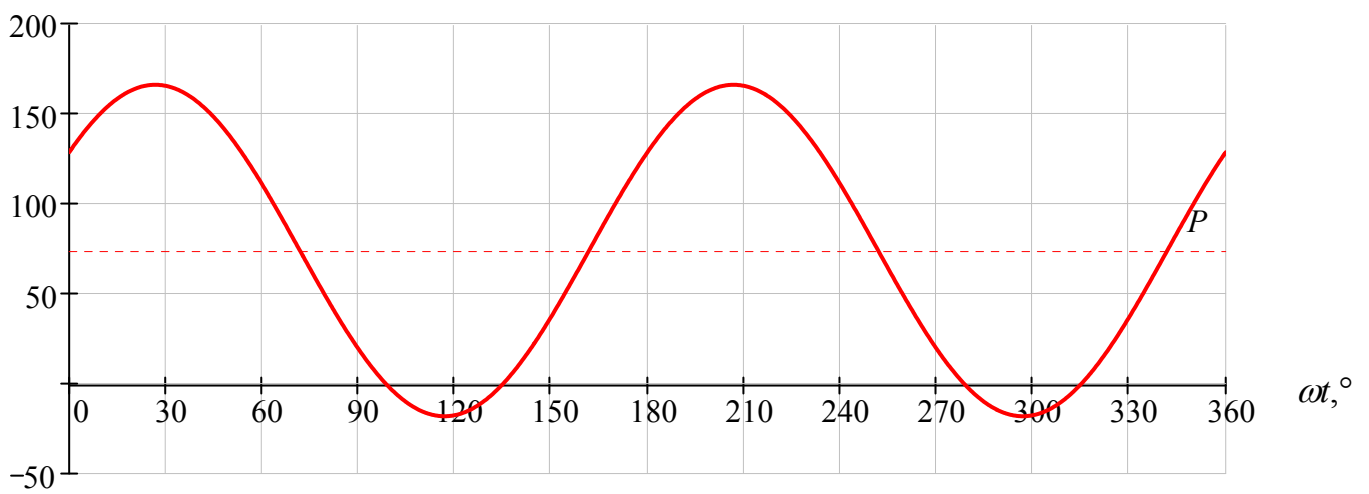


Рис. 3

6. Строим векторную диаграмму (рис. 4).

Токи в ветвях цепи

$$\dot{I}_1 = 0.276 + 1.828j \text{ A}; \dot{I}_2 = 0.399 + 0.23j \text{ A}; \dot{I}_3 = -0.123 + 1.599j \text{ A}.$$

Находим потенциалы точек цепи (рис. 2)

$$\dot{\varphi}_0 = 0;$$

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_0 + \dot{U} = 35.4 + 35.4j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 - \dot{U}_{R1} = (35.4 + 35.4j) - (4.1 + 27.4j) = 31.3 + 8j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_2 - \dot{U}_{L1} = (31.3 + 8j) - (-14.4 + 2.2j) = 45.7 + 5.8j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_3 - \dot{U}_{C1} = (45.7 + 5.8j) - (46.6 - 7j) = -0.9 + 12.8j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_5 = \dot{\varphi}_0 + \dot{U}_{L2} = 0 + (-5.8 + 10j) = -5.8 + 10j \text{ В}.$$

Задаваясь масштабом, строим векторную лучевую диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (рис. 4).

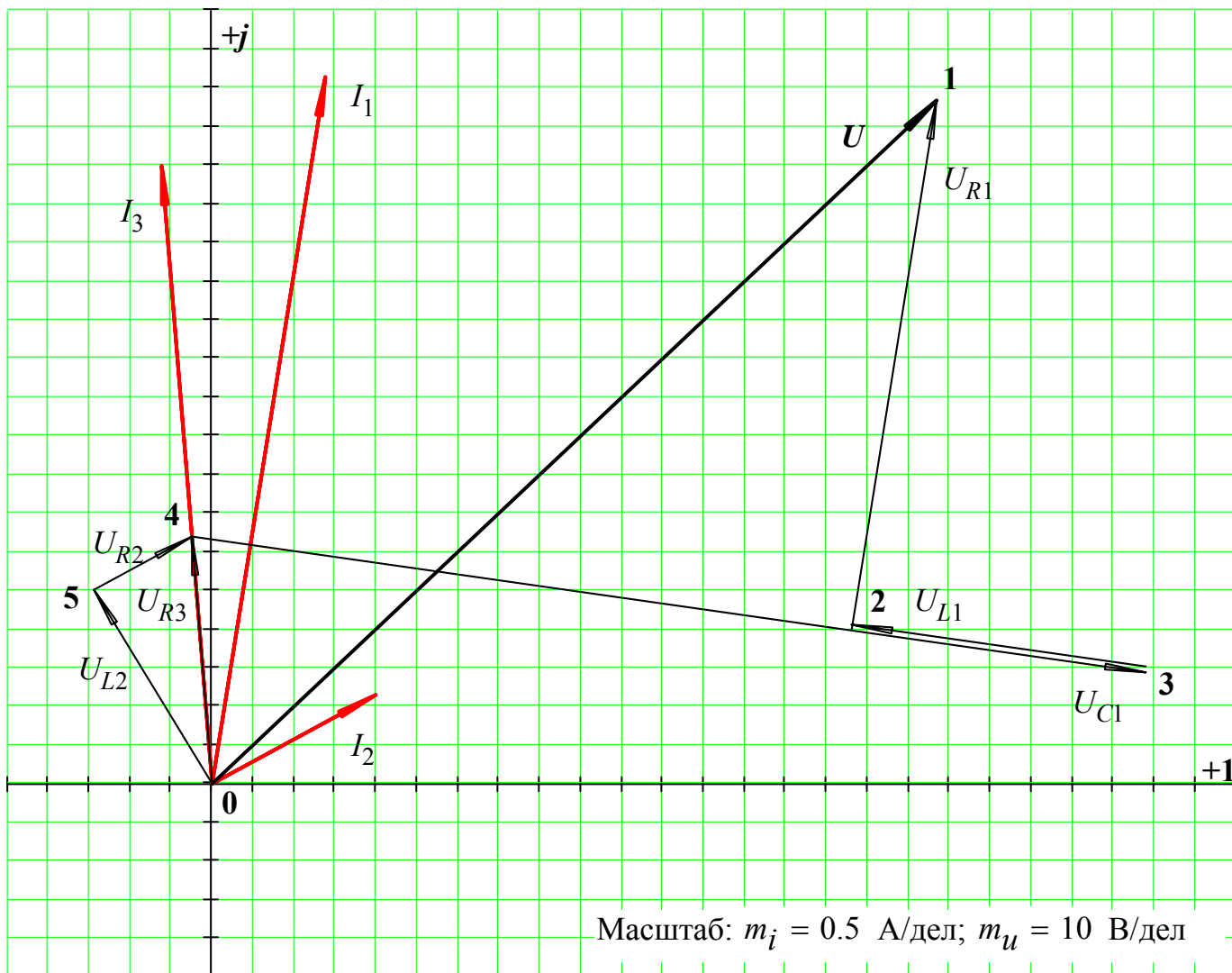


Рис. 4

ЗАДАЧА 3

РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

В электрической схеме (рис. 1) известны параметры всех элементов (табл. 1).

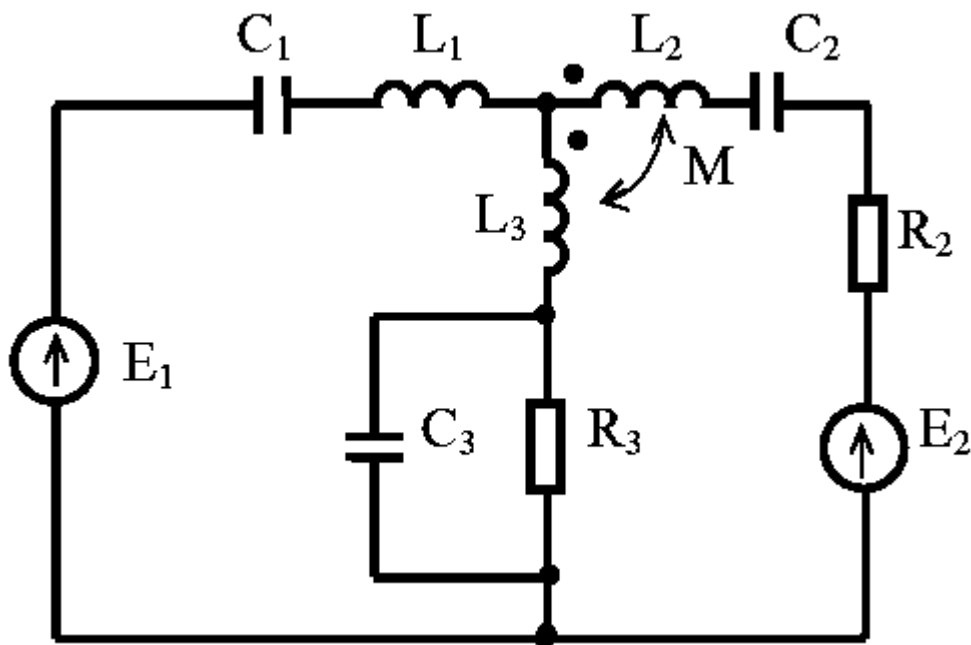


Рис. 1

Таблица 1 – Исходные данные

N_2	$E_1,$ B	$E_2,$ B	$\alpha,$ rad	$R_1,$ Om	$L_1,$ $mГн$	$C_1,$ $мкФ$	$R_2,$ Om	$L_2,$ $mГн$	$C_2,$ $мкФ$	$R_3,$ Om	$L_3,$ $mГн$	$C_3,$ $мкФ$	$f,$ $Гц$	$M,$ $mГн$
2	100	120	$\pi / 4$	–	30	200	4	50	300	4	20	300	50	25

1. Составить уравнения по методу законов Кирхгофа и найти токи во всех ветвях.
2. Вычислить напряжения на всех элементах цепи.
3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений, показав на ней векторы всех напряжений, в том числе и векторы ЭДС взаимной индукции.

Указание. В ходе расчета свести схему к трем ветвям.

Решение

1. Определим токи и напряжения на всех участках схемы по законам Кирхгофа.
Реактивные сопротивления

$$X_{L1} = 2\pi f L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.03 = 9.425 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 2\pi f L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.05 = 15.708 \text{ Ом};$$

$$X_{L3} = 2\pi f L_3 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.02 = 6.283 \text{ Ом};$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3 \times 10^{-4}} = 10.61 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2\pi f C_3} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 3 \times 10^{-4}} = 10.61 \text{ Ом}.$$

Сопротивление индуктивной связи

$$X_M = 2\pi f M = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0.025 = 7.854 \text{ Ом}.$$

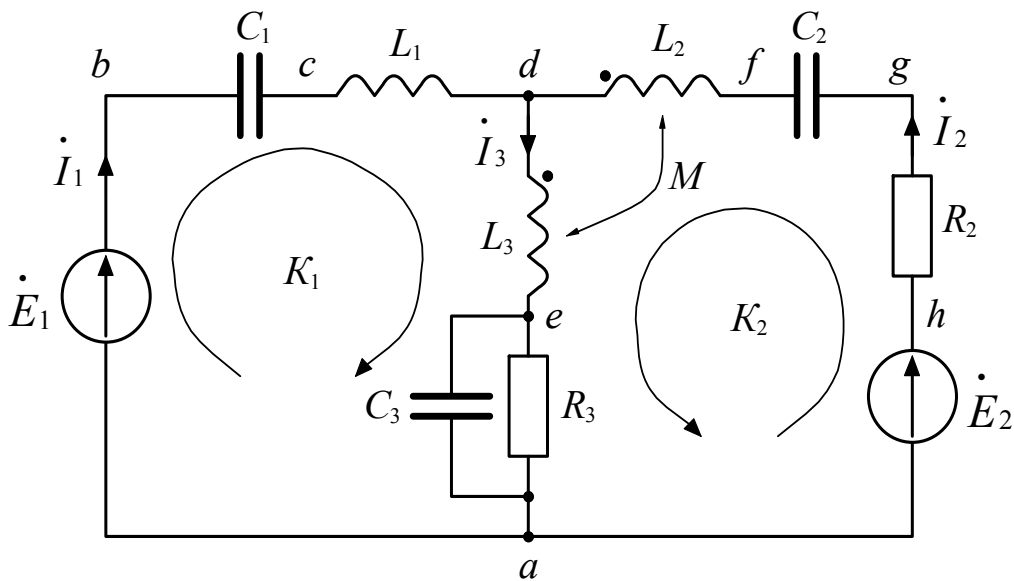


Рис. 2

Составим уравнения по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 - \dot{I}_2 \cdot jX_M = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \cdot jX_M + \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 - \dot{I}_2 \cdot jX_M = \dot{E}_2 \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 + \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 - \dot{I}_2 \cdot jX_M = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \cdot (\underline{Z}_2 - jX_M) + \dot{I}_3 \cdot (\underline{Z}_3 - jX_M) = \dot{E}_2 \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

Подставим в полученное уравнение $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \cdot \underline{Z}_3 - \dot{I}_2 \cdot jX_M = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 \cdot (\underline{Z}_2 - jX_M) + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) \cdot (\underline{Z}_3 - jX_M) = \dot{E}_2 \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

Получили уравнение для токов \dot{I}_1, \dot{I}_2

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) + \dot{I}_2 \cdot (\underline{Z}_3 - jX_M) = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_1 (\underline{Z}_3 - jX_M) + \dot{I}_2 \cdot (\underline{Z}_2 - jX_M + \underline{Z}_3 - jX_M) = \dot{E}_2 \end{cases}$$

где

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} - jX_{C1} = -6.491j = 6.491 e^{-j 90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 &= R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = \\ &= 4 + j(15.708 - 10.61) = 4 + 5.098j = 6.48 e^{j 51.88^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 &= jX_{L3} + \frac{R_3 \cdot (-jX_{C3})}{R_3 + (-jX_{C3})} = \\ &= j 6.283 + \frac{4 \cdot (-j 10.61)}{4 + (-j 10.61)} = 3.502 + 4.963j = 6.07 \cdot e^{j 54.79^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Подставим в полученное уравнение численные значения

$$\begin{cases} \dot{I}_1 (3.50 - j1.53) + \dot{I}_2 (3.50 - j2.89) = 100; \\ \dot{I}_1 (3.5 - j2.89) + \dot{I}_2 (7.50 - j5.65) = 84.85 - j84.85. \end{cases}$$

Решаем систему уравнений методом определителей

$$\begin{aligned}\Delta &= \left| \begin{pmatrix} 3.82 e^{-j 23.57^\circ} & 4.54 e^{-j 39.54^\circ} \\ 4.54 e^{-j 39.54^\circ} & 9.39 e^{-j 36.97^\circ} \end{pmatrix} \right| = \\ &= 3.82 \cdot e^{-j 23.57^\circ} \cdot (9.39 e^{-j 36.97^\circ}) - (4.54 e^{-j 39.54^\circ})^2 = 13.74 - 10.99j = \\ &= 17.6 e^{-j 38.66^\circ};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{I_1} &= \left| \begin{pmatrix} 100 & 3.50 - 2.89j \\ 84.85 - 84.85j & 7.50 - 5.65j \end{pmatrix} \right| = \\ &= 100 \cdot (7.50 - 5.65j) - (84.85 - 84.85j) \cdot (3.50 - 2.89j) = 698 - 23j = 699 e^{-j 1.82^\circ};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_{I_2} &= \left| \begin{pmatrix} 3.50 - 1.53j & 100 \\ 3.50 - 2.89j & 84.85 - 84.85j \end{pmatrix} \right| = \\ &= (3.50 - 1.53j) \cdot (84.85 - 84.85j) - (3.50 - 2.89j) \cdot 100 = -183 - 138j = 229 e^{-j 142.99^\circ}.\end{aligned}$$

Токи в ветвях цепи

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{699 e^{-j 1.82^\circ}}{17.6 e^{-j 38.66^\circ}} = 39.7 \cdot e^{j 36.83^\circ} = 31.78 + 23.8j \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{229 e^{-j 142.99^\circ}}{17.6 e^{-j 38.66^\circ}} = 13 \cdot e^{-j 104.33^\circ} = -3.22 - 12.6j \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (31.78 + 23.8j) + (-3.22 - 12.6j) = 28.56 + 11.2j = 30.7 \cdot e^{j 21.42^\circ} \text{ A};$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_{C3} &= \dot{I}_3 \frac{R_3}{R_3 + (-jX_{C3})} = \\ &= 30.7 \cdot e^{j 21.42^\circ} \cdot \frac{4}{11.34 \cdot e^{-j 69.34^\circ}} = 10.8 \cdot e^{j 90.77^\circ} = -0.15 + 10.8j \text{ A};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_{R3} &= \dot{I}_3 \frac{-jX_{C3}}{R_3 + (-jX_{C3})} = \\ &= 30.7 \cdot e^{j 21.42^\circ} \cdot \frac{10.61 \cdot e^{-j 90^\circ}}{11.34 \cdot e^{-j 69.34^\circ}} = 28.7 \cdot e^{j 0.77^\circ} = 28.7 + 0.39j \text{ A}.\end{aligned}$$

2. Напряжения на элементах цепи

$$\dot{U}_{C1} = -jX_{C1} \dot{I}_1 = -j15.915 \cdot (31.78 + 23.8j) = 379 - 506j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L1} = jX_{L1} \dot{I}_1 = j9.42 \cdot (31.78 + 23.8j) = -224 + 299j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{R2} = R_2 \dot{I}_2 = 4 \cdot (-3.22 - 12.6j) = -13 - 50j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L2} = jX_{L2} \dot{I}_2 = j15.71 \cdot (-3.22 - 12.6j) = 198 - 51j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{M2} = jX_M \dot{I}_3 = j7.85 \cdot (28.56 + 11.2j) = -88 + 224j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C2} = -jX_{C2} \dot{I}_2 = -j10.61 \cdot (-3.22 - 12.6j) = -134 + 34j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L3} = jX_{L3} \dot{I}_3 = j6.28 \cdot (28.56 + 11.2j) = -70 + 179j \text{ В}.$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{U}_{C3} = R_3 \dot{I}_{R3} = 4 \cdot (28.7 + 0.39j) = 115 + 2j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{M3} = jX_M \dot{I}_2 = j7.85 \cdot (-3.22 - 12.6j) = 99 - 25j \text{ В};$$

Результаты расчета проверим по второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{L1} =$$

$$= (379 - 506j) + (-224 + 299j) = 155 - 207j \text{ В};$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{R2} + \dot{U}_{L2} + \dot{U}_{C2} =$$

$$= (-13 - 50j) + (198 - 51j) + (-134 + 34j) = 51 - 67j \text{ В};$$

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_{R3} + \dot{U}_{L3} =$$

$$= (115 + 2j) + (-70 + 179j) = 45 + 181j \text{ В};$$

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_1 + \dot{U}_3 - \dot{U}_{M3} =$$

$$= (155 - 207j) + (45 + 181j) - (99 - 25j) = 101 - j \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 - \dot{U}_{M2} + \dot{U}_3 - \dot{U}_{M3} =$$

$$= (51 - 67j) - (-88 + 224j) + (45 + 181j) - (99 - 25j) = 85 - 85j \text{ В}.$$

3. Строим в масштабе векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений (рис. 3).

Список литературы

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М., “Энергия”, 1996 – 425 с.
2. Зевеке Г.В. и др., Основы теории цепей. М., “Энергия”, 1975. – 750 с.
3. Шебес М.Р. Теория линейных цепей в упражнениях и задачах. М., “Высшая школа”, 1987. – 450 с.