Контрольная работа №1

Задача 1 (5 4)

Для реактивного двухполюсника построить схему обратного двухполюсника и рассчитать его элементы.

Схема реактивного двухполюсника приведена на рис. 1.

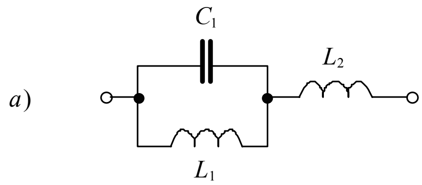


Рис. 1. Исходный реактивный двухполюсник.

Значения элементов двухполюсников:

$L_1 = 10$ мГн; $C_1 = 0.3$ мкФ;

$L_2 = 18$ мГн.

Коэффициент перехода $R^2 = k = 0.7$ Ом^2.

Для решения задачи нужно выполнить следующее:

используя правила, построить схему обратного двухполюсника относительно заданного;

рассчитать значения элементов обратного двухполюсника по данным исходного двухполюсника при указанном коэффициенте перехода (отношении между значениями элементов двухполюсников);

определить все резонансные частоты и характеры резонансов исходного и обратного двухполюсников;

построить частотные характеристики реактивных сопротивлений обоих двухполюсников ($Z = jx(\omega)$) и показать характеристические строки двухполюсников с расположенными на них полюсами и нулями;

указать, к каким классам канонических схем двухполюсников относятся оба двухполюсника и в чем особенность их свойств;

рассчитать реактивные сопротивления двухполюсников на одной частоте, лежащей в каждой из частотных полос: $0 - \omega_1$, $\omega_1 - \omega_2$, ... $\omega_n - \infty$, где ω_1, ω_2, ω_n, - соответственно первая, вторая и последняя резонансные частоты.

В заключение следует ответить на вопросы:

1. Какие схемы двухполюсников называются каноническими, в чем их особенности и практическое значение?
2. В каких устройствах автоматики, телемеханики и связи используются обратные двухполюсники?

Рассмотрим двухэлементные *LC* двухполюсники.

Последовательное соединение (рис. 2).

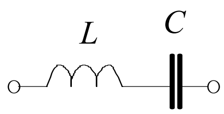


Рис. 2. Последовательное соединение LC.

Сопротивление двухполюсника:

$$Z(\omega) = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = jL\frac{\omega^2 - \frac{1}{LC}}{\omega} = jL\frac{\omega^2 - \omega_p{}^2}{\omega}, \qquad (1)$$

где

$$\omega_p{}^2 = \frac{1}{LC}$$ - резонансная частота (резонанс напряжений).

Проводимость двухполюсника:

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = -j\frac{1}{L}\cdot\frac{\omega}{\omega^2 - \omega_p{}^2}.$$

Параллельное соединение (рис. 3).

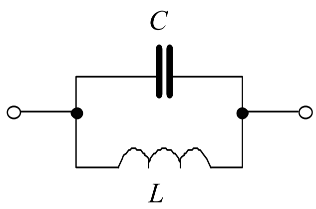


Рис. 3. Параллельное соединение LC.

Проводимость двухполюсника:

$$Y(\omega) = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = jC\frac{\omega^2 - \frac{1}{LC}}{\omega} = jC\frac{\omega^2 - \omega_p{}^2}{\omega},$$

где

$$\omega_p{}^2 = \frac{1}{LC}$$ - резонансная частота (резонанс токов).

Сопротивление двухполюсника:

$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = -j\frac{1}{C}\cdot\frac{\omega}{\omega^2 - \omega_p{}^2}. \qquad (2)$$

Найдем сопротивление ***исходного двухполюсника*** (рис. 1).

$$Z(\omega) = Z_2(\omega) + Z_1(\omega) = j\omega L_2 + \left(-j\frac{1}{C_1}\cdot\frac{\omega}{\omega^2-\omega_1{}^2}\right) =$$

$$= jL_2 \cdot \frac{\omega\left(\omega^2 - \left(\omega_1{}^2 + \frac{1}{L_2 C_1}\right)\right)}{(\omega^2-\omega_1{}^2)} = jL_2 \cdot \frac{\omega(\omega^2-\omega_2{}^2)}{(\omega^2-\omega_1{}^2)},$$

где

*

$$\omega_1{}^2 = \frac{1}{L_1C_1} = \frac{1}{1\times 10^{-2}\cdot 3\times 10^{-7}} = 3.333\times 10^{8}\ \ 1/\text{с}^2;$$

$$\omega_2{}^2 = \omega_1{}^2 + \frac{1}{L_2C_1} = 3.333\times 10^{8} + \frac{1}{1.8\cdot 10^{-2}\cdot 3\times 10^{-7}} = 5.185\times 10^{8}\ \ 1/\text{с}^2;$$

Сопротивление исходного двухполюсника:

$$Z(\omega) = jL_2 \cdot \frac{\omega(\omega^2-\omega_2{}^2)}{(\omega^2-\omega_1{}^2)}, \qquad (3)$$

где

$$L_2 = 0.018\ \text{Гн};\ \ \omega_1{}^2 = 3.333\times 10^{8}\ \ 1/\text{с}^2;\ \ \omega_2{}^2 = 5.185\times 10^{8}\ \ 1/\text{с}^2.$$

Рассчитаем значения элементов *обратного двухполюсника.*

Для исходного двухполюсника с сопротивлением заданным формулой (3), сопротивление обратного двухполюсника будет:

$$Z'(\omega) = -j\frac{k}{L_2}\frac{(\omega^2-\omega_1{}^2)}{\omega(\omega^2-\omega_2{}^2)}, \qquad (4)$$

где

$Z{\cdot}Z' = k = 0.7$ Ом^2 – постоянный множитель, зависящий от значений элементов схемы.

Существует четыре схемы реализации двухполюсника, заданного формулой (4), см. табл. 1. Выберем схему реализации (рис. 4) разложением сопротивления $Z'(\omega)$ на простые дроби:

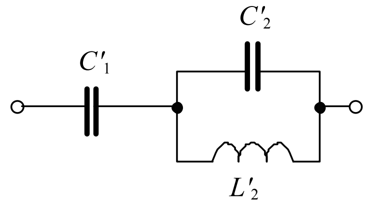


Рис. 4. Схема реализации обратного двухполюсника.

Найдем значения элементов обратного двухполюсника.

$$Z'(\omega) = Z_1(\omega) + Z_2(\omega) = \frac{1}{j\omega C_1'} + \left(-j\frac{1}{C_2'}\cdot\frac{\omega}{\omega^2-\omega_2{}^2}\right) =$$

$$= -j\frac{C_1'+C_2'}{C_1'\cdot C_2'}\cdot\frac{\left(\omega^2-\omega_2{}^2\dfrac{C_2'}{C_1'+C_2'}\right)}{\omega(\omega^2-\omega_2{}^2)} = -j\frac{k}{L_2}\cdot\frac{(\omega^2-\omega_1{}^2)}{\omega(\omega^2-\omega_2{}^2)} = .$$

Находим:

$$\omega_1{}^2 = \omega_2{}^2\cdot\frac{C_2'}{C_1'+C_2'} \Rightarrow \frac{C_1'+C_2'}{C_2'} = \frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2}; \quad \frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2} = 1+\frac{C_1'}{C_2'};$$

$$\frac{k}{L_2} = \frac{C_1'+C_2'}{C_1'\cdot C_2'} = \frac{1}{C_1'}\frac{C_1'+C_2'}{C_2'} = \frac{1}{C_1'}\frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2} \Rightarrow C_1' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2}.$$

$$\frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2} = 1+\frac{C_1'}{C_2'} \Rightarrow C_2' = \frac{\omega_1{}^2}{\omega_2{}^2-\omega_1{}^2}C_1' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2{}^2}{\omega_2{}^2-\omega_1{}^2}.$$

Получим:

$$C_1' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2{}^2}{\omega_1{}^2} \qquad C_2' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2{}^2}{\omega_2{}^2-\omega_1{}^2}.$$

*

По формуле для резонансной частоты находим:

$$L_2' = \frac{1}{\omega_2^{\ 2} \cdot C_2'};$$

Вычисляем значения элементов обратного двухполюсника:

$$C_1' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2^{\ 2}}{\omega_1^{\ 2}} = \quad \frac{0.018}{0.7}\cdot\frac{5.185\times 10^{8}}{3.333\times 10^{8}} = 0.04 \quad \Phi;$$

$$C_2' = \frac{L_2}{k}\frac{\omega_2^{\ 2}}{\omega_2^{\ 2} - \omega_1^{\ 2}} = \quad \frac{0.018}{0.7}\cdot\frac{5.185\times 10^{8}}{5.185\times 10^{8} - 3.333\times 10^{8}} = 0.072 \quad \Phi;$$

$$L_2' = \frac{1}{\omega_2^{\ 2} \cdot C_2'} = \quad \frac{1}{5.185\times 10^{8}\cdot 0.072} = 2.679\times 10^{-8} \quad \text{Гн};$$

Сопротивление обратного двухполюсника:

$$Z'(\omega) = -j\frac{k}{L_2}\frac{(\omega^2 - \omega_1^{\ 2})}{\omega(\omega^2 - \omega_2^{\ 2})},$$

где

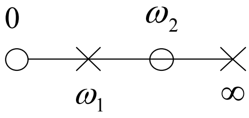
$$\frac{k}{L_2} = 38.89 \ \text{Ом/с}; \ \omega_1^{\ 2} = 3.333\times 10^{8} \ 1/\text{с}^2; \ \omega_2^{\ 2} = 5.185\times 10^{8} \ 1/\text{с}^2.$$

Параметры схемы (рис. 4) обратного двухполюсника:

$$C'_1 = 0.04 \ \Phi; \ C'_2 = 0.072 \ \Phi; \ L'_2 = 2.679\times 10^{-8} \ \text{Гн}.$$

Характеры резонансов исходного и обратного реактивных двухполюсников.

Исходный двухполюсник (рис. 5).

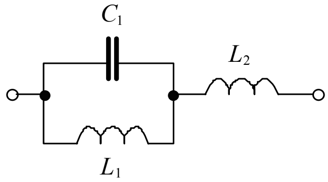


а)

$$Z(\omega) = jL_2 \cdot \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2{}^2)}{(\omega^2 - \omega_1{}^2)},$$

б)

а)



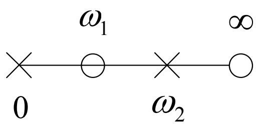
в)

Рис. 5.

Частота резонанса ω_2 образована последовательным включением катушки L_2 и контура L_1C_1 (резонанс напряжений). Такие колебания возможны при *замкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Частота резонанса ω_1 представляет собой частоту собственных колебаний колебательного контура L_1C_1 (резонанс токов). Такие колебания возможны при *разомкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

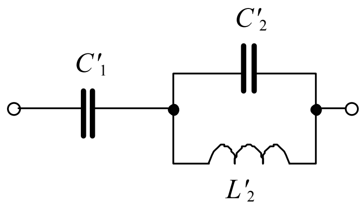
Обратный двухполюсник (рис. 6).



а)

$$Z'(\omega) = -j\frac{k}{L_2}\frac{(\omega^2 - \omega_1{}^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2{}^2)},$$

б)



в)

Рис. 6.

Частота резонанса ω_2 образована параллельным включением $L'_2C'_2$ (резонанс токов). Такие колебания возможны при *разомкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Частота резонанса ω_1 представляет собой частоту собственных колебаний цепи, образованной последовательным соединением $C'_1L'_2C'_2$ (резонанс напряжений). Такие колебания возможны при *замкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Характеристические строки двухполюсников изображены на рис. 5. а) и рис. 6. а).

Частотные характеристики реактивных двухполюсников изображены на рис.7, 8.

В табл.1 дана классификация реактивных двухполюсников по характеристическим строкам. Исходный двухполюсник относится к первому типу, схема 1. Обратный двухполюсник относится ко второму типу, схема 3.

Особенность свойств двухполюсников (рис. 5, 6):
- для всех реактивных двухполюсников в выражениии для сопротивления числитель является четным, а знаменатель нечетным по частоте (либо наоборот);
- двухполюсник (рис. 6) не пропускает постоянный ток, обратный ему (рис. 5) - пропускает;
- процессы в цепях, составленных из катушек индуктивности и конденсаторов с высокой добротностью не сопровождаются сколь-нибудь значительным выделением энергии.

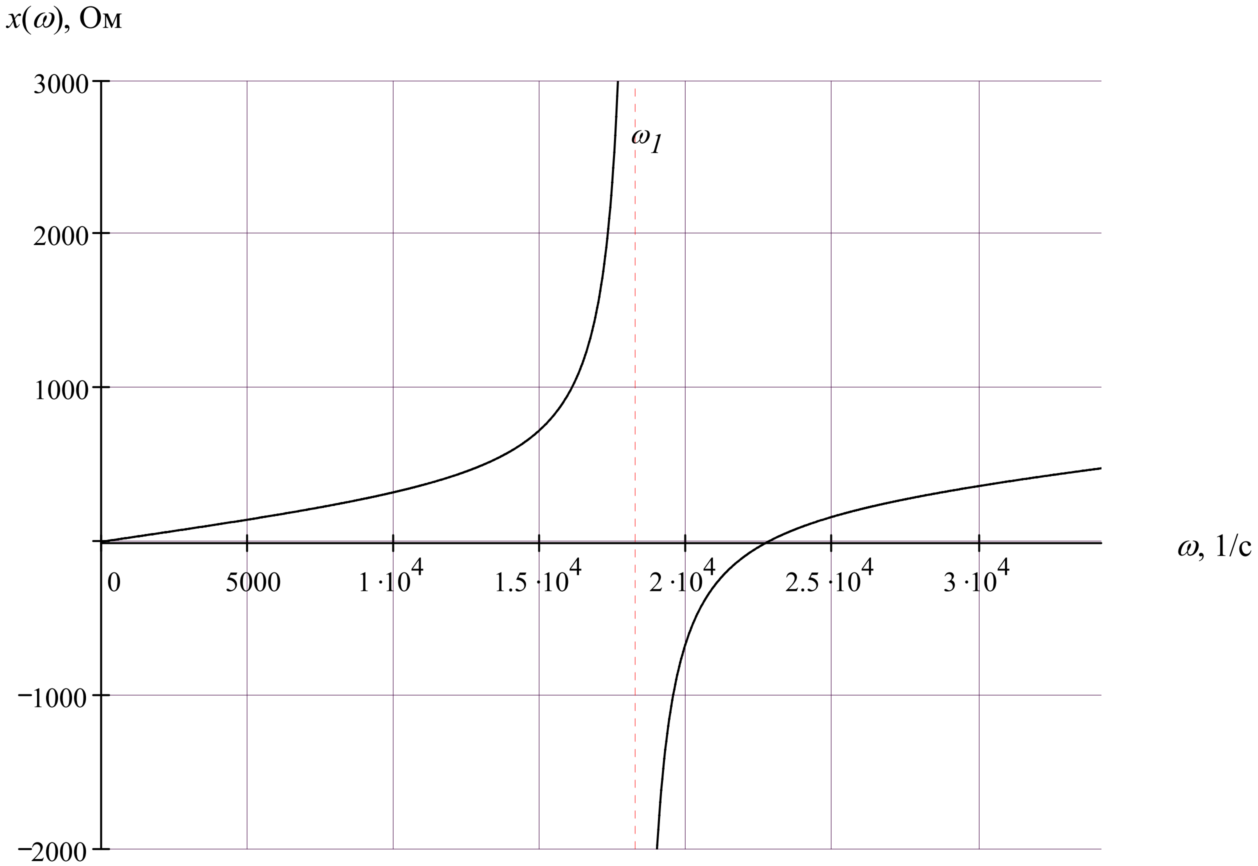


Рис. 7. Частотная характеристика исходного двухполюсника.

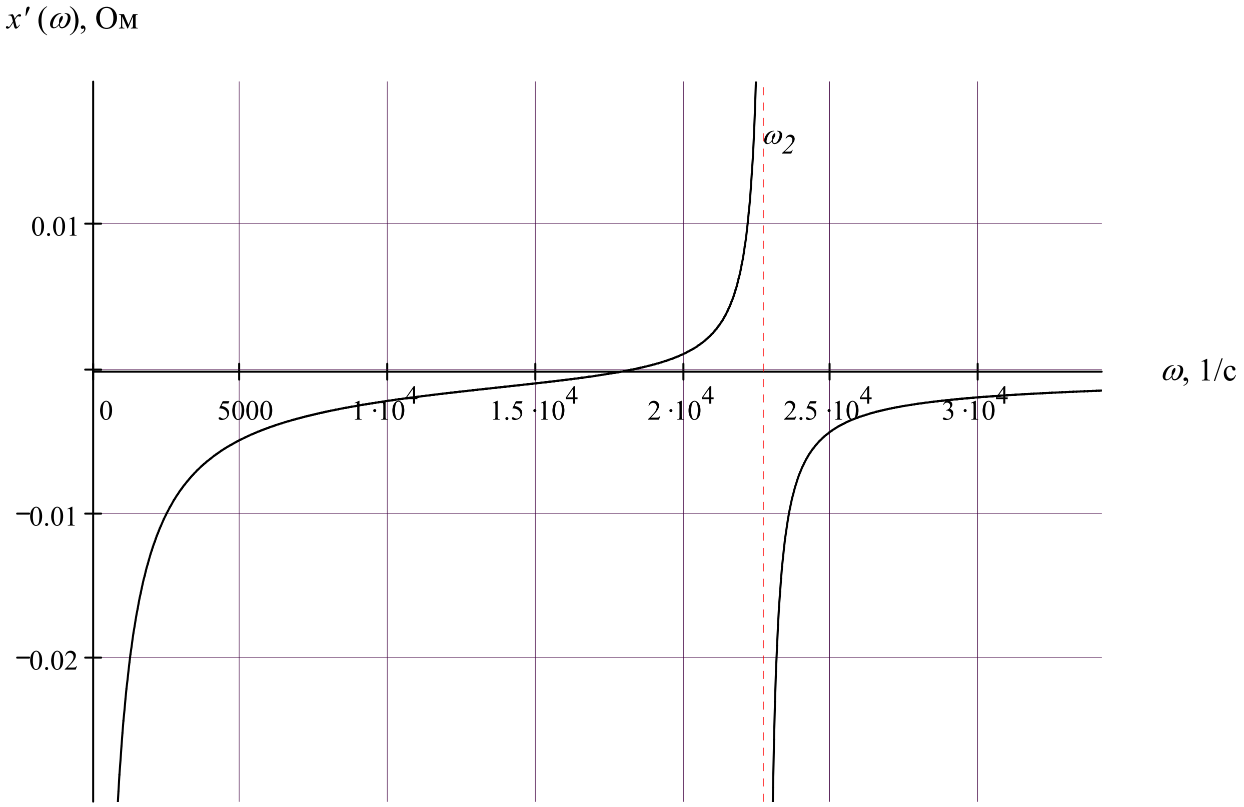


Рис. 8. Частотная характеристика обратного двухполюсника.

Рассчитаем реактивные сопротивления двухполюсников на одной частоте, лежащей в каждой из частотных полос: $0 - \omega_1$, $\omega_1 - \omega_2$, ... $\omega_n - \infty$,

*

Выберем следующие часторы:

$$\omega_{01} = 9.13 \times 10^3 \ \text{1/c}; \ \omega_{12} = 2.05 \times 10^4 \ \text{1/c}; \qquad \omega_{2\infty} = 3.42 \times 10^4 \ \text{1/c}.$$

Для исходного двухполюсника:

$$Z(\omega) = j \cdot 1.8 \cdot 10^{-2} \cdot \omega \cdot \frac{\omega^2 - 5.185 \cdot 10^8}{\omega^2 - 3.333 \cdot 10^8}$$

$$Z\left(9.13 \times 10^3\right) = 286\text{j} \quad \text{Ом};$$

$$Z\left(2.05 \times 10^4\right) = -417\text{j} \quad \text{Ом};$$

$$Z\left(3.42 \times 10^4\right) = 479\text{j} \quad \text{Ом};$$

Для обратного двухполюсника:

$$Z'(\omega) = -38.89 \ j \cdot \frac{\omega^2 - 3.333 \cdot 10^8}{\omega \cdot \left(\omega^2 - 5.185 \cdot 10^8\right)}$$

$$Z'\left(9.13 \times 10^3\right) = -2.45\text{j} \times 10^{-3} \quad \text{Ом};$$

$$Z'\left(2.05 \times 10^4\right) = 1.68\text{j} \times 10^{-3} \quad \text{Ом};$$

$$Z'\left(3.42 \times 10^4\right) = -1.46\text{j} \times 10^{-3} \quad \text{Ом};$$