

Задача 2.4 (22)

Рассмотрим схему (рис. 2.22 в), приведенную в условии задачи 2.3, как схему фильтра, работающего на согласованную нагрузку.

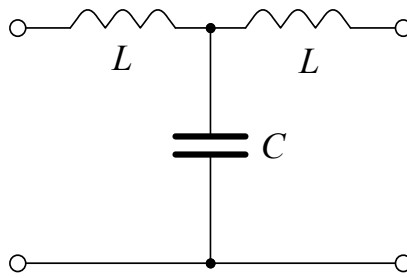


Рис. 2.22 в)

$$L = 9.57 \text{ мГн}; C = 3.48 \text{ мкФ}; T = 1.74 \text{ мс.}$$

- 1) Определим значения граничных частот полосы прозрачности фильтра (частот среза).
- 2) Качественно построим зависимость характеристического сопротивления Z_c , затухания a и сдвига по фазе b в функции частоты ω ,
- 3) На вход низкочастотного фильтра (рис. 2.22 в) подадим 1-ю гармонику входного напряжения $u(t) = 63.59\sin(\omega t)$ из п.1 задачи 2.3.

Для указанной гармоники входного напряжения определим числовые значения постоянной передачи $g = a + jb$, характеристического сопротивления Z_c , напряжений и токов во всех ветвях схемы и построим по ним векторные диаграммы токов и напряжений фильтра.

Решение

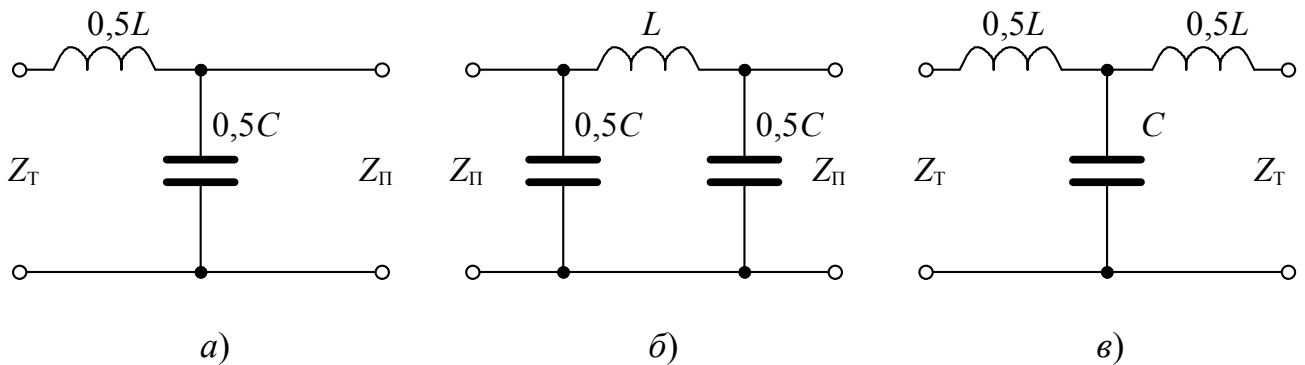


Рис 1. Фильтр нижних частот типа k

На рис. 1 представлены схемы фильтров k -типов Γ -образного полузвена, Π - и T -образных звеньев.

Плечи k -фильтра (рис. 1, а) строятся из взаимно обратных двухполюсников

$$\frac{Z_1}{2} \cdot 2Z_2 = Z_1 \cdot Z_2 = \omega L \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} = k^2,$$

где k – действительное число не зависит от частоты.

Для любого симметричного реактивного фильтра в полосе пропускания ($a=0$)

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0$$

Откуда для ФНЧ

$$-1 \leq \frac{j\omega L}{4 \frac{1}{j\omega C}} \leq 0; \quad -1 \leq \frac{-\omega^2 LC}{4} \leq 0; \quad 0 \leq \omega^2 \leq \frac{4}{LC};$$

частоты среза

$$0 \leq f \leq f_{cp} = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

Частотная характеристика *характеристического сопротивления*

$$Z_c = R \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{cp}}\right)^2}, \quad (1)$$

где

$$R = k = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad f_{cp} = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}}. \quad (2)$$

Частотная характеристика *затухания*

Затухание в полосе пропускания ($f < f_{cp}$) $a = 0$,

Затухание в полосе задерживания ($f > f_{cp}$) $\operatorname{ch}\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{f}{f_c}$;

$$a = \begin{cases} 0 & \text{при } f \leq f_{cp}; \\ 2 \operatorname{arcch}\left(\frac{f}{f_{cp}}\right) & \text{при } f > f_{cp}. \end{cases} \quad (3)$$

Частотная характеристика *сдвига по фазе*

Сдвиг по фазе в полосе пропускания ($f < f_{cp}$) $\sin\left(\frac{b}{2}\right) = \frac{f}{f_c}$,

Сдвиг по фазе в полосе задерживания ($f > f_{cp}$) $b = -\pi$,

$$b = \begin{cases} 2 \arcsin\left(\frac{f}{f_{cp}}\right) & \text{при } f \leq f_{cp}; \\ -\pi & \text{при } f > f_{cp}. \end{cases} \quad (4)$$

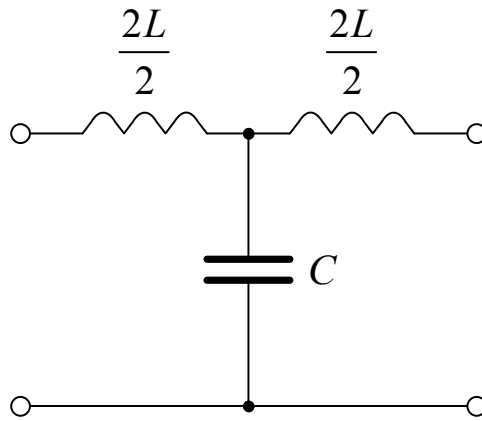


Рис 2

Для схемы (рис. 22 в, рис. 2) фильтра k -типа T -образного звена воспользуемся формулами (1) – (4), где L заменим на $2L$.

Находим

$$R = \sqrt{\frac{2L}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.57 \times 10^{-3}}{3.48 \times 10^{-6}}} = 74.16 \text{ Ом}$$

$$f_{cp} = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{2LC}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 9.57 \times 10^{-3} \cdot 3.48 \times 10^{-6}}} = 1233.4 \text{ Гц}$$

Частота первой гармоники

$$f_{(1)} = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.74 \cdot 10^{-3}} = 575 \text{ Гц.}$$

Частотная характеристика характеристического сопротивления (рис. 3)

$$Z_c = R \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{cp}} \right)^2},$$

где

$$R = 74.16 \text{ Ом}; \quad f_{cp} = 1233 \text{ Гц};$$

На частоте первой гармоники

$$Z_c(f_{(1)}) = R \sqrt{1 - \left(\frac{f_{(1)}}{f_{cp}} \right)^2} = 74.16 \sqrt{1 - \left(\frac{575}{1233} \right)^2} = 65.6 \text{ Ом.}$$

$$a(f_{(1)}) = 0; \quad b(f_{(1)}) = 2 \arcsin \left(\frac{f_{(1)}}{f_{cp}} \right) = 2 \arcsin \left(\frac{575}{1233} \right) = 0.97 \text{ рад.}$$

Z_c , Ом

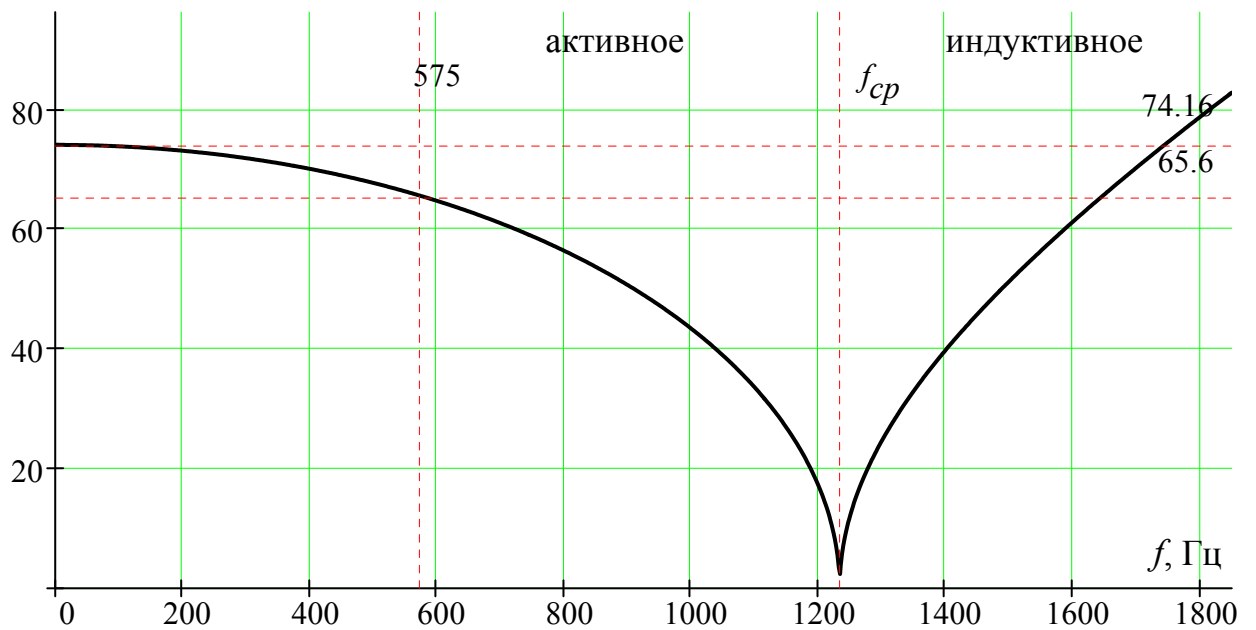


Рис. 3. Частотная характеристика характеристического сопротивления T -фильтра

a , Нп

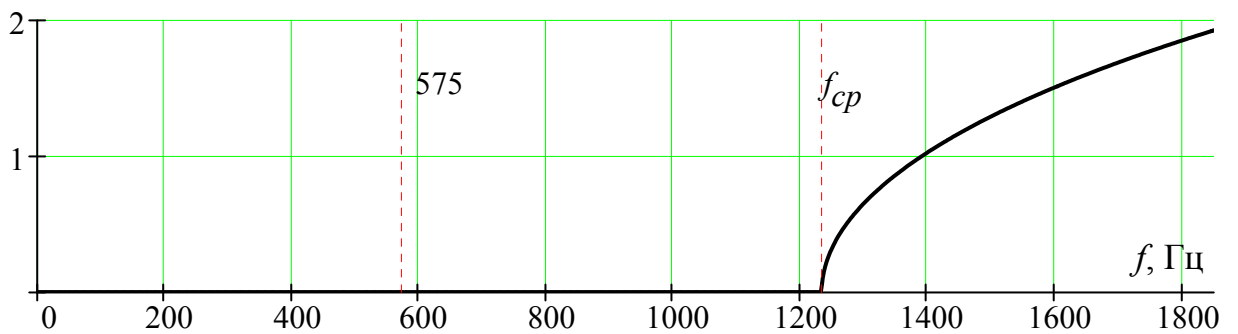


Рис. 4. Частотная характеристика затухания

b , рад

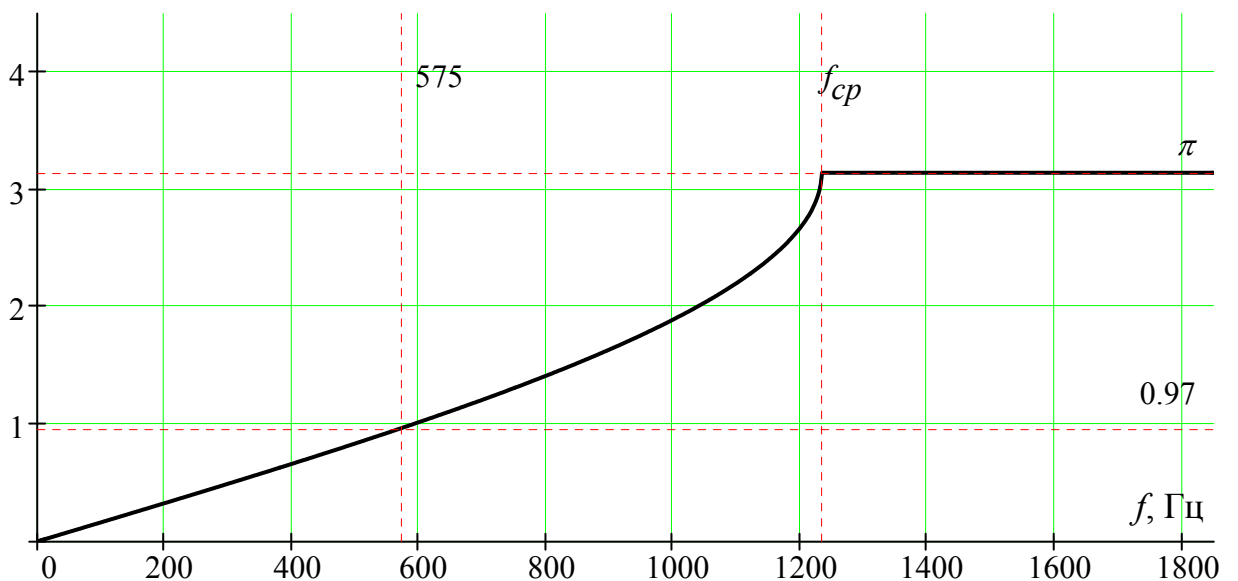


Рис. 5. Частотная характеристика сдвига по фазе

Выполним проверку для входного сопротивления при $\underline{Z}_H = \underline{Z}_c$

частота среза

$$X_{C(f_{cp})} = \frac{1}{\omega_{cp} C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1.233 \times 10^3 \cdot 3.48 \times 10^{-6}} = 37.09 \text{ Ом}$$

$$X_{L(f_{cp})} = \omega_{cp} L = 2 \cdot \pi \cdot 1.233 \times 10^3 \cdot 9.57 \times 10^{-3} = 74.14 \text{ Ом}$$

$$Z_c(f_{cp}) = 0$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ex} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_c)}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_c)} = \\ &= j \cdot 74.14 + \frac{-j \cdot 37.09 \cdot (j \cdot 74.14 + 0)}{-j \cdot 37.09 + (j \cdot 74.14 + 0)} = 0 = Z_c(f_{cp}) \end{aligned}$$

частота первой гармоники

$$X_{C(f_1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 574.7 \cdot 3.48 \times 10^{-6}} = 79.58 \text{ Ом}$$

$$X_{L(f_1)} = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 574.7 \cdot 9.57 \times 10^{-3} = 34.56 \text{ Ом}$$

$$Z_c(f_1) = 65.6 \text{ Ом}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ex} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_c)}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_c)} = \\ &= j \cdot 34.56 + \frac{-j \cdot 79.58 \cdot (j \cdot 34.56 + 65.6)}{-j \cdot 79.58 + (j \cdot 34.56 + 65.6)} = 65.6 + 0j \text{ Ом} = Z_c(f_1) \end{aligned}$$

Построение векторной диаграммы для цепи (рис. 6) на частоте первой гармоники

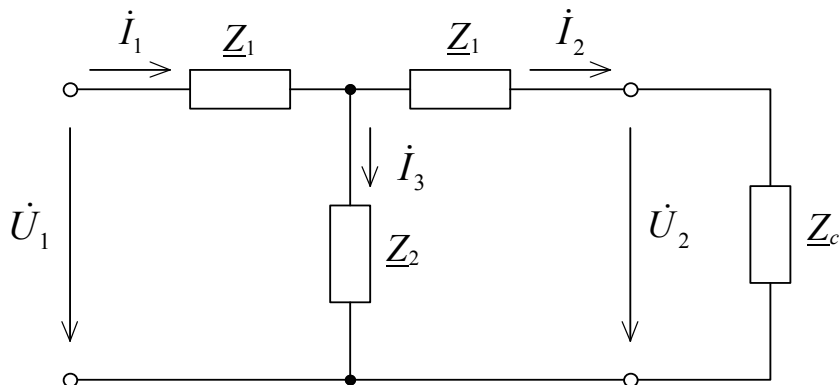


Рис. 6

$$\dot{U}_1 = 63.59 \text{ В}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_c} = \frac{63.59}{65.6} = 0.97 \text{ А}$$

$$\dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \dot{I}_1 \cdot jX_L = 0.97 \cdot j34.56 = j33.5 \text{ В}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_c)} = \\ &= 0.97 \cdot \frac{-j \cdot 79.58}{-j \cdot 79.58 + j \cdot 34.56 + 65.6} = 0.55 - 0.8j \text{ А} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_1 = \dot{I}_2 \cdot jX_L = (0.55 - j0.8) \cdot j34.56 = 27.6 + j18.9 \text{ В}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_c = (0.55 - j0.8) \cdot 65.6 = 36 - j52.4 \text{ В}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0.97 - (0.55 - 0.8j) = 0.42 + 0.8j \text{ А}$$

$$\dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_2 = \dot{I}_3 \cdot (-jX_C) = (0.42 + j0.8) \cdot (-j79.58) = 63.6 - j33.5 \text{ В}$$

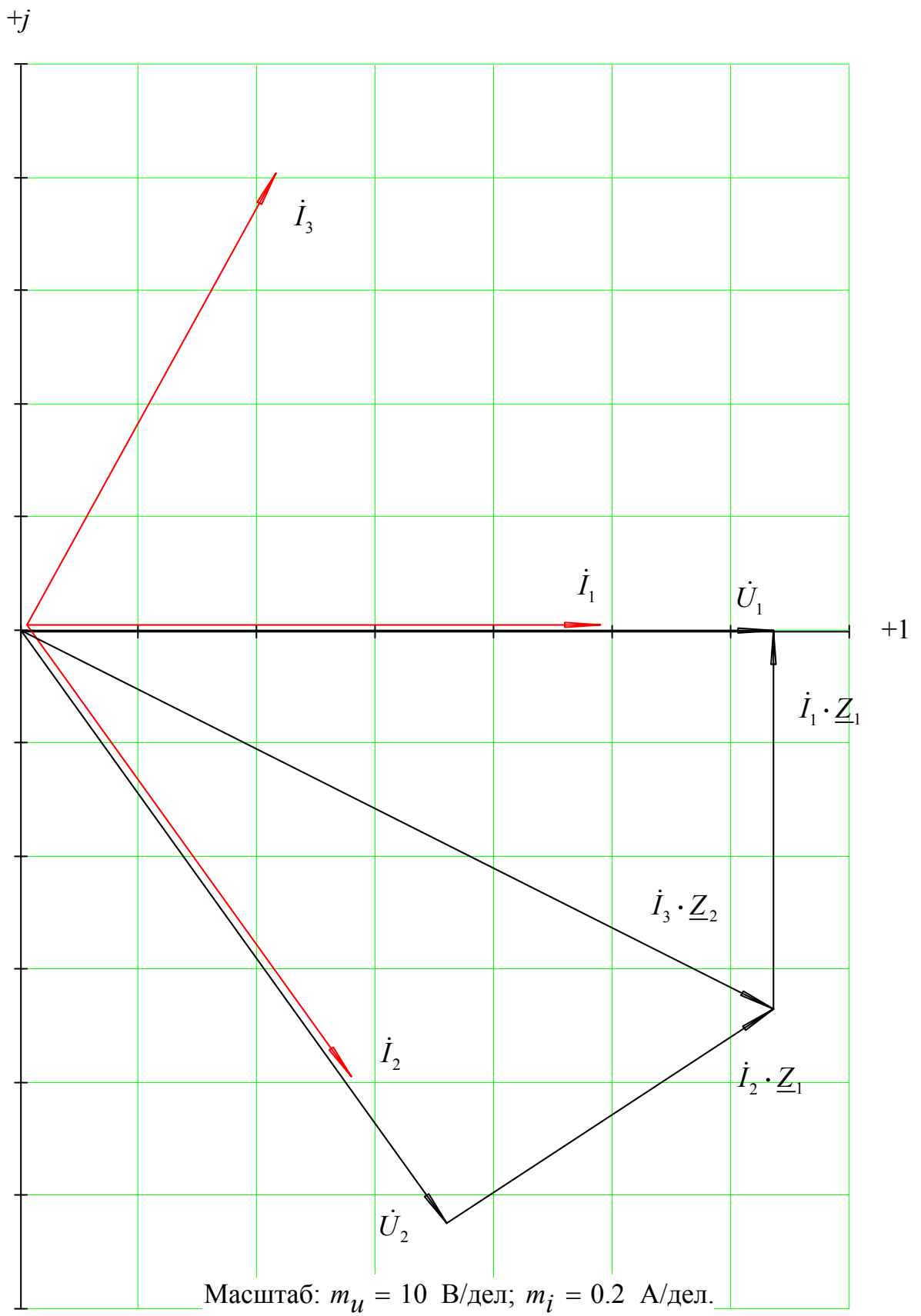


Рис. 7. Векторная диаграмма