2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

**РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ**

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

**Данная работа подводит итог изучения переходных режимов в электрических цепях и усвоения методов их анализа. Для расчета переходного процесса предлагается цепь второго порядка, в которой действуют два источника постоянных воздействий.**

**Предполагается, что до срабатывания коммутаторов (коммутатор работает на замыкание) цепь находилась в установившемся режиме.**

**Задача расчета переходных процессов сводится к решению системы дифференциальных уравнений, связывающих заданные воздействия и искомые токи и напряжения в исследуемой послекоммутационной цепи. Сформулированная задача может быть решена на основе классической теории дифференциальных уравнений (классический метод), операционного исчисления (операторный метод), численных методов (метод пространства состояний).**

2.1. Задание

**1. На откидном листе изобразить электрическую цепь, подлежащую расчету, привести численные значения параметров и задающих источников тока и напряжения.**

**2. Рассчитать указанный преподавателем ток или напряжение в одной из ветвей классическим методом.**

**3. Составить эквивалентную операторную схему и записать для нее систему уравнений по законам Кирхгофа. Рассчитать искомый ток операторным методом.**

**4. Построить графики изменения во времени найденных величин.**

##### 2.2. Выбор варианта

**1. Расчетная цепь выбирается в соответствии с номером варианта с помощью табл. 2.1. Графы расчетных цепей изображены на рис. 2.1.**

**2. Параметры пассивных элементов цепи и задающих источников цепей во всех вариантах определяются следующим образом:**

***L =* 0,5*М* Гн *, С =* 100*N* мкФ;**

**величина сопротивлений для четных ветвей *R =* 100*Аr* Ом,**

 **для нечетных ветвей *R =* 20(*Аr + N*)Ом;**

**параметры источников: *Е*1 *=* 20 (*N + M*) В, *Е*2*=* 20*N* B, *J =* 0,1 (*N +* 2*M*) А,**

**где *N* – номер группы (для студентов заочного отделения: 1 – для студентов, обучающихся в нормативные сроки, 2 – для студентов, обучающихся в сокращенные сроки);**

***M* – шифр специальности, для АТ – 1; АСУ – 2; ЭС – 1,5; ТК – 2,5; КТЭИ – 3; АЭП (АТПП) – 3,5; АТП – 4; АУЦ – 4,5; ЭВТ – 5; КРЭС – 5,5; КЗИ – 6; КСК – 6,5; ИВК – 2;**

***Ar* = 8**

****

**Таблица 2.1**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Граф** | **Ключ** | Расположение элементов в ветвях цепи |
| ***E*1** | ***Е*2** | ***J*** | ***R*** | ***L*** | ***C*** |
| **1, 26, 51, 76** | ***а*** | **3** | **1** | **–** | **6** | **1, 5, 4** | **3** | **2** |
| **2, 27, 52, 77** | ***б*** | **5** | **1** | **5** | **–** | **3, 4, 5** | **1** | **2** |
| **3, 28, 53, 78** | ***в*** | **2** | **3** | **–** | **5** | **1, 2, 3** | **3** | **4** |
| **4, 29, 54, 79** | ***г*** | **3** | **1** | **–** | **5** | **1, 4, 3** | **1** | **2** |
| **5, 30, 55, 80** | ***д*** | **4** | **1** | **5** | **–** | **2, 4, 5** | **1** | **3** |
| **6, 31, 56, 81** | ***е*** | **4** | **1** | **4** | **–** | **1, 3, 4, 5, 6** | **5** | **2** |
| **7, 32, 57, 82** | ***а*** | **6** | **6** | **–** | **1** | **2, 3, 5, 6** | **2** | **5** |
| **8, 33, 58, 83** | ***б*** | **2** | **5** | **3** | **–** | **1, 2, 3, 5** | **4** | **1** |
| **9, 34, 59, 84** | ***в*** | **2** | **1** | **–** | **4** | **1, 4, 5** | **2** | **5** |
| **10 , 35, 60, 85** | ***г*** | **4** | **3** | **1** | **–** | **2, 3, 4, 5** | **5** | **1** |
| **11, 36, 61, 86** | ***д*** | **4** | **1** | **4** | **–** | **1, 2, 3, 4, 5** | **1** | **2** |
| **12, 37, 62, 87** | ***е*** | **6** | **4** | **–** | **2** | **3, 4, 5, 6** | **4** | **1** |
| **13,38,63, 88** | ***а*** | **4** | **1** | **–** | **6** | **1, 4, 5** | **3** | **2** |
| **14, 39, 64, 89** | ***б*** | **4** | **4** | **–** | **5** | **1, 4, 3** | **1** | **2** |
| **15, 40, 65, 90** | ***в*** | **5** | **4** | **5** | **–** | **1, 3, 4, 5** | **1** | **2** |
| **16, 41, 66, 91** | ***г*** | **5** | **5** | **–** | **2** | **1, 3, 4, 5** | **4** | **1** |
| **17, 42, 67, 92** | ***д*** | **4** | **1** | **4** | **–** | **1, 3, 4, 5** | **5** | **2** |
| **18, 43, 68, 93** | ***е*** | **2** | **3** | **–** | **1** | **2, 3, 4, 6** | **5** | **3** |
| **19, 44, 69, 94** | ***а*** | **6** | **2** | **5** | **–** | **1, 5, 6** | **1** | **2** |
| **20, 45, 70, 95** | ***б*** | **5** | **3** | **5** | **–** | **2, 4, 5** | **4** | **1** |
| **21, 46, 71, 96** | ***в*** | **2** | **4** | **–** | **5** | **1, 2, 3, 4** | **1** | **3** |
| **22, 47, 72, 97** | ***г*** | **5** | **3** | **–** | **1** | **2, 3, 5** | **3** | **4** |
| **23, 48, 73, 98** | ***д*** | **4** | **1** | **–** | **2** | **1, 3, 4** | **3** | **5** |
| **24, 49, 74, 99** | ***е*** | **1** | **6** | **–** | **4** | **1, 2, 3, 6** | **3** | **5** |
| **25, 50, 75, 100** | ***а*** | **5** | **3** | **–** | **2** | **1, 3, 5, 6** | **1** | **4** |

**Выбор искомой величины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **искомая величина** | **№ варианта** | **искомая величина** | **№ варианта** | **искомая величина** | **№ варианта** | **искомая величина** |
| **1** | **I1** | **26** | **I4** | **51** | **I5** | **76** | **IC** |
| **2** | **I4** | **27** | **I5** | **52** | **IC** | **77** | **I3** |
| **3** | **I2** | **28** | **I1** | **53** | **IC** | **78** | **UL** |
| **4** | **I4** | **29** | **I3** | **54** | **IC** | **79** | **UL** |
| **5** | **I2** | **30** | **I4** | **55** | **I5** | **80** | **IC** |
| **6** | **I4** | **31** | **I1** | **56** | **I5** | **81** | **I3** |
| **7** | **IC** | **32** | **I3** | **57** | **I6** | **82** | **UL** |
| **8** | **I3** | **33** | **IC** | **58** | **I2** | **83** | **I5** |
| **9** | **I1** | **34** | **IC** | **59** | **UL** | **84** | **UR1** |
| **10** | **I4** | **35** | **IC** | **60** | **I3** | **85** | **I2** |
| **11** | **I5** | **36** | **IC** | **61** | **I4** | **86** | **I3** |
| **12** | **I5** | **37** | **IC** | **62** | **UL** | **87** | **I3** |
| **13** | **I4** | **38** | **I5** | **63** | **IC** | **88** | **I1** |
| **14** | **I3** | **39** | **I4** | **64** | **UL** | **89** | **IC** |
| **15** | **I3** | **40** | **I5** | **65** | **UL** | **90** | **I4** |
| **16** | **I3** | **41** | **IC** | **66** | **I5** | **91** | **UL** |
| **17** | **I3** | **42** | **I4** | **67** | **I1** | **92** | **IC** |
| **18** | **I6** | **43** | **I2** | **68** | **I4** | **93** | **IC** |
| **19** | **I5** | **44** | **I6** | **69** | **IC** | **94** | **UL** |
| **20** | **I2** | **45** | **I5** | **70** | **IC** | **95** | **I3** |
| **21** | **IC** | **46** | **I4** | **71** | **I2** | **96** | **UL** |
| **22** | **I5** | **47** | **I2** | **72** | **I1** | **97** | **IC** |
| **23** | **I4** | **48** | **I1** | **73** | **IC** | **98** | **UL** |
| **24** | **I1** | **49** | **I2** | **74** | **IC** | **99** | **I6** |
| **25** | **I6** | **50** | **I5** | **75** | **I3** | **100** | **IC** |

**2.3. Методические указания**

***2.3.1. Классический метод расчета***

**Переходный процесс можно рассчитать классическим методом в следующей последовательности:**

**1. Расчет докоммутационного установившегося режима с целью получения независимых начальных условий (правил коммутации):**

***iL*(0–) *= iL*(0+), *uC*(0–) *= uC*(0+).**

**2. Составление характеристического уравнения цепи и определение его корней.**

**3. Запись полного решения в виде суммы принужденной и свободной составляющих.**

**4. Расчет послекоммутационного установившегося режима с целью получения принужденных составляющих.**

**5. Расчет необходимых начальных условий (значение искомой величины и ее производной в момент *t =* 0+) с использованием уравнений Кирхгофа и независимых начальных условий или схем замещения в момент *t =* 0*+*.**

**6. Определение постоянных интегрирования и функции, описывающей изменение искомой величины в переходном режиме.**

###### 2.3.2. Операторный метод расчета

**При расчете переходных процессов операторным методом удобно составить предварительно *операторную схему*. В каждой ветви с параметрами *R*, *L*, *C* должны быть при ненулевых начальных условиях учтены две дополнительные внутренние ЭДС *Li*(0) и *uC*(0)/*p*. На рис. 2.2 показаны переходы от элементов с мгновенными значениями токов и напряжений к элементам операторной схемы.**

**Далее для операторной схемы замещения составляется система уравнений Кирхгофа в операторной форме, или ведется расчет любым другим известным расчетным методом. В результате решения должно быть получено изображение по Лапласу искомой величины, которому с применением теоремы разложения(таблиц, связывающих оригиналы и их изображения или при помощи других методов) ставится в соответствие оригинал в виде функции времени.**

**Порядок расчета переходных процессов операторным методом**

**1. Анализ независимых начальных условий (для этого необходимо рассчитать режим в *t* = 0–).**

**2. Составление эквивалентной операторной схемы.**

**3. Расчет операторной схемы любым расчетным методом в операторной форме, преобразование изображения *X*(*p*) искомой величины к виду рациональной дроби.**

**4. Определение оригинала *x*(*t*) по *X*(*p*), т.е. обратный переход.**

**Определение оригинала *x*(*t*) по изображению *X*(*p*)**

**Оригинал можно определить описанными ниже способами.**

1. **Использование обратного преобразования Лапласа**

**, (2.1)**

**которое представляет собой решение интегрального уравнения относительно неизвестной функции *f*(*t*) и может быть получено методами теории функций комплексного переменного. Интеграл (2.1) вычисляется по прямой на плоскости комплексного переменного *p*, параллельной мнимой оси и расположенной правее всех особенностей (в частности, простых и кратных полюсов) функции *F*(*p*). Такой способ в прикладных задачах электротехники не используется.**

**2. Табличный метод. Подробные таблицы оригиналов и соответствующих им изображений приводятся в математических и электротехнических справочниках. При использовании этого способа возникают трудности, связанные с распознаванием и сведением функций к табличному виду.**

**3. Использование теоремы о вычетах или теоремы разложения.**

**Для каждой функции времени, входящей в уравнение Кирхгофа, описывающего расчетную цепь, устанавливается в соответствие операторное изображение, после чего система линейных дифференциальных уравнений переписывается в виде системы алгебраических уравнений (также получаем операторную схему замещения). Система алгебраических уравнений рассчитывается относительно операторного изображения искомой величины, по которому с помощью теоремы разложения находится оригинал.**

**Теорема разложения имеет две модификации в зависимости от вида операторного изображения искомой величины:**

**1)**  ***=***,  **(2.2)**

**где** ***n* – порядок цепи,**

***pi* – простые корни характеристического уравнения *N*(*p*) = 0;**

**.**

**2)** ** ***=*****, **(2.3)**

**где *pi* – корни характеристического уравнения *F*3(*p*) = 0.**

**В этом случае знаменатель имеет один нулевой корень, на это указывает наличие в составе знаменателя множителя *p*. Теорема разложения в форме (2.3) соответствует сигналам, имеющим принужденную составляющую.**

**Если уравнение второго порядка, соответствующее цепи второго порядка, *F*2(*p*) = 0 имеет комплексные сопряженные корни  и , то достаточно вычислить слагаемое сумм (2.2) или (2.3) только для корня , а для сопряженного корня  взять значение, сопряженное этому слагаемому. Сумма, соответствующая этим двум слагаемым, равна удвоенному значению действительной части, найденной для одного из корней:**

***=*** **(2.4)**

**или**

** ***=***.

3. Пример расчета переходного процесса

**в цепи II порядка**

**Дана цепь (рис. 2.3) с параметрами *Е* = 30 В , *J* = 2 А , *R*1 = 20 Ом , *R*2 = 10 Ом, *С* = 100 мкФ , *L* = 50 мГн .**

**Определить закон изменения тока *i*1(*t*) после коммутации.**


#### 3.1. Классический метод расчета

1. **Правила коммутации:**

***iL*(0–) = *iL*(0+) = 0 А,**

***uC*(0–) = *uC*(0+) = *J* *R*2 = 20 B.**

1. **Составление характеристического уравнения цепи.**

**2.1. Совместное решение однородной системы дифференциальных уравнений. Составляем систему дифференциальных уравнений для мгновенных значений токов и напряжений по законам Кирхгофа:**

**Из уравнения (2.12)**

**.**

**Из уравнения (2.13) определим ток**

** (2.17)**

**и подставим его в выражение для тока индуктивности**

**.**

**Определим производную тока индуктивности**

**.**

**Из уравнения (2.11) определим ток *i*4**

****

**и подставим в полученное уравнение (2.17)**

**.**

**Все полученные выражения подставляем в уравнение (2.14)**

**.**

**После приведения подобных слагаемых и группирования получаем дифференциальное неоднородное уравнение второго порядка**

****

**Таким образом методом исключения из системы дифференциальных уравнений для любой электрической цепи можно получить дифференциальное неоднородное уравнение.**

**Характеристическое уравнение получается из соответствующего однородного дифференциального уравнения в результате замены производных на соответствующие степени оператора *p* и имеет вид**

****

**2.2. Алгебраизация дифференциальных уравнений. Для получения характеристических уравнений записывается система уравнений по методу контурных токов, которая впоследствии переписывается в алгебраической форме с помощью вспомогательного символа *p*, заменяющего операцию дифференцирования, и 1/*p*, заменяющего операцию интегрирования:**



**Так как *i*33 = *J* , следовательно,**



**и, соответственно, для свободных составляющих токов:**



**Данная система алгебраических уравнений имеет решение, отличное от нулевого только тогда, когда ее определитель равен нулю:**

****

**или**



**Таким образом, характеристическое уравнение в результате преобразования принимает вид**

**.**

**2.3. Метод входного сопротивления. Удалим источники из цепи в соответствии с известным правилом: источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками, ветви с источниками тока размыкаются.**

**В произвольной ветви, разорвав цепь, запишем входное сопротивление:**

****

**Заменив *j* на *p*, получим**



**Приравняв данное выражение нулю (*Z*(*р*) = 0) и произведя необходимые преобразования, получим характеристическое уравнение цепи**

****

**Подставим значения параметров цепи:**

***p*2 + 700*p* + 300000 = 0.**

**Корни характеристического уравнения**

***p*1 = – 350 + *j*421,308, *p*2 = – 350 – *j*421,308**

**являются комплексными сопряженными, следовательно, переходный процесс в цепи имеет колебательный характер.**

1. **Определение принужденной составляющей. Рассматриваемая цепь в принужденном режиме имеет вид (рис. 2.4)**

 ,

 ***i*1пр = 1/3 (A).**

**4. Определение свободной составляющей. Для цепей, характеристические числа которых имеют комплексные сопряженные значения, свободная составляющая определяется в виде**

***i*1св(*t*) = *e*–*t*(*A*1cos *t* + *A*2 sin *t*),**

**где  – декремент затухания,  – частота свободных колебаний определяются через корни характеристического уравнения *p*1,2 = –  + *j*.**

**Таким образом, в выражении *i*1св необходимо определить постоянные интегрирования *А*1 и *А*2. Вычисление их ведется с помощью системы уравнений, составленных для момента *t* = 0+:**

****

**4.1. Определение значений и с использованием системы уравнений Кирхгофа. В данном случае cоставляется система уравнений Кирхгофа. Методом исключения выражается значение тока *i*1(0+) через известные значения *uC*(0+) и *i*2(0+):**

**.**

**Дифференцируя выражение для *i*1(*t*), получим**

**.**

**Произведя необходимые преобразования и подстановки в системе уравнений Кирхгофа, получим**

**.**

**Подставив соответствующие значения *uC* и *iL* в момент *t* = 0+, рассчитаем**

***i*1(0+) = – 250 A/с.**

**4.2. Определение *i*1(0+) и *i*1(0+) с использованием резистивных схем замещения в момент *t* = 0+. Схема замещения в 0+ для величин токов и напряжений изображена на рис. 2.5**

***ЕС* = *uС*(0–)**

***J* = *iL*(0–)**

J

**По II закону Кирхгофа получим**



**Для построения схемы замещения в (0+) для производных токов и напряжений необходимо определить начальные значения:**

****

**Таким образом, следует определить *iC*(0+) и *uL*(0+) с помощью уже полученной схемы замещения:**

**а) для определения *uL*(0+) составим уравнение по II закону Кирхгофа:**

***uL*(0+) – *iR*2(0+)*R*2 = – *uC*(0+)**

**подставив значения, получим *uL*(0+) = 0, следовательно, .**

**б) *iC*(0+) = *i*1(0+) = 0,5 A , следовательно,  = 5000 B/с.**

**При построении схемы замещения в 0+ для производных следует:**

* **источники заменить на аналогичные источники с ЭДС или задающим током, равным соответственно производной от данных в задании;**
* **номиналы резисторов остаются неизменными;**
* **емкости и индуктивности же замещаются в соответствии со следующим правилом – емкости с нулевыми начальными условиями () заменяются короткозамкнутыми участками, с ненулевыми начальными условиями() – противодействующими источниками ЭДС с ;**
* **ветви с индуктивностями, имеющими нулевые начальные условия () размыкаются, в случае ненулевых начальных условий () индуктивности заменяют на содействующие источники тока с .**

**Таким образом, осуществляется операция дифференцирования, адекватная дифференцированию системы уравнений Кирхгофа.**

**В нашем случае, когда в цепи действуют источники постоянных воздействий, источники ЭДС заменяются короткозамкнутыми участками (т.к. ), а ветви с источниками тока размыкаются (т.к. ).**

**Таким образом, схема замещения в *t* = 0+ для производных имеет вид (рис. 2.6).** **Определим .**

**4.3. Определение постоянных интегрирования:**



**Решив данную систему уравнений, получим**

***А*1 = 0,1667,  *А*2 = – 0.455.**

**5. Определение полного решения. Полное решение следует искать в виде**

 ***i*1(*t*) = *i*1пр + *i*1св.**

**С учетом произведенных расчетов получим**

****

**Для удобства построения графика преобразуем полученное выражение в синусоидальную форму:**

****

**( + ) прибавляется к аргументу, так как угол  имеет отрицательный знак**

** и положительный знак ,**

**т.е. если рассматривать единичную окружность, данный угол находится во II четверти координатной плоскости.**

**Угол  определяется в радианах, так как свободная частота измеряется в рад/с. Таким образом, *искомый ток***

***i*1(*t*) *=* 1/3 + *e–*350*t*0,485 sin(421,308*t +* 2,788).**

**6. Построение графика изменения тока *i*(*t*). Оценим соотношение между постоянной времени экспоненты и периодом синусоиды. Постоянная времени экспоненты *exp* = 1/ = 0,00286 с. Период синусоиды *T*sin = 1*/f* = 2/ = 0,0149 с. В связи с тем, что ехр << *T*sin, график строится по точкам. Результаты расчетов значений тока *i*1(*t*) записаны в табл. 2.2., а график изменения *i*1(*t*) изображен на рис. 2.7.**

**Таблица 2.2**

| ***t*** | ***i*1(*t*)** | ***t*** | ***i*1(*t*)** | ***t*** | ***i*1(*t*)** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **0,5** | **2 ** | **0,2754** | **4 ** | **0,3419** |
| **0,25 ** | **0,3531** | **2,25 ** | **0,2973** | **4,25 ** | **0,3402** |
| **0,5 ** | **0,2609** | **2,5 ** | **0,3149** | **4,5 ** | **0,3384** |
| **0,75 ** | **0,2137** | **2,75 ** | **0,3278** | **4,75 ** | **0,3366** |
| **1 ** | **0,1993** | **3 ** | **0,3362** | **5 ** | **0,3352** |
| **1,25 ** | **0,2065** | **3,25 ** | **0,3410** | **5,25 ** | **0,3341** |
| **1,5 ** | **0,2260** | **3,5 ** | **0,3430** | **5,5 ** | **0,3333** |
| **1,75 ** | **0,2506** | **3,75 ** | **0,3430** |  |  |

б

**Рис 2.7.**

***3.2. Операторный метод***

**С учетом независимых начальных условий изображается операторная схема замещения (рис. 2.8).**

**Уравнения Кирхгофа в операторной форме запишутся в виде**



**Решение получается проще при использовании метода контурных токов. Контурные токи выберем так, как показано на рис. 2.8.**

**Ток , тогда система уравнений имеет вид:**

****

**Определим собственные и общие сопротивления, а также контурные ЭДС, полученные выражения подставим в систему уравнений:**

****

**После преобразований**

****

**Подставим значения**

****

**Решим систему уравнений при помощи метода определителей:**

**,**

**.**

**Изображение тока в первой ветви определится**

**.**

**Определим оригинал искомого тока с помощью теоремы разложения. Многочлен второй степени знаменателя приравняем нулю и получим характеристическое уравнение цепи , решением которого являются комплексные сопряженные корни**

**,**

**которые совпадают с полученными при решении классическим методом.**

**Оригинал тока определяем по формуле (2.4). Вычислим производную и значение производной, а также значение многочлена  при корне , подставим в (2.4):**

**, **

****

**Данное решение совпадает с решением, полученным классическим методом.**