

# Контрольная работа №1

## Задача 1 ( 5 2 )

Для реактивного двухполюсника построить схему обратного двухполюсника и рассчитать его элементы.

Схема реактивного двухполюсника приведена на рис. 1.

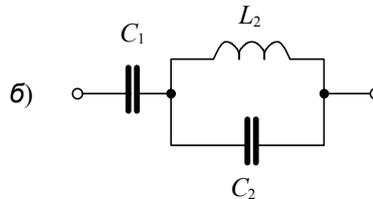


Рис. 1. Исходный реактивный двухполюсник.

Значения элементов двухполюсников:

$$C_1 = 0.3 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = 18 \text{ мГн}; C_2 = 0.1 \text{ мкФ}.$$

Коэффициент перехода  $R^2 = k = 3 \times 10^3 \text{ Ом}^2$ .

Для решения задачи нужно выполнить следующее:

используя правила, построить схему обратного двухполюсника относительно заданного;

рассчитать значения элементов обратного двухполюсника по данным исходного двухполюсника при указанном коэффициенте перехода (отношении между значениями элементов двухполюсников);

определить все резонансные частоты и характеры резонансов исходного и обратного двухполюсников;

построить частотные характеристики реактивных сопротивлений обоих двухполюсников ( $Z = jx(\omega)$ ) и показать характеристические строки двухполюсников с расположенными на них полюсами и нулями;

указать, к каким классам канонических схем двухполюсников относятся оба двухполюсника и в чем особенность их свойств;

рассчитать реактивные сопротивления двухполюсников на одной частоте, лежащей в каждой из частотных полос:  $0 - \omega_1$ ,  $\omega_1 - \omega_2$ , ...,  $\omega_n - \infty$ , где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_n$ , - соответственно первая, вторая и последняя резонансные частоты.

В заключение следует ответить на вопросы:

1. Какие схемы двухполюсников называются каноническими, в чем их особенности и практическое значение?
2. В каких устройствах автоматики, телемеханики и связи используются обратные двухполюсники?

**Рассмотрим двухэлементные LC двухполюсники.**

Последовательное соединение (рис. 2).

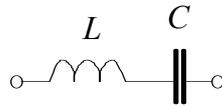


Рис. 2. Последовательное соединение LC.

Сопротивление двухполюсника:

$$Z(\omega) = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = jL \frac{\omega^2 - \frac{1}{LC}}{\omega} = jL \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega}, \quad (1)$$

где

$$\omega_p^2 = \frac{1}{LC} \quad - \text{резонансная частота (резонанс напряжений).}$$

Проводимость двухполюсника:

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = -j \frac{1}{L} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_p^2}.$$

Параллельное соединение (рис. 3).

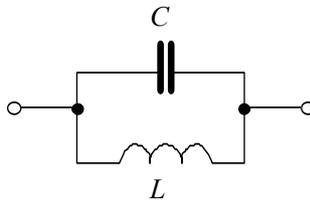


Рис. 3. Параллельное соединение LC.

Проводимость двухполюсника:

$$Y(\omega) = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = jC \frac{\omega^2 - \frac{1}{LC}}{\omega} = jC \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega},$$

где

$$\omega_p^2 = \frac{1}{LC} \quad - \text{резонансная частота (резонанс токов).}$$

Сопротивление двухполюсника:

$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = -j \frac{1}{C} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_p^2}. \quad (2)$$

Найдем сопротивление *исходного двухполюсника* (рис. 1).

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= Z_1(\omega) + Z_2(\omega) = \frac{1}{j\omega C_1} + \left( -j \frac{1}{C_2} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_2^2} \right) = \\ &= -j \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \cdot \frac{\left( \omega^2 - \omega_2^2 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)} = -j \frac{1}{C} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)} = . \end{aligned}$$

где

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \times 10^{-7} \cdot 1 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-7} + 1 \times 10^{-7}} = 7.5 \times 10^{-8} \text{ Ф};$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2} = \frac{1}{1.8 \times 10^{-2} \cdot 1 \times 10^{-7}} = 5.556 \times 10^8 \text{ 1/с}^2;$$

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 \frac{C_2}{C_1 + C_2} = 5.556 \times 10^8 \cdot \frac{1 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-7} + 1 \times 10^{-7}} = 1.389 \times 10^8 \text{ 1/с}^2;$$

Сопротивление исходного двухполюсника:

$$Z(\omega) = -j \frac{1}{C} \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (3)$$

где

$$C = 7.5 \times 10^{-8} \text{ Ф}; \quad \omega_1^2 = 1.389 \times 10^8 \text{ 1/с}^2; \quad \omega_2^2 = 5.556 \times 10^8 \text{ 1/с}^2.$$

**Рассчитаем значения элементов *обратного двухполюсника*.**

Для исходного двухполюсника с сопротивлением заданным формулой (3), сопротивление обратного двухполюсника будет:

$$Z'(\omega) = jk \cdot C \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)}, \quad (4)$$

где

$Z \cdot Z' = k = 3 \times 10^3 \text{ Ом}^2$  – постоянный множитель, зависящий от значений элементов схемы.

Существует четыре схемы реализации двухполюсника, заданного формулой (4), см. табл. 1. Выберем схему реализации (рис. 4) разложением сопротивления  $Z'(\omega)$  на простые дроби:

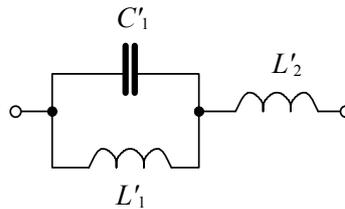


Рис. 4. Схема реализации обратного двухполюсника.

Найдем значения элементов обратного двухполюсника.

$$\begin{aligned} Z'(\omega) &= Z_2(\omega) + Z_1(\omega) = j\omega L'_2 + \left( -j \frac{1}{C'_1} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_1^2} \right) = \\ &= jL'_2 \cdot \frac{\omega \left( \omega^2 - \left( \omega_1^2 + \frac{1}{L'_2 C'_1} \right) \right)}{(\omega^2 - \omega_1^2)} = jk \cdot C \cdot \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)}, \end{aligned}$$

Находим:

$$L'_2 = k \cdot C = 3000 \cdot 7.5 \times 10^{-8} = 2.25 \times 10^{-4} \text{ Гн};$$

$$\omega_1^2 + \frac{1}{L'_2 \cdot C'_1} = \omega_2^2;$$

$$C'_1 = \frac{1}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)L'_2} = \frac{1}{(5.556 \times 10^8 - 1.389 \times 10^8) \cdot 2.25 \times 10^{-4}} = 1.067 \times 10^{-5} \text{ Ф};$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L'_1 \cdot C'_1};$$

$$L'_1 = \frac{1}{\omega_1^2 \cdot C'_1} = \frac{1}{1.389 \times 10^8 \cdot 1.067 \times 10^{-5}} = 6.75 \times 10^{-4} \text{ Гн};$$

Сопротивление обратного двухполюсника:

$$Z'(\omega) = jL'_2 \cdot \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)},$$

где

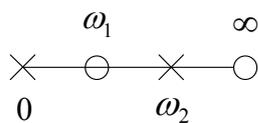
$$L'_2 = 2.25 \times 10^{-4} \text{ Гн}; \omega_1^2 = 1.389 \times 10^8 \text{ 1/с}^2; \omega_2^2 = 5.556 \times 10^8 \text{ 1/с}^2.$$

Параметры схемы (рис. 4) обратного двухполюсника:

$$C'_1 = 1.067 \times 10^{-5} \text{ Ф}; L'_1 = 6.75 \times 10^{-4} \text{ Гн}; L'_2 = 2.25 \times 10^{-4} \text{ Гн}.$$

## Характеры резонансов исходного и обратного реактивных двухполюсников.

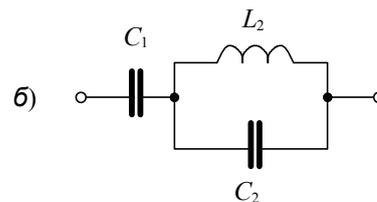
Исходный двухполюсник (рис. 5).



а)

$$Z(\omega) = -j \frac{1}{C} \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)},$$

б)



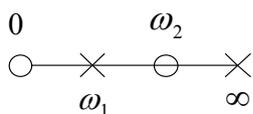
в)

Рис. 5.

Частота резонанса  $\omega_2$  образована параллельным включением  $L_2 C_2$  (резонанс токов). Такие колебания возможны при *разомкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Частота резонанса  $\omega_1$  представляет собой частоту собственных колебаний цепи, образованной последовательным соединением  $C_1 L_2 C_2$  (резонанс напряжений). Такие колебания возможны при *замкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

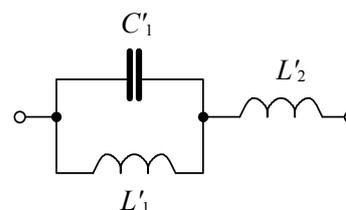
Обратный двухполюсник (рис. 6).



а)

$$Z'(\omega) = jL'_2 \cdot \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)},$$

б)



в)

Рис. 6.

Частота резонанса  $\omega_2$  образована последовательным включением катушки  $L'_2$  и контура  $L'_1 C'_1$  (резонанс напряжений). Такие колебания возможны при *замкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Частота резонанса  $\omega_1$  представляет собой частоту собственных колебаний колебательного контура  $L'_1 C'_1$  (резонанс токов). Такие колебания возможны при *разомкнутых* внешних зажимах двухполюсника.

Характеристические строки двухполюсников изображены на рис. 5. а) и рис. 6. а).

Частотные характеристики реактивных двухполюсников изображены на рис.7, 8.

В табл.1 дана классификация реактивных двухполюсников по характеристическим строкам. Исходный двухполюсник относится ко второму типу, схема 3. Обратный двухполюсник относится к первому типу, схема 1.

Особенность свойств двухполюсников (рис. 5, 6):

- для всех реактивных двухполюсников в выражении для сопротивления числитель является четным, а знаменатель нечетным по частоте (либо наоборот);
- двухполюсник (рис. 5) не пропускает постоянный ток, обратный ему (рис. 5) - пропускает;
- процессы в цепях, составленных из катушек индуктивности и конденсаторов с высокой добротностью не сопровождаются сколь-нибудь значительным выделением энергии.

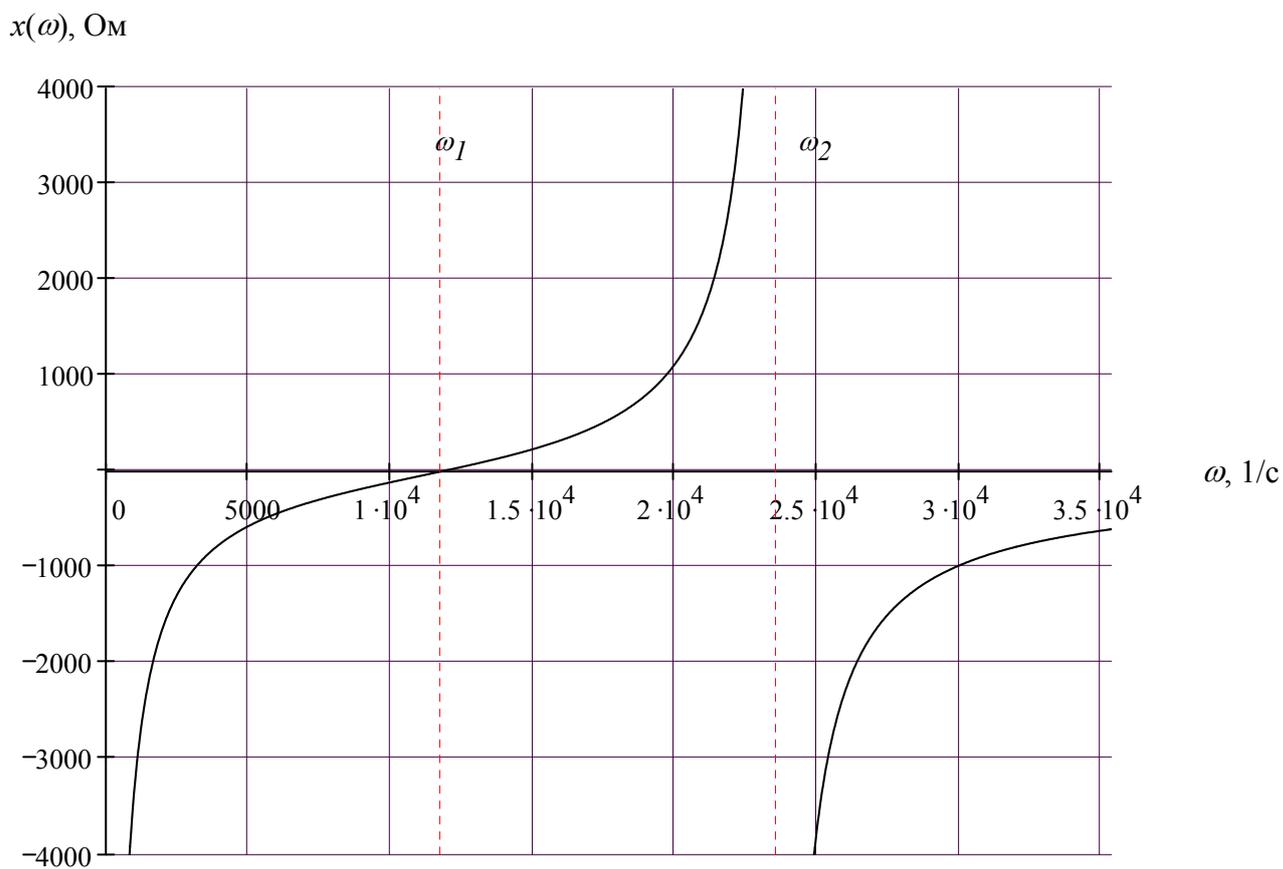


Рис. 7. Частотная характеристика исходного двухполюсника.

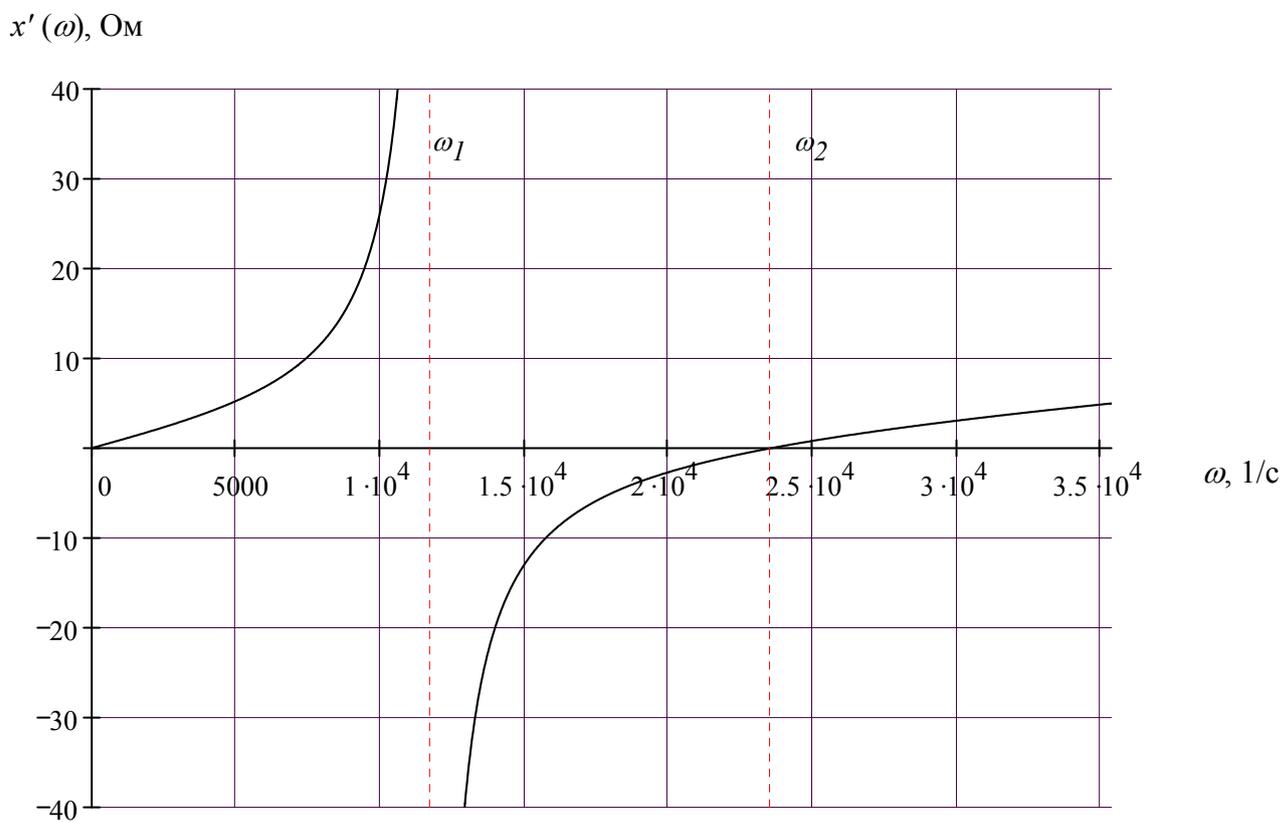


Рис. 8. Частотная характеристика обратного двухполюсника.

Канонические схемы реактивных двухполюсников

Тип	Характеристические строки	Функция сопротивления $Z(\omega)$	Схемы реализации двухполюсников			
			Параллельными резонансными контурами	Последовательными резонансными контурами	Лестничная	
1		$jk \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)}$				
2		$-jk \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}$				
3		$-jk \frac{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2)}$				
4		$jk \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2)}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2)}$				

**Рассчитаем реактивные сопротивления двухполюсников** на одной частоте, лежащей в каждой из частотных полос:  $0 - \omega_1$ ,  $\omega_1 - \omega_2$ , ...,  $\omega_n - \infty$ ,

Выберем следующие частоты:

$$\omega_{01} = 5.89 \times 10^3 \text{ 1/с}; \quad \omega_{12} = 1.77 \times 10^4 \text{ 1/с}; \quad \omega_{2\infty} = 3.54 \times 10^4 \text{ 1/с}.$$

Для исходного двухполюсника:

$$Z(\omega) = -j 1.333 \cdot 10^7 \cdot \frac{\omega^2 - 1.389 \cdot 10^8}{\omega \cdot (\omega^2 - 5.556 \cdot 10^8)}$$

$$Z(5.89 \times 10^3) = -453j \text{ Ом};$$

$$Z(1.77 \times 10^4) = 542j \text{ Ом};$$

$$Z(3.54 \times 10^4) = -601j \text{ Ом};$$

Для обратного двухполюсника:

$$Z'(\omega) = 2.25 \cdot 10^{-4} j \cdot \frac{\omega \cdot (\omega^2 - 5.556 \cdot 10^8)}{\omega^2 - 1.389 \cdot 10^8}$$

$$Z'(5.89 \times 10^3) = 6.62j \text{ Ом};$$

$$Z'(1.77 \times 10^4) = -5.53j \text{ Ом};$$

$$Z'(3.54 \times 10^4) = 4.99j \text{ Ом};$$

*Канонической* называется схема, которая при правильном задании, удовлетворяющем условиям физической реализуемости, всегда дает возможность выполнить задание.

Канонические схемы:

- канонические схемы реализуют любое физически реализуемое задание;
- наиболее простые для данного физически реализуемого задания;
- свойства канонических схем хорошо изучены.

В устройствах автоматики и телемеханики широко применяются различного типа фильтры. Для того, чтобы получить фильтр с заданными свойствами необходимо в нем использовать взаимнообратные двухполюсники.

## Задача 2

Определить собственные и рабочие параметры четырехполюсника.

Схема четырехполюсника б) (рис. 1)

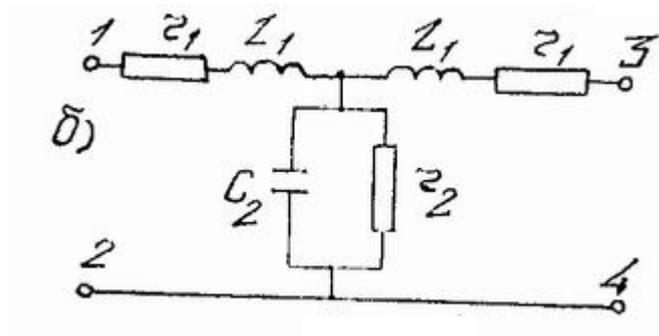


Рис. 1. Схема четырехполюсника.

Исходные данные:

$$f = 5 \text{ кГц};$$

$$r_1 = 0.2 \text{ кОм}; L_1 = 9.5 \text{ мГн};$$

$$r_2 = 5.1 \text{ кОм}; C_2 = 0.8 \text{ мкФ};$$

$$Z_{\Gamma} = 0.8 \text{ кОм}; \phi_{\Gamma} = 35^\circ;$$

$$Z_H = 0.3 \text{ кОм}; \phi_H = 45^\circ.$$

Рассчитаем сопротивления двухполюсников в последовательном и параллельном плечах заданного четырехполюсника;

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 3.1416 \times 10^4 \text{ рад/с};$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{3.1416 \times 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-7}} = 39.789 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{r_2 \cdot (-jx_{C2})}{r_2 + (-jx_{C2})} = \frac{5100 \cdot (-j 39.789)}{5100 + (-j 39.789)} = 0.31 - 39.787j = 39.788 \cdot e^{-j 89.553^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 = r_1 + j\omega L_1 = 200 + j \cdot 3.1416 \times 10^4 \cdot 0.0095 = 200 + 298.45j = 359.27 \cdot e^{j 56.173^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_1.$$

Определим коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  уравнений передачи четырехполюсника (рис. 2) и проверим правильность их вычисления.

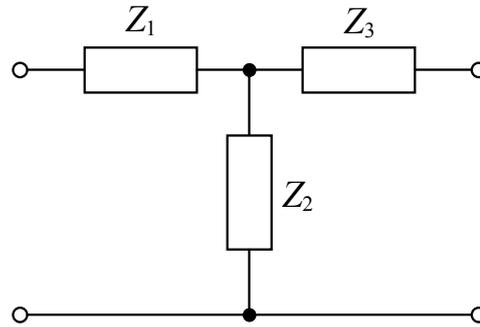
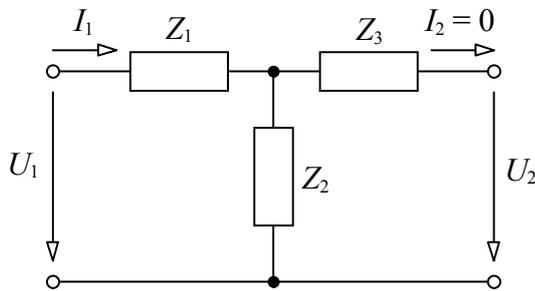
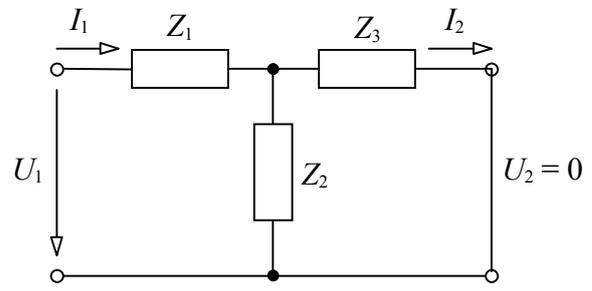


Рис. 2

Сопротивление холостого хода  $Z_{xx}$  и короткого замыкания  $Z_{кз}$  четырехполюсника определим методом преобразования цепи.



а) Режим холостого хода



б) Режим короткого замыкания

Рис. 3

$$Z_{xx} = Z_1 + Z_2;$$

$$Z_{кз} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}.$$

Уравнения  $A$ -параметров четырехполюсника.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 + \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Режим холостого хода (рис. 3, а)

$$\begin{cases} \dot{I}_2 = 0, \\ \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{xx}} = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2};$$

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2};$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \cdot Z_2 = \dot{U}_1 \frac{1}{Z_1 + Z_2} \cdot Z_2 = \dot{U}_1 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2};$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_1 \frac{1}{Z_1 + Z_2}}{\dot{U}_1 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}} = \frac{1}{Z_2}.$$

Режим короткого замыкания (рис. 3, б)

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = 0; \\ \dot{U}_1 = \underline{B} \cdot \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = \underline{D} \cdot \dot{I}_2. \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{кз}} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3};$$

$$\underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}} = \frac{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2};$$

$$\underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}.$$

Проверка

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} &= \\ &= \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}\right) - \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}\right) \cdot \frac{1}{\underline{Z}_2} = \\ &= 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} - \underline{Z}_1 \frac{1}{\underline{Z}_2} - \underline{Z}_3 \frac{1}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \frac{1}{\underline{Z}_2} = 1. \end{aligned}$$

[A]-параметры T-образного четырехполюсника (рис. 2) даются следующей матрицей

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{pmatrix}$$

Находим

$$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{359.27 \cdot e^{j 56.173^\circ}}{39.788 \cdot e^{-j 89.553^\circ}} = -6.462 + 5.085j = 8.223 \cdot e^{j 141.799^\circ};$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} =$$

$$= 2 \cdot (200 + 298.45j) + \frac{(359.27 \cdot e^{j 56.173^\circ})^2}{39.788 \cdot e^{-j 89.553^\circ}} = -2610 - 613j = 2681 \cdot e^{-j 166.782^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{39.788 \cdot e^{-j 89.553^\circ}} = 0.02513 \cdot e^{j 89.553^\circ} = 0.0002 + 0.02513j \text{ Сим};$$

$$\underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{359.27 \cdot e^{j 56.173^\circ}}{39.788 \cdot e^{-j 89.553^\circ}} = -6.462 + 5.085j = 8.223 \cdot e^{j 141.799^\circ};$$

Проверка

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} &= \left(8.223 \cdot e^{j 141.799^\circ}\right)^2 - 2681 \cdot e^{-j 166.782^\circ} \cdot 0.02513 \cdot e^{j 89.553^\circ} = \\ &= 15.897 - 65.722j - (14.893 - 65.707j) = 1 - 0j \end{aligned}$$

Рассчитаем постоянную передачи (собственные затухания и сдвиг фаз), характеристическое сопротивление (его модуль и угол).

Постоянная передачи четырехполюсника:

$$\underline{g} = \ln\left(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}\right)$$

Находим

$$\begin{aligned} \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} &= \\ &= \sqrt{\left(8.223 \cdot e^{j 141.799^\circ}\right)^2} + \sqrt{2681 \cdot e^{-j 166.782^\circ} \cdot 0.02513 \cdot e^{j 89.553^\circ}} = \\ &= 8.223 \cdot e^{-j 38.201^\circ} + 8.209 \cdot e^{-j 38.614^\circ} = 12.88 - 10.21j = \\ &= 16.43 \cdot e^{-j 38.41^\circ} \end{aligned}$$

$$\underline{g} = a + j \cdot b = \ln(16.43 \cdot e^{-j38.41^\circ}) = 2.799 - 0.670j$$

$$a = 2.799 \text{ Нп} = 2.799 \cdot 8.686 = 24.3 \text{ дБ} - \text{коэффициент затухания};$$

$$b = -0.67 \text{ рад} = -38.4^\circ - \text{коэффициент фазы}.$$

Характеристические параметры четырехполюсника  $\underline{Z}_{C1}$ ,  $\underline{Z}_{C2}$  (согласованные сопротивления) (рис. 4).

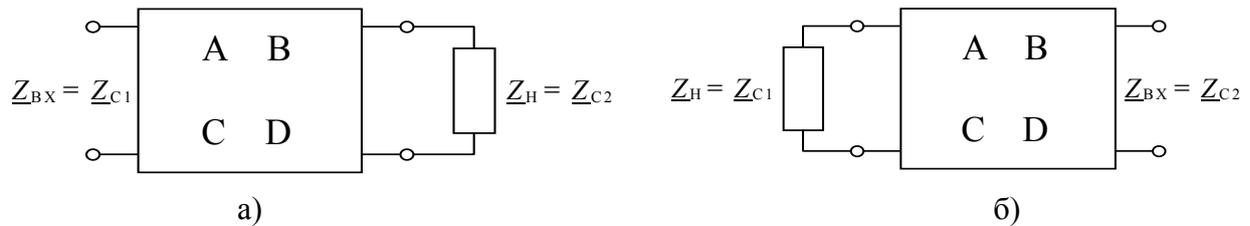


Рис. 4. Характеристические параметры четырехполюсника  $\underline{Z}_{C1}$ ,  $\underline{Z}_{C2}$ .

Характеристическое сопротивление четырехполюсника со стороны входа

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1X} \cdot \underline{Z}_{1K}}$$

Для цепи (рис. 2)

$$\underline{Z}_{1X} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 200 + 298.45j + (0.31 - 39.79j) = 200.31 + 258.66j = 327.16 \cdot e^{j 52.246^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1K} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \\ &= 200 + 298.45j + \frac{39.788 \cdot e^{-j \cdot 89.553^\circ} \cdot 359.27 \cdot e^{j 56.173^\circ}}{327.16 \cdot e^{j \cdot 52.246^\circ}} = 203.33 + 254.88j \text{ Ом} = \\ &= 326.05 \cdot e^{j 51.419^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1C} &= \sqrt{\underline{Z}_{1X} \cdot \underline{Z}_{1K}} = \sqrt{327.16 \cdot e^{j \cdot 52.246^\circ} \cdot 326.05 \cdot e^{j 51.419^\circ}} = \\ &= 326.6 \cdot e^{j 51.833^\circ} = 201.8 + 256.8j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Для симметричного четырехполюсника арактеристическое сопротивление четырехполюсника со стороны выхода

$$\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{1C} = 326.6 \cdot e^{j 51.833^\circ} = 201.8 + 256.8j \text{ Ом}.$$

Определим входное сопротивление четырехполюсника, его модуль и угол и оценим влияние нагрузки на выходе четырехполюсника на его входное сопротивление.

Запишем выражение для входного сопротивления

$$\underline{Z}_{BX} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{A \cdot U_2 + B \cdot I_2}{C \cdot U_2 + D \cdot I_2} = \frac{A \cdot \underline{Z}_H + B}{C \cdot \underline{Z}_H + D} = \underline{Z}_{1X} \frac{\underline{Z}_{2K} + \underline{Z}_H}{\underline{Z}_{2X} + \underline{Z}_H}.$$

Вычислим входное сопротивление для:

холостой ход

$$Z_{BX}(\infty) = 200.3 + 258.7j = 327.2 \cdot e^{j 52.246^\circ} \text{ Ом};$$

короткое замыкание

$$Z_{BX}(0) = 203.3 + 254.9j = 326.1 \cdot e^{j 51.419^\circ} \text{ Ом};$$

нагрузка  $\underline{Z}_H = 300 \cdot e^{j 45^\circ} \text{ Ом};$

$$Z_{BX}(Z_H) = 202 + 256.8j = 326.7 \cdot e^{j 51.809^\circ} \text{ Ом}.$$

При включении нагрузки  $\underline{Z}_H$  фаза входного сопротивления изменяется незначительно по отношению к фазе входного сопротивления при коротком замыкании, а модуль входного сопротивления близок к модулю входного сопротивления при КЗ.

Рассчитаем рабочее и вносимое затухания четырехполюсника при исходных данных

$$Z_H = 300 \text{ Ом}, \phi_H = 45^\circ;$$

$$Z_\Gamma = 800 \text{ Ом}, \phi_\Gamma = 35^\circ;$$

а также при условиях:

$$\underline{Z}_\Gamma = \underline{Z}_{1C}, \underline{Z}_H = \underline{Z}_{2C} \text{ и } \underline{Z}_H = \underline{Z}_\Gamma,$$

где  $\underline{Z}_{1C}, \underline{Z}_{2C}$  – характеристические сопротивления четырехполюсника со стороны его входных и выходных зажимов.

Рабочее затухание

$$a_p = a + \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_{1C}}} \right| + \ln \left| \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}{2\sqrt{\underline{Z}_H \underline{Z}_{2C}}} \right| + \ln \left| 1 - \underline{p}_\Gamma \underline{p}_H e^{-2g} \right| = a + \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3,$$

где

$a$  – собственное затухание четырехполюсника;

$\Delta a_1 = \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_{1C}}} \right|$  – затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника;

$$\Delta a_2 = \ln \left| \frac{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}{2\sqrt{\underline{Z}_H \underline{Z}_{2C}}} \right| - \text{затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника};$$

$$\Delta a_3 = \ln \left| 1 - \underline{p}_\Gamma \underline{p}_H e^{-2\underline{g}} \right| - \text{затухание взаимодействия отражений}.$$

Коэффициент отражения (несогласованности)

на входе:

$$\underline{p}_\Gamma = \frac{\underline{Z}_\Gamma - \underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_{1C}};$$

на выходе:

$$\underline{p}_H = \frac{\underline{Z}_H - \underline{Z}_{2C}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{2C}}.$$

Характеристическая (или собственная) постоянная передачи четырехполюсника

$$\underline{g} = \ln \left( \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} \right) = a + j \cdot b = \ln \left( 16.43 \cdot e^{-j38.41^\circ} \right) = 2.799 - 0.670j$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{\text{вн}} = a_p - \ln \left| \frac{\underline{Z}_\Gamma + \underline{Z}_H}{2\sqrt{\underline{Z}_\Gamma \underline{Z}_H}} \right|$$

Вычисляем

$$1) \underline{Z}_\Gamma = 800 \cdot e^{j35^\circ} = 655.3 + 458.9j \text{ Ом}; \underline{Z}_H = 300 \cdot e^{j45^\circ} = 212.1 + 212.1j \text{ Ом};$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.799 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0.088 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = -0.001 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = -0.0001 \text{ Нп}$$

рабочее затухание

$$a_p = 2.886 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 2.774 \text{ Нп}$$

$$2) \underline{Z}_Г = \underline{Z}_{1C} = 326.6 \cdot e^{j51.833^\circ} = 201.8 + 256.8j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_H = \underline{Z}_{2C} = 326.6 \cdot e^{j51.833^\circ} = 201.8 + 256.8j \text{ Ом};$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.799 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = 0 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = 0 \text{ Нп}$$

рабочее затухание

$$a_p = 2.799 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 2.799 \text{ Нп}$$

$$3) \underline{Z}_Г = 800 \cdot e^{j35^\circ} = 655.3 + 458.9j \text{ Ом}; \underline{Z}_H = \underline{Z}_Г :$$

собственное затухание четырехполюсника

$$a = 2.799 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления генератора и входного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_1 = 0.088 \text{ Нп}$$

затухание вследствие несогласованности сопротивления нагрузки и выходного сопротивления четырехполюсника

$$\Delta a_2 = 0.088 \text{ Нп}$$

затухание взаимодействия отражений

$$\Delta a_3 = -0.001 \text{ Нп}$$

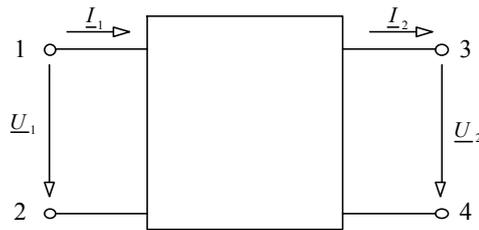
рабочее затухание

$$a_p = 2.975 \text{ Нп}$$

Вносимое затухание четырехполюсника

$$a_{вн} = 2.975 \text{ Нп}$$

Запишем основные уравнения передачи в различных формах.



Форма  $\underline{Y}$

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Форма  $\underline{Z}$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма  $\underline{H}$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{H}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{H}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Форма  $\underline{F}$

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{F}_{11} & \underline{F}_{12} \\ \underline{F}_{21} & \underline{F}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{F}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{F}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма  $\underline{A}$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Форма  $\underline{B}$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{B}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{12} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \underline{B}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{22} \cdot \dot{I}_1 \end{cases}$$

## Контрольная работа №2

### Задача 1 ( 5 2 )

Определить коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  уравнений передачи сложного четырехполюсника, составленного из двух простых.

#### Исходные данные.

Даны два простых четырехполюсника (рис. 1).

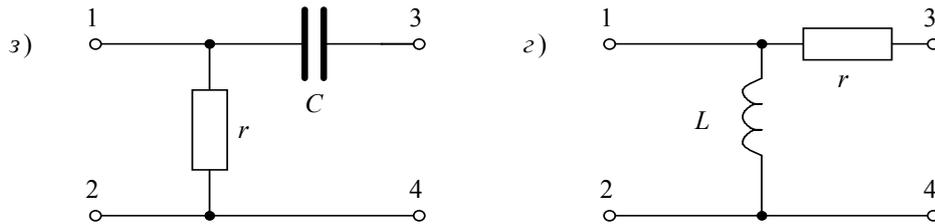


Рис. 1.

Параметры четырехполюсников:

I)  $r_1 = 1.5$  кОм;  $C_1 = 0.2$  мкФ;

II)  $r_2 = 0.7$  кОм;  $L_2 = 11$  мГн.

$f = 12$  кГц.

Сложный четырехполюсник получен путем *параллельного* включения простых четырехполюсников

Требуется:

- из двух заданных четырехполюсников составить схему сложного четырехполюсника;
- определить коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  каждого из двух четырехполюсников;
- используя правила сложения и перемножения матриц, рассчитать коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  сложного четырехполюсника.

В заключение нужно написать основные уравнения передачи в матричной форме и выполнить переход от нее к обычной (параметрической) форме.

Найдем  $A$  - параметры простых четырехполюсников.

Сопrotивление холостого хода  $Z_{xx}$  и короткого замыкания  $Z_{кз}$  четырехполюсника определим методом преобразования цепи.

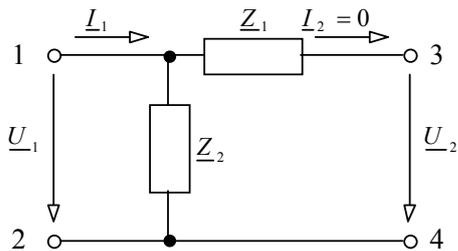


Рис. 2. Режим холостого хода

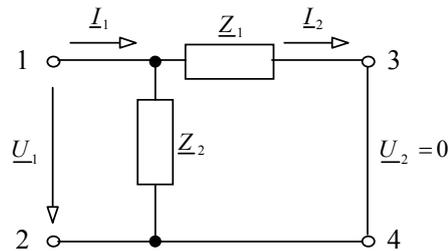


Рис. 3. Режим короткого замыкания

$$Z_{xx} = Z_2$$

$$Z_{кз} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Уравнения  $A$ -параметров четырехполюсника.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 + \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Режим холостого хода (рис. 2).

$$\dot{I}_2 = 0,$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{xx}} = \frac{\dot{U}_1}{Z_2}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \cdot Z_2 = \dot{U}_1$$

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{Z_2}$$

Режим короткого замыкания (рис. 3).

$$\dot{U}_2 = 0,$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_{кз}} = \dot{U}_1 \cdot \left( \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \cdot Z_2} \right)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \dot{U}_1 \cdot \frac{1}{Z_1}$$

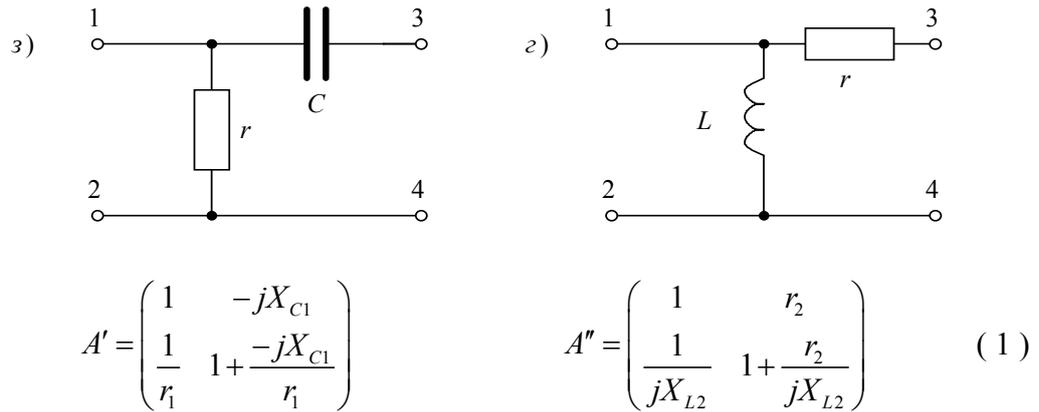
$$\underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = Z_1$$

$$\underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}$$

Проверка

$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1 \cdot \left( 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right) - Z_1 \cdot \frac{1}{Z_2} = 1$$

Получили  $A$ -параметры двух простых четырехполюсников



Параллельное соединение (рис. 4)

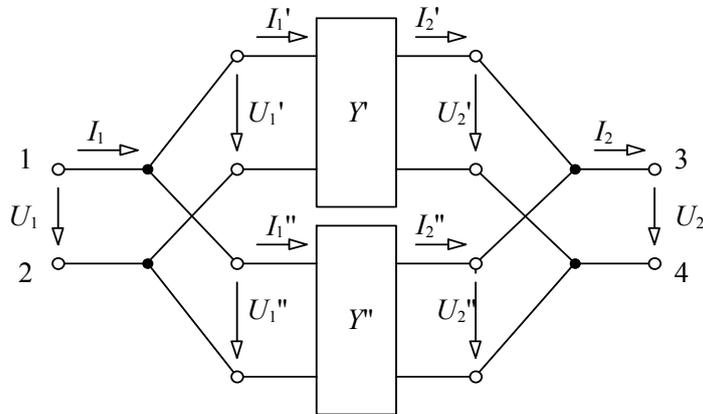


Рис.4. Параллельное соединение

Уравнение передачи сложного четырехполюсника с  $Y$ -параметрами:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases},$$

где

$$[Y] = [Y'] + [Y'']. \quad (1)$$

Перейдем от  $A$ -параметров к  $Y$ -параметрам для простых четырехполюсников по следующей формуле:

$$Y = \frac{1}{A_{12}} \begin{pmatrix} A_{22} & -|A| \\ 1 & -A_{11} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Тогда :

$$Y' = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_1} + j \frac{1}{X_{C1}} & -j \frac{1}{X_{C1}} \\ j \frac{1}{X_{C1}} & -j \frac{1}{X_{C1}} \end{pmatrix} \quad Y'' = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_2} - j \frac{1}{X_{L2}} & \frac{-1}{r_2} \\ \frac{1}{r_2} & \frac{-1}{r_2} \end{pmatrix}$$

Вычислим  $Y$ -параметры:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 7.53982 \times 10^4$$

Для четырехполюсника  $I$  :

$$r_1 = 1500 \text{ Ом}; X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 1.13097 \times 10^3 \text{ Ом}$$

$$Y' = \begin{pmatrix} 6.667 \times 10^{-4} + 1.508j \times 10^{-2} & -1.508j \times 10^{-2} \\ 1.508j \times 10^{-2} & -1.508j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

Для четырехполюсника  $II$  :

$$r_2 = 700 \text{ Ом}; X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 829.38 \text{ Ом}$$

$$Y'' = \begin{pmatrix} 1.429 \times 10^{-3} - 1.206j \times 10^{-3} & -1.429 \times 10^{-3} \\ 1.429 \times 10^{-3} & -1.429 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

По формуле (1) для сложного четырехполюсника

$$Y = Y' + Y'' = \begin{pmatrix} 2.095 \times 10^{-3} + 1.387j \times 10^{-2} & -1.429 \times 10^{-3} - 1.508j \times 10^{-2} \\ 1.429 \times 10^{-3} + 1.508j \times 10^{-2} & -1.429 \times 10^{-3} - 1.508j \times 10^{-2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.403 \times 10^{-2} \cdot e^{j 81.41^\circ} & 1.515 \times 10^{-2} \cdot e^{-j 95.41^\circ} \\ 1.515 \times 10^{-2} \cdot e^{j 84.59^\circ} & 1.515 \times 10^{-2} \cdot e^{-j 95.41^\circ} \end{pmatrix}$$

Найдем  $A$ -коэффициенты сложного четырехполюсника по формуле:

$$A = \frac{1}{Y_{21}} \begin{pmatrix} -Y_{22} & 1 \\ -|Y| & Y_{11} \end{pmatrix}$$

\*

Вычисляем:

$$|Y| = \left( 1.403 \cdot e^{j 81.41^\circ} \cdot 1.515 \cdot e^{-j 95.41^\circ} - 1.515 \cdot e^{j 84.59^\circ} \cdot 1.515 \cdot e^{-j 95.41^\circ} \right) \cdot 10^{-4} =$$

$$= (-1.913 - 0.833j) \cdot 10^{-5} = 2.087 \times 10^{-5} \cdot e^{-j \cdot 156.47^\circ}$$

$$A = \frac{1}{1.515 \times 10^{-2} \cdot e^{j 84.59^\circ}} \cdot \begin{bmatrix} -(1.515 \times 10^{-2} \cdot e^{-j 95.41^\circ}) & 1 \\ -(2.087 \times 10^{-5} \cdot e^{-j \cdot 156.47^\circ}) & 1.403 \times 10^{-2} \cdot e^{j 81.41^\circ} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 6.226 - 65.72j \\ (0.6667 - 1.206j) \cdot 10^{-3} & 0.925 - 0.0513j \end{bmatrix}$$

**Проверка.** Рассмотрим *параллельное* соединение двух простых (рис. 1) четырехполюсников в сложный четырехполюсник (рис. 5).

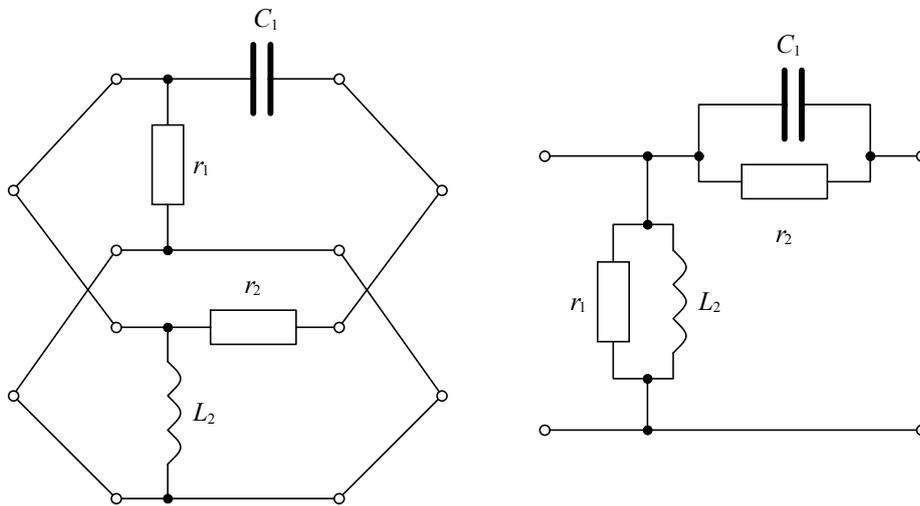


Рис. 5. Сложный четырехполюсник.

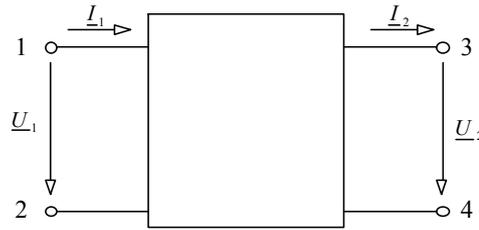
$$\underline{Z}_1 = \frac{r_2 \cdot (-jX_{C1})}{r_2 + (-jX_{C1})} = \frac{700 \cdot (-j 66.31)}{700 + (-j 66.31)} = 6.2 - 65.7j = 66.0 \cdot e^{-j 84.59^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{r_1 \cdot jX_{L2}}{r_1 + jX_{L2}} = \frac{1500 \cdot j 829}{1500 + j 829} = 351 + 635j = 726 \cdot e^{j 61.06^\circ} \text{ Ом}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6.2 - 65.7j \\ \frac{1}{726 \cdot e^{j 61.06^\circ}} & 1 + \frac{66.0 \cdot e^{-j 84.59^\circ}}{726 \cdot e^{j 61.06^\circ}} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 6.2 - 65.7j \\ 6.665 \times 10^{-4} - 1.205j \times 10^{-3} & 0.925 - 0.051j \end{pmatrix}$$

Запишем основные уравнения передачи в матричной форме. Выполним переход к уравнениям в параметрической форме.



$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{A_{12}} \begin{pmatrix} A_{22} & -|A| \\ 1 & -A_{11} \end{pmatrix}, \text{ где } |A|=1.$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2.1 \times 10^{-3} + 1.39j \times 10^{-2} & -1.43 \times 10^{-3} - 1.51j \times 10^{-2} \\ 1.43 \times 10^{-3} + 1.51j \times 10^{-2} & -1.43 \times 10^{-3} - 1.51j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{A_{21}} \begin{pmatrix} A_{11} & -|A| \\ 1 & -A_{22} \end{pmatrix}.$$

$$Z = \begin{pmatrix} 351 + 635j & -351 - 635j \\ 351 + 635j & -357 - 569j \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{H}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \underline{H}_{21} \cdot \dot{I}_1 + \underline{H}_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{A_{22}} \begin{pmatrix} A_{12} & |A| \\ 1 & -A_{21} \end{pmatrix}.$$

$$H = \begin{pmatrix} 10.6 - 70.5j & 1.078 + 0.06j \\ 1.078 + 0.06j & -7.91 \times 10^{-4} + 1.26j \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{F}_{11} & \underline{F}_{12} \\ \underline{F}_{21} & \underline{F}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{I}_1 = \underline{F}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \underline{F}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{F}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{F}_{11} & \underline{F}_{12} \\ \underline{F}_{21} & \underline{F}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{A_{11}} \begin{pmatrix} A_{21} & |A| \\ 1 & -A_{12} \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 6.67 \times 10^{-4} - 1.21j \times 10^{-3} & 1 \\ 1 & -6.23 + 65.7j \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \dot{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6.23 - 65.72j \\ 6.67 \times 10^{-4} - 1.21j \times 10^{-3} & 0.92 - 5.13j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \underline{B}_{11} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{12} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = \underline{B}_{21} \cdot \dot{U}_1 + \underline{B}_{22} \cdot \dot{I}_1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.92 - 5.13j \times 10^{-2} & -6.23 + 65.72j \\ -6.67 \times 10^{-4} + 1.21j \times 10^{-3} & 1 \end{pmatrix}$$

## Задача 2

Рассчитать и построить цепочечные и мостовой фильтры.

Исходные данные

Цепочечный фильтр **ВЧ**      Мостовой фильтр **НЧ**

Номинальное характеристическое сопротивление

цепочечного фильтра  $R_1 = 0.8$  кОм;

мостового фильтра  $R_2 = 0.9$  кОм.

Предельная частота

цепочечного фильтра  $f_{c1} = 16$  кГц;

мостового фильтра  $f_{c2} = 4.1$  кГц.

Отношение частот среза и бесконечно большого затухания

$$\frac{f_c}{f_\infty} \text{ или } \frac{f_\infty}{f_c} = 1,40$$

В задаче требуется выполнить следующее:

начертить возможные схемы заданных цепочечных фильтров типов  $k$ - и  $m$  Г-образного полувзена, П- и Т-образных звеньев, схему мостового фильтра;

рассчитать частотные характеристики затухания и сопротивления фильтров в полосе пропускания и задерживания, а также построить по данным расчета графики; проанализировать полученные характеристики и отметить их особенности для различных фильтров;

написать выражения для определения частот среза (полосы пропускания) цепочечных и мостового фильтров и пояснить, как ими пользоваться на практике.

1) Схемы фильтров.

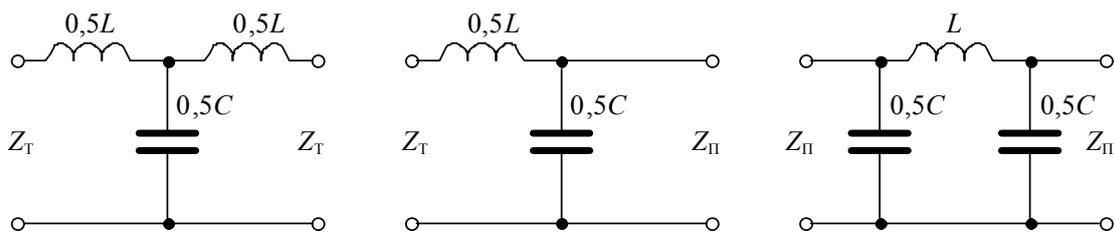


Рис. 1. Фильтр нижних частот типа  $k$ .

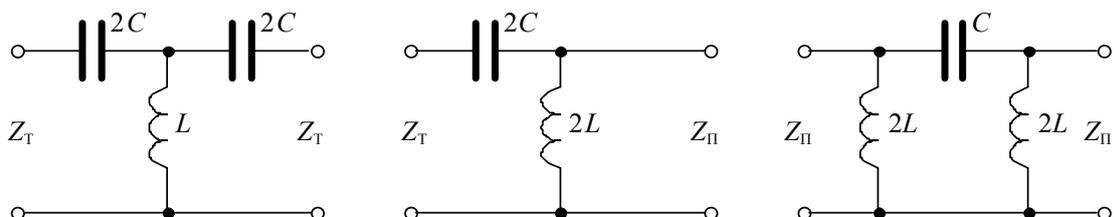


Рис. 2. Фильтр верхних частот типа  $k$ .

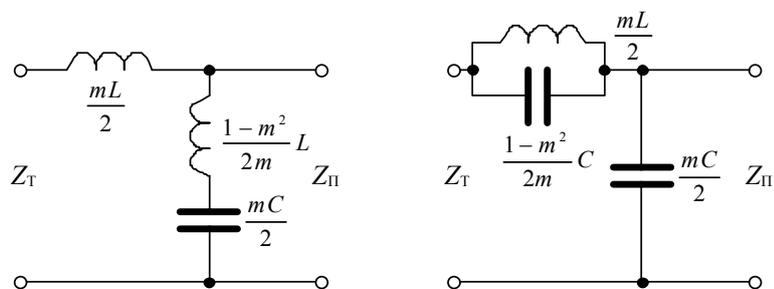


Рис. 3. Фильтр нижних частот типа  $m$  Г-образного полузвена.

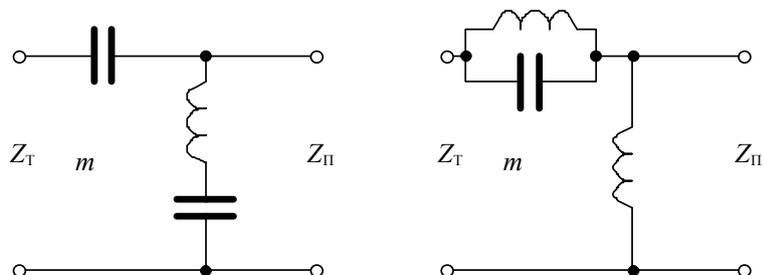


Рис. 4. Фильтр верхних частот типа  $m$  Г-образного полузвена.

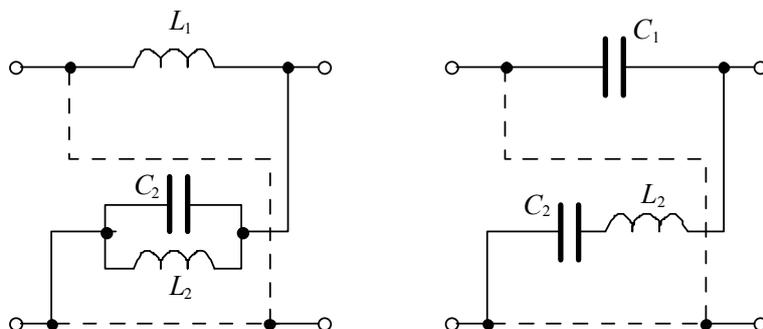


Рис. 5. Мостовой фильтр а) нижних частот б) верхних частот.

2) Рассчитаем частотные характеристики затухания и сопротивления фильтров в полосе пропускания и задерживания, а также построим по данным расчета графики

**ФВЧ типа  $k$**  (рис. 2).

*Частотные характеристики сопротивления*

$$Z_T = \frac{R\sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega}, \text{ где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad f_{cI} = 16 \text{ кГц}; \quad R_I = 0.8 \text{ кОм}$$

$f, \text{ кГц}$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
$Z_T, \text{ кОм}$	-3,10	-1,39	-0,71	0,00	0,48	0,60	0,66	0,69	0,72	0,73	0,75	0,75

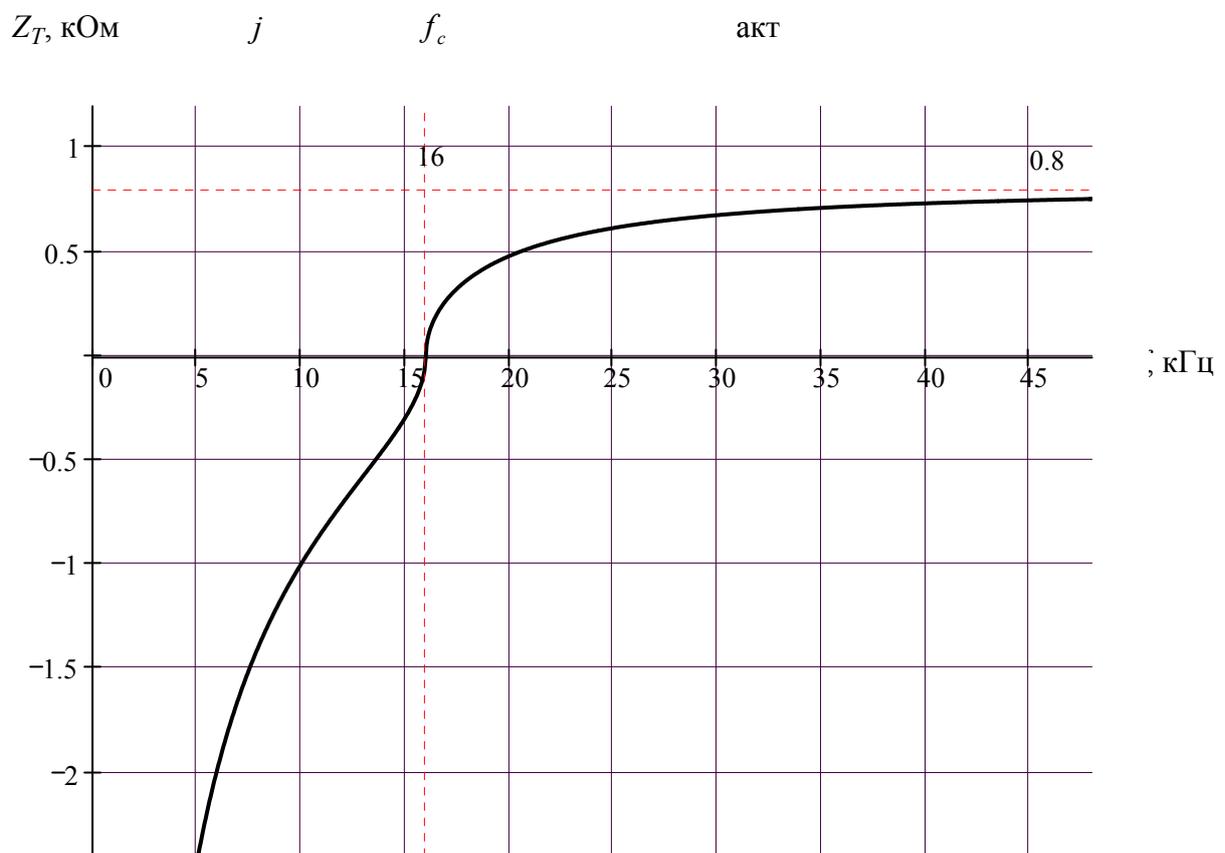


Рис. 6. Частотная характеристика сопротивления  $T$ -фильтра

$$Z_{II} = \frac{R\Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}}, \text{ где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad f_{cI} = 16 \text{ кГц}; \quad R_I = 0.8 \text{ кОм}$$

$f, \text{кГц}$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
$Z_{II}, \text{кОм}$	0,21	0,46	0,91	$\infty$	1,33	1,07	0,97	0,92	0,89	0,87	0,86	0,85

$Z_{II}, \text{кОм}$

$j$

$f_c$

акт

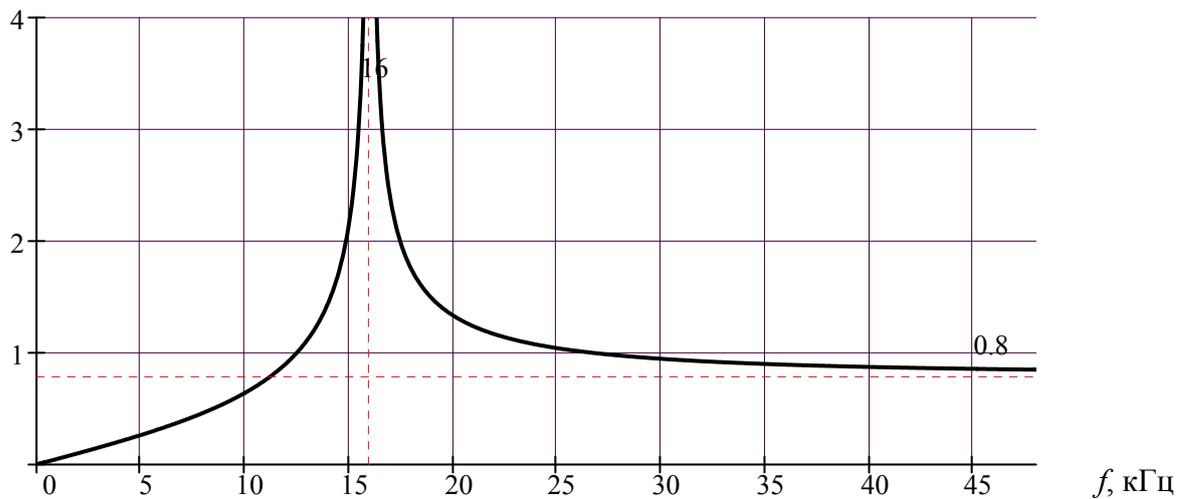


Рис. 7. Частотная характеристика сопротивления  $\Pi$ -фильтра

Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе пропускания ( $f > f_c$ )  $a = 0$ ,

Затухание в полосе задерживания ( $f < f_c$ )  $ch\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{f_c}{f} = \Omega$

$$a_T = a_{II} = \begin{cases} 2 \operatorname{arcch}\left(\frac{f_{c1}}{f}\right) & \text{при } f < f_{c1} \\ 0 & \text{при } f \geq f_{c1} \end{cases} \quad a_I = \begin{cases} \operatorname{arcch}\left(\frac{f_{c1}}{f}\right) & \text{при } f < f_{c1} \\ 0 & \text{при } f \geq f_{c1} \end{cases} \quad \text{где } f_{c1} = 16 \text{ кГц}$$

$f, \text{кГц}$	2	4	6	8	10	12	14	16
$a_T, a_{II}, \text{Нп}$	5,54	4,13	3,27	2,63	2,09	1,59	1,06	0,00
$a_I, \text{Нп}$	2,77	2,06	1,64	1,32	1,05	0,80	0,53	0,00

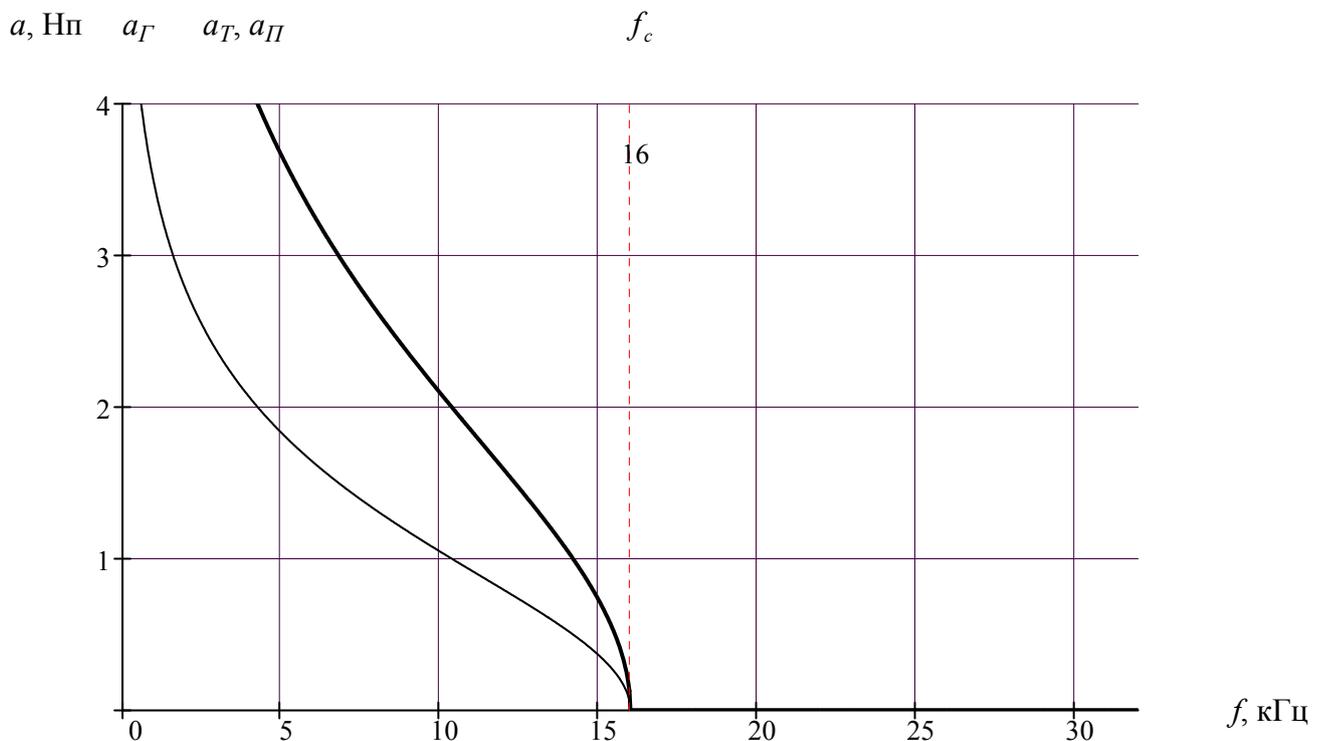


Рис. 8. Частотная характеристика затухания.

Характеристические сопротивления звеньев очень сильно изменяются с частотой. В полосе пропускания характеристические сопротивления активны. В полосе задерживания они становятся реактивными, поэтому невозможно подобрать нагрузочное сопротивление так, чтобы во всей полосе рабочих частот оно было равно характеристическому сопротивлению.

Поэтому нагрузочное сопротивление для  $T$ -образного звена надо брать несколько меньше  $R$ , а для  $II$ -образного звена несколько больше.

**ФВЧ типа  $m$  Г-образного полувена (рис. 4).**

*Частотные характеристики сопротивления.*

$$Z_{Tm} = \frac{R \cdot \Omega \cdot \sqrt{\Omega^2 - 1}}{\Omega^2 - \Omega_\infty^2} \quad \text{где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad \Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 0.7143; \quad f_{cI} = 16 \text{ кГц}; \quad R_I = 0.8 \text{ кОм}$$

$f, \text{кГц}$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$Z_T, \text{кОм}$	0,20	0,43	0,75	1,33	3,26	-7,59	-1,33	0,00	0,61	0,71	0,75	0,77

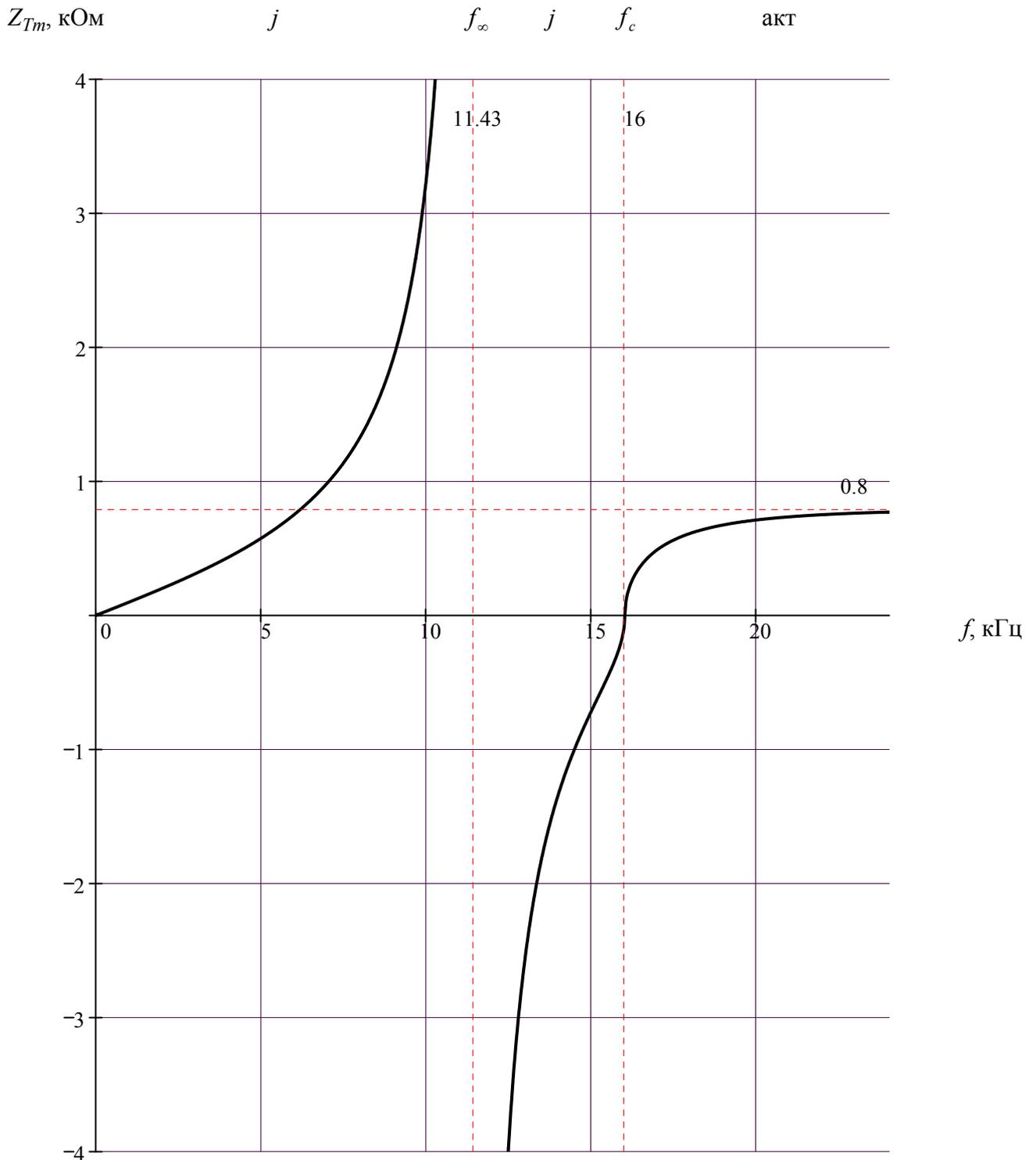


Рис. 9. Частотная характеристика сопротивления  $Z_{Tm}$  фильтра типа  $m$  Г-образного полувена.



Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе пропускания  $(0 < f < f_\infty)$   $sh\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m}{\sqrt{(1-m^2)-\Omega^2}},$

Затухание в полосе задерживания  $(f_\infty < f \leq f_c)$   $ch\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m}{\sqrt{\Omega^2-(1-m^2)},$

Затухание в полосе задерживания  $(f_c < f)$   $a = 0,$

$$a = \begin{cases} 2 \operatorname{arcsch} \frac{m}{\sqrt{(1-m^2)-\Omega^2}} & \text{при } f < f_\infty \\ 2 \operatorname{arcch} \frac{m}{\sqrt{\Omega^2-(1-m^2)}} & \text{при } f_\infty < f \leq f_c \\ 0 & \text{при } f > f_c \end{cases}$$

где  $\Omega = \frac{f}{f_c}$      $\Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 0.7143$      $m = \sqrt{1-\Omega_\infty^2} = \sqrt{1-0.7143^2} = 0.7$

$f, \text{кГц}$	2	4	6	8	10	12	14	16
$a, \text{Нп}$	1,76	1,83	1,97	2,24	2,91	3,57	1,70	0,00

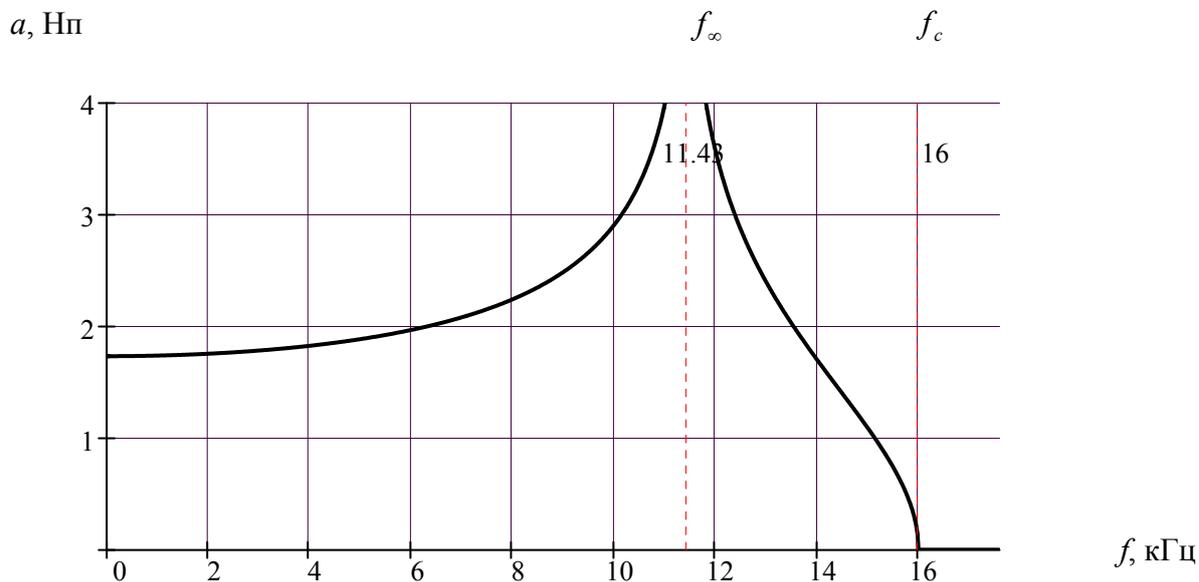


Рис. 11. Частотная характеристика затухания.

При надлежащем подборе  $m$  можно добиться того, что характеристическое сопротивление  $Z_{II m}$  в полосе пропускания мало отличается от номинального характеристического сопротивления  $R$ . Для зависимости характеристического сопротивления  $Z_{II m}$  характерно следующее, при  $m = 0,59$  оно отклоняется всего на 5% от  $R$  в полосе частот от нуля до  $0,88f_c$ , что дает возможность избавиться от основного недостатка, присущего фильтру типа  $k$ . Однако фильтр типа  $m$  имеет тот недостаток, что при большом затухании на частотах, близких к частоте среза, он обладает сравнительно малым затуханием на отдаленных частотах. Поэтому цепочечный фильтр естественно составлять из более простых звеньев типа  $k$ , обеспечивающих достаточное собственное затухание в полосе задерживания, а в начале и конце фильтра присоединять полузвенья типа  $m$ , которые имеют те же граничные частоты и должны обеспечить большое затухание на частотах, близких к частоте среза. Они согласуются, с одной стороны, с  $T$ -образными звеньями фильтра типа  $k$  с помощью характеристического сопротивления  $Z_{Im}$ , с другой стороны, с нагрузкой (или с источником) с помощью сопротивления  $Z_{II m}$ , которое, как указано выше, мало меняется с частотой в полосе пропускания. Таким образом, получается лестничный фильтр, состоящий из согласованных между собой звеньев и полузвеньев, характеристические сопротивления которого на входе и на выходе равны  $Z_{II m}$  и поэтому мало меняются с частотой. Полузвенья типа  $m$  обеспечивают большое затухание на частотах, близких к граничной частоте, а звенья типа  $k$  достаточное затухание на далеких частотах.

**Мостовой ФНЧ** (рис. 5 а).

*Частотные характеристики сопротивления.*

$$Z_M = R\sqrt{1-\Omega^2}, \text{ где } \Omega = \frac{f}{f_c}; \quad f_{c2} = 4.1 \text{ кГц}; \quad R_2 = 0.9 \text{ кОм}$$

$f, \text{кГц}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Z_M, \text{кОм}$	0,87	0,79	0,61	0,20	0,63	0,96	1,25	1,51	1,76	2,00	2,24	2,48

$Z_M, \text{кОм}$                       акт                       $f_c$                        $j$

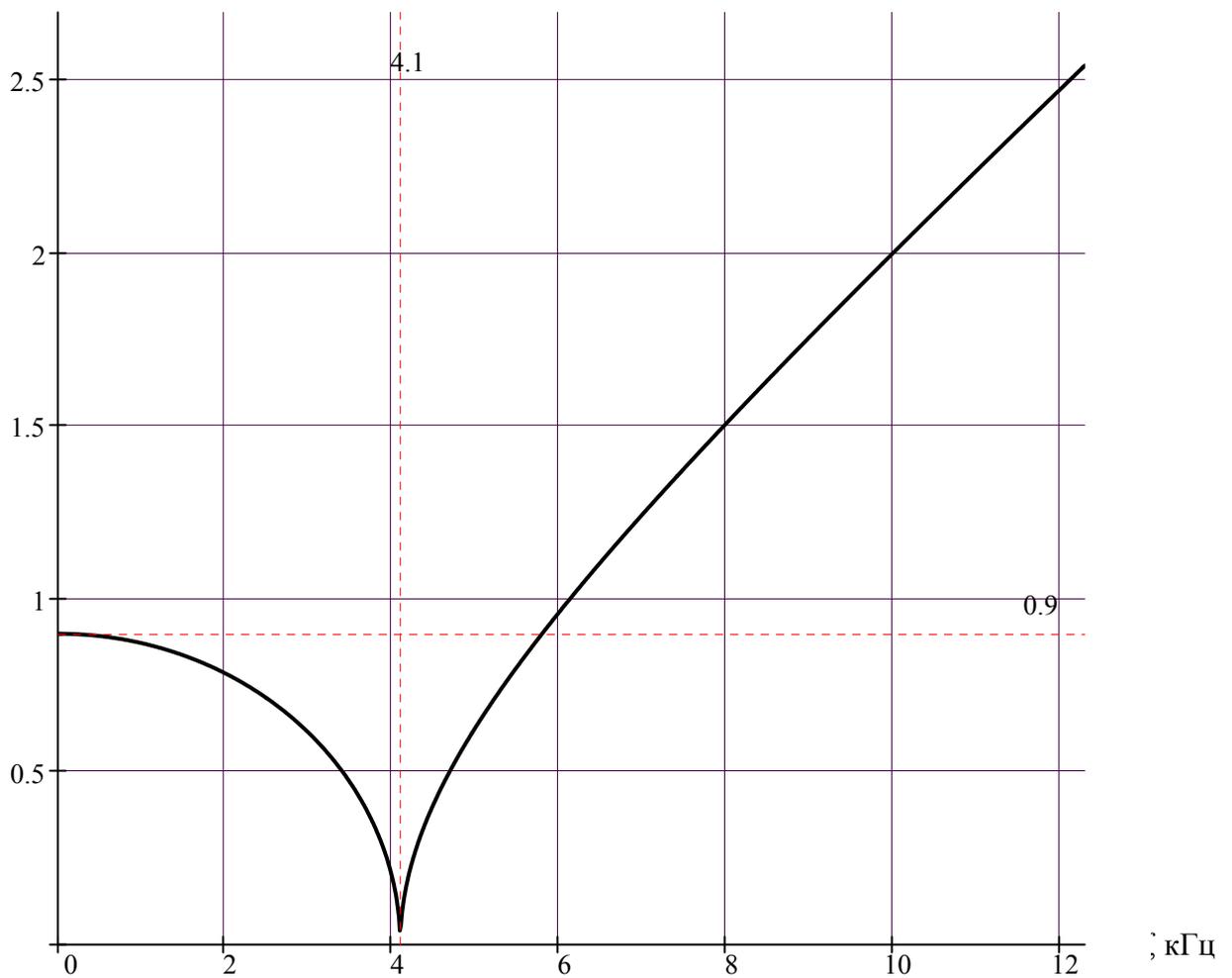


Рис. 12. Частотная характеристика сопротивления мостового фильтра

Частотные характеристики затухания.

Затухание в полосе пропускания  $(0 < f < f_c)$   $a = 0,$

Затухание в полосе задерживания  $(f_c < f < f_\infty)$   $cth\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}}$

Затухание в полосе задерживания  $(f_\infty < f)$   $th\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}}$

$$a = \begin{cases} 0 & \text{при } f \leq f_{c2} \\ 2 \operatorname{arccth} \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}} & \text{при } f_{c2} < f < f_\infty \\ 2 \operatorname{arcth} \frac{m \cdot \Omega}{\sqrt{\Omega^2 - 1}} & \text{при } f > f_\infty \end{cases}$$

где

$$\Omega_\infty = \frac{f_\infty}{f_c} = 1.4 \quad m = \sqrt{1 - \frac{1}{\Omega_\infty^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1.4^2}} = 0.7$$

$f, \text{кГц}$	4,1	4,6	5,1	5,6	6,1	6,6	7,1	7,6	8,1	8,6	9,1	9,6	10,1	10,6	11,1
$a, \text{Нп}$	0,00	1,54	2,51	4,30	3,57	2,87	2,57	2,38	2,26	2,18	2,11	2,06	2,02	1,99	1,96

$a, \text{Нп}$

$f_c$   $f_\infty$

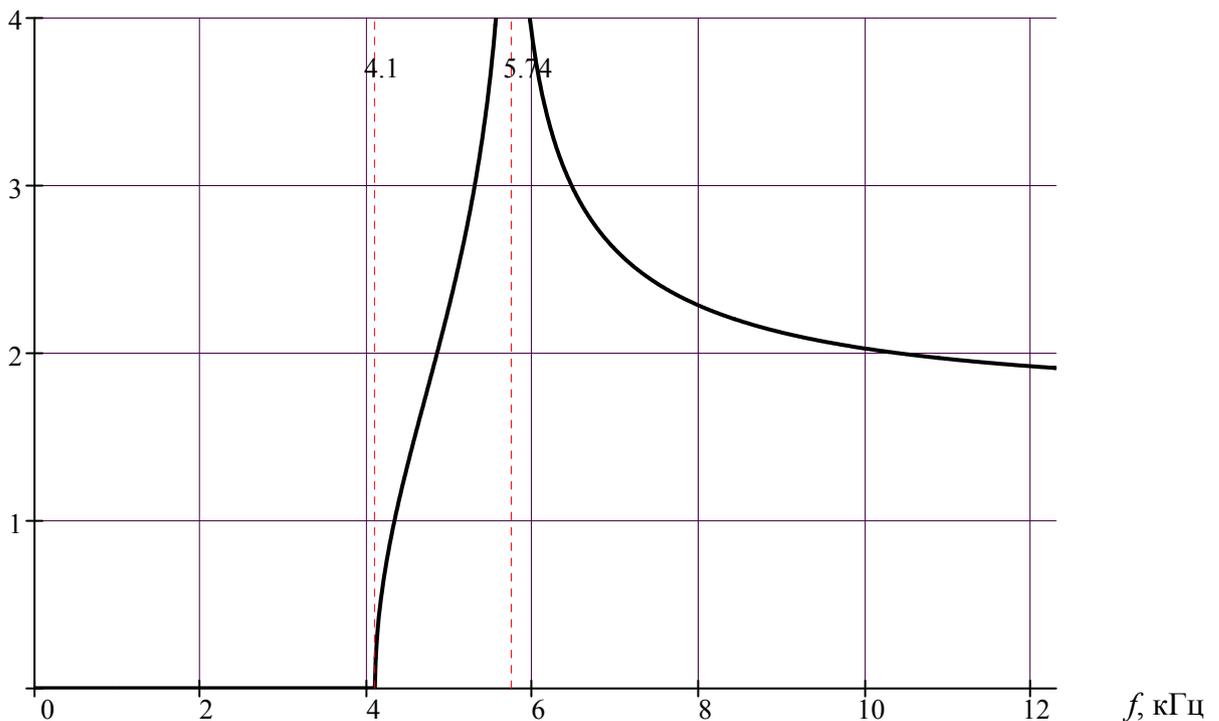


Рис. 13. Частотная характеристика затухания.

Характеристические сопротивления простого мостового фильтра сильно изменяются с частотой. В полосе пропускания характеристические сопротивления активны. В полосе задерживания они становятся реактивными, поэтому невозможно подобрать нагрузочное сопротивление так, чтобы во всей полосе рабочих частот оно было равно характеристическому сопротивлению.

Нагрузочное сопротивление для простого мостового фильтра надо брать несколько меньше  $R$ .

Простой мостовой фильтр имеет тот недостаток, что при большом затухании на частотах, близких к частоте среза, он обладает сравнительно малым затуханием на отдаленных частотах.

Поэтому мостовой фильтр можно дополнить звеньями типа  $k$ , обеспечивающими достаточное собственное затухание в полосе задерживания

3) Выражения для определения частот среза (полосы пропускания) цепочечных и мостового фильтров.

ФНЧ типа  $k$  (рис. 1).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

ФВЧ типа  $k$  (рис. 2).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

ФНЧ типа  $m$   $\Gamma$ -образного полувзвена (рис. 3).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad f_\infty = \frac{f_c}{\sqrt{1-m^2}}$$

ФВЧ типа  $m$   $\Gamma$ -образного полувзвена (рис. 4).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad f_\infty = f_c \sqrt{1-m^2}$$

Мостовой ФНЧ (рис. 5 а).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2}{\sqrt{LC}} \quad f_\infty = \frac{f_c}{\sqrt{1-m^2}}$$

Мостовой ФВЧ (рис. 5 б).

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad f_\infty = f_c \sqrt{1-m^2}$$

### Задача 3

Определить эквивалентные (вторичные) параметры групповых двухпроводных цепей (с параллельно включенными приемниками).

Схема цепи приведена на рис. 1.

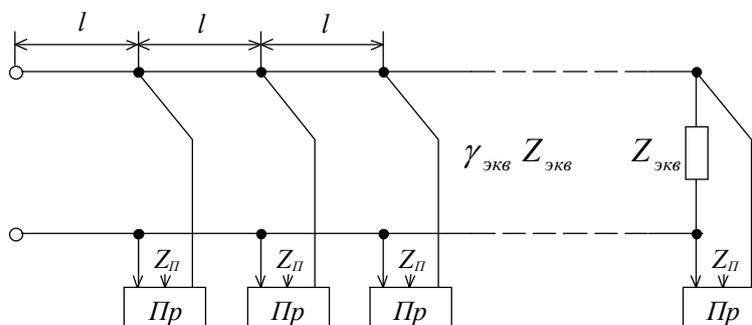


Рис. 1.

Исходные данные:

Частота тока  $f = 2$  кГц;

Входное сопротивление приемника  $Z_{П} = 60$  кОм,  $\phi_{П} = 18^\circ$ ;

Среднее расстояние между пунктами включения устройств  $l = 2.7$  км.

Первичные параметры цепи:

1) Кабельная медная

$R_1 = 32.1$  Ом/км,  $L_1 = 0.824$  мГн/км,  $G_1 = 1.5$  мкСм/км,  $C_1 = 26.5$  нФ/км;

2) Воздушная стальная

$R_2 = 68.4$  Ом/км,  $L_2 = 6.5$  мГн/км,  $G_2 = 1$  мкСм/км,  $C_2 = 6$  нФ/км;

3) Воздушная медная

$R_3 = 3.02$  Ом/км,  $L_3 = 1.936$  мГн/км,  $G_3 = 1$  мкСм/км,  $C_3 = 6$  нФ/км;

Необходимо:

- рассчитать на заданной частоте волновые параметры (километрический коэффициент распространения волны и волновое сопротивление) однородных цепей всех трех видов;
- построить эквивалентную схему групповой цепи длиной 1 км с включенными параллельно приемниками;
- сравнить результаты расчетов волновых и эквивалентных параметров и оценить влияние параллельно включенных приемников на параметры цепи.

В итоге указать, где применяются групповые цепи.

Рассчитаем на заданной частоте тока волновые параметры (километрический коэффициент распространения волны и волновое сопротивление) однородных цепей всех трех видов.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 1.2566 \times 10^4 \text{ 1/c}$$

Сопротивление проводов  $\underline{Z}_{np} = R + j\omega L$

Проводимость изоляции  $\underline{Y}_{uz} = G + j\omega C$

Волновое сопротивление  $\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{np}}{\underline{Y}_{uz}}}$

Километрический коэффициент распространения волны  $\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_{np} \cdot \underline{Y}_{uz}}$

1) Кабельная медная цепь

$$\underline{Z}_{np1} = R_1 + j\omega L_1 = 32.1 + 10.355j = 33.73 \cdot e^{j 17.88^\circ} \text{ Ом/км};$$

$$\underline{Y}_{uz1} = G_1 + j\omega C_1 = 1.5 \times 10^{-6} + 3.33j \times 10^{-4} = 3.33 \times 10^{-4} \cdot e^{j 89.74^\circ} \text{ См/км};$$

$$\underline{Z}_{B1} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{np1}}{\underline{Y}_{uz1}}} = \sqrt{\frac{33.73 \cdot e^{j 17.88^\circ}}{3.33 \times 10^{-4} \cdot e^{j 89.74^\circ}}} = 318.3 \cdot e^{-j 35.93^\circ} = 257.7 - 186.8j \text{ Ом};$$

$$\underline{\gamma}_1 = \sqrt{\underline{Z}_{np1} \cdot \underline{Y}_{uz1}} = \sqrt{33.73 \cdot e^{j 17.88^\circ} \cdot 3.33 \times 10^{-4} \cdot e^{j 89.74^\circ}} = 0.0626 + 0.0855j \text{ 1/км.}$$

2) Воздушная стальная цепь

$$\underline{Z}_{np2} = R_2 + j\omega L_2 = 68.4 + 81.7j = 106.5 \cdot e^{j 50.06^\circ} \text{ Ом/км};$$

$$\underline{Y}_{uz2} = G_2 + j\omega C_2 = 1 \times 10^{-6} + 7.54j \times 10^{-5} = 7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ} \text{ См/км};$$

$$\underline{Z}_{B2} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{np2}}{\underline{Y}_{uz2}}} = \sqrt{\frac{106.5 \cdot e^{j 50.06^\circ}}{7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ}}} = 1.19 \times 10^3 \cdot e^{-j 19.59^\circ} = 1121 - 399j \text{ Ом};$$

$$\underline{\gamma}_2 = \sqrt{\underline{Z}_{np2} \cdot \underline{Y}_{uz2}} = \sqrt{106.5 \cdot e^{j 50.06^\circ} \cdot 7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ}} = 0.0312 + 0.084j \text{ 1/км.}$$

### 3) Воздушная медная цепь

$$\underline{Z}_{np3} = R_3 + j\omega L_3 = 3.02 + 24.328j = 24.52 \cdot e^{j 82.92^\circ} \text{ Ом/км};$$

$$\underline{Y}_{uz3} = G_3 + j\omega C_3 = 1 \times 10^{-6} + 7.54j \times 10^{-4} = 7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ} \text{ См/км};$$

$$\underline{Z}_{B3} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{np3}}{\underline{Y}_{uz3}}} = \sqrt{\frac{24.52 \cdot e^{j 82.92^\circ}}{7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ}}} = 570.2 \cdot e^{-j 3.16^\circ} = 569 - 31j \text{ Ом};$$

$$\underline{\gamma}_3 = \sqrt{\underline{Z}_{np3} \cdot \underline{Y}_{uz3}} = \sqrt{24.52 \cdot e^{j 82.92^\circ} \cdot 7.54 \times 10^{-5} \cdot e^{j 89.24^\circ}} = 0.00294 + 0.0429j \text{ 1/км}.$$

Построим эквивалентную схему групповой цепи длиной 1 км с включенными параллельно приемниками

При расчете различного рода устройств автоматики и связи нередко целесообразно рассматривать полный путь передачи сигнала от генератора к приемнику как цепочечное соединение нескольких четырехполюсников, каждый из которых отражает свойства одного из элементов сложной цепи передачи. При цепочечном соединении четырехполюсников характеристические параметры всего соединения определяются произведением матрицы ( $A$ ) или ( $T$ ).

Характеристические параметры целесообразно определять в тех случаях, когда система передачи состоит из многих элементов, но с повторяющимися характеристиками, так что для установления условий передачи достаточно рассмотреть группу из *двух-трех* включенных цепочкой четырехполюсников. При этом удастся найти и частотные зависимости характеристических сопротивлений и затухания системы.

Групповая цепь составлена из последовательно соединенных четырехполюсников (рис. 2).

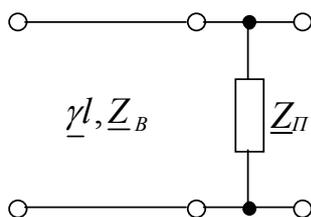


Рис. 2.

$A$ -параметры четырехполюсника

$$A = \begin{pmatrix} ch(\underline{\gamma}l) & \underline{Z}_B sh(\underline{\gamma}l) \\ \frac{1}{\underline{Z}_B} sh(\underline{\gamma}l) & ch(\underline{\gamma}l) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_П} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch(\underline{\gamma}l) + \frac{\underline{Z}_B}{\underline{Z}_П} sh(\underline{\gamma}l) & \underline{Z}_B sh(\underline{\gamma}l) \\ \frac{1}{\underline{Z}_B} sh(\underline{\gamma}l) + \frac{1}{\underline{Z}_П} ch(\underline{\gamma}l) & ch(\underline{\gamma}l) \end{pmatrix}$$

Вычислим  $A$ -параметры четырехполюсника (рис. 2) для различных цепей.

1) Кабельная медная цепь

$$\gamma_1 \cdot l = 0.169 + 0.2309j$$

$$ch(\gamma_1 \cdot l) = 0.9874 + 0.0389j \quad sh(\gamma_1 \cdot l) = 0.1653 + 0.2322j$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} ch(\gamma_1 l) + \frac{Z_{B1}}{Z_{\Pi}} sh(\gamma_1 l) & Z_{B1} sh(\gamma_1 l) \\ \frac{1}{Z_{B1}} sh(\gamma_1 l) + \frac{1}{Z_{\Pi}} ch(\gamma_1 l) & ch(\gamma_1 l) \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.9889 + 3.8875j \times 10^{-2} & 85.9453 + 28.9654j \\ 8.2185 \times 10^{-6} + 8.9095j \times 10^{-4} & 0.9874 + 3.8858j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

2) Воздушная стальная цепь

$$\gamma_2 \cdot l = 8.4162 \times 10^{-2} + 0.2269j$$

$$ch(\gamma_2 \cdot l) = 0.9778 + 0.019j \quad sh(\gamma_2 \cdot l) = 0.0821 + 0.2257j$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} ch(\gamma_2 l) + \frac{Z_{B2}}{Z_{\Pi}} sh(\gamma_2 l) & Z_{B2} sh(\gamma_2 l) \\ \frac{1}{Z_{B2}} sh(\gamma_2 l) + \frac{1}{Z_{\Pi}} ch(\gamma_2 l) & ch(\gamma_2 l) \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0.9818 + 2.1506j \times 10^{-2} & 1.8192 \times 10^2 + 2.2008j \times 10^2 \\ 1.6987 \times 10^{-5} + 1.9735j \times 10^{-4} & 0.9778 + 1.8955j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

3) Воздушная медная цепь

$$\gamma_3 \cdot l = 7.93207 \times 10^{-3} + 0.11582j$$

$$ch(\gamma_3 \cdot l) = 0.9933 + 9.1661j \times 10^{-4} \quad sh(\gamma_3 \cdot l) = 7.87902 \times 10^{-3} + 0.11556j$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} ch(\gamma_3 l) + \frac{Z_{B3}}{Z_{\Pi}} sh(\gamma_3 l) & Z_{B3} sh(\gamma_3 l) \\ \frac{1}{Z_{B3}} sh(\gamma_3 l) + \frac{1}{Z_{\Pi}} ch(\gamma_3 l) & ch(\gamma_3 l) \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0.994 + 1.914j \times 10^{-3} & 8.116 + 65.543j \\ 1.838 \times 10^{-5} + 1.98j \times 10^{-4} & 0.993 + 9.166j \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Найдем  $A$ -параметры групповой цепи длиной  $3l$  (составленной из трех четырехполосников рис. 2).

$$A_{\text{эКв}} \approx A \cdot A \cdot A = A^3$$

Затем перейдем от  $A$ -параметров к волновым параметрам эквивалентной цепи длиной 1 км.

$$A_{\text{эКв}} = \begin{pmatrix} ch(\gamma_{\text{эКв}} 3l) + \frac{Z_{B\text{эКв}}}{Z_{\Pi}} sh(\gamma_{\text{эКв}} 3l) & Z_{B\text{эКв}} sh(\gamma_{\text{эКв}} 3l) \\ \frac{1}{Z_{B\text{эКв}}} sh(\gamma_{\text{эКв}} 3l) + \frac{1}{Z_{\Pi}} ch(\gamma_{\text{эКв}} 3l) & ch(\gamma_{\text{эКв}} 3l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^3_{11} & A^3_{12} \\ A^3_{21} & A^3_{22} \end{pmatrix}$$

Эквивалентные параметры групповой цепи находим по формулам:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{эКв}} &= \frac{1}{3l} \operatorname{arcch}(A^3_{22}) \\ Z_{B\text{эКв}} &= \frac{1}{sh(\gamma_{\text{эКв}} 3l)} A^3_{12} \end{aligned} \quad (1)$$

Вычисляем эквивалентные параметры групповой цепи по формулам (1).

1) Кабельная медная цепь

$$A_1^3 = \begin{pmatrix} 0.879 + 0.339j & 2.403 \times 10^2 + 1.104j \times 10^2 \\ -2.499 \times 10^{-4} + 2.586j \times 10^{-3} & 0.875 + 0.338j \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{1\text{экв}} = 0.0630 + 0.0850j \text{ 1/км, } Z_{1\text{экв}} = 259 - 186j \text{ Ом;}$$

$$\gamma_1 = 0.0626 + 0.0855j \text{ 1/км, } Z_{B1} = 258 - 187j \text{ Ом.}$$

2) Воздушная стальная цепь

$$A_2^3 = \begin{pmatrix} 0.824 + 0.176j & 4.815 \times 10^2 + 6.536j \times 10^2 \\ 1.692 \times 10^{-5} + 5.629j \times 10^{-4} & 0.813 + 0.168j \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{2\text{экв}} = 0.0331 + 0.0826j \text{ 1/км, } Z_{2\text{экв}} = 1.14 \times 10^3 - 3.71j \times 10^2 \text{ Ом;}$$

$$\gamma_2 = 0.0312 + 0.084j \text{ 1/км, } Z_{B2} = 1.12 \times 10^3 - 3.99j \times 10^2 \text{ Ом.}$$

3) Воздушная медная цепь

$$A_3^3 = \begin{pmatrix} 0.943 + 1.399j \times 10^{-2} & 23.194 + 1.934j \times 10^2 \\ 5.197 \times 10^{-5} + 5.841j \times 10^{-4} & 0.942 + 1.105j \times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{3\text{экв}} = 4.04 \times 10^{-3} + 4.25j \times 10^{-2} \text{ 1/км, } Z_{3\text{экв}} = 574 - 16j \text{ Ом;}$$

$$\gamma_3 = 2.94 \times 10^{-3} + 4.29j \times 10^{-2} \text{ 1/км, } Z_{B3} = 569 - 31j \text{ Ом.}$$

Для кабельной медной цепи:

- 1) километрический коэффициент распространения волны  $\gamma_{экв}$  изменяется незначительно;
- 2) волновое сопротивление  $Z_{Вэкв}$  групповой цепи изменяется незначительно;

Для воздушной стальной цепи:

- 1) километрический коэффициент распространения волны  $\gamma_{экв}$  практически не изменяется;
- 2) волновое сопротивление  $Z_{Вэкв}$  групповой цепи практически не изменяется;

Для воздушной медной цепи:

- 1) километрический коэффициент затухания возрастает на 40%;
- 2) у волнового сопротивления  $Z_{Вэкв}$  групповой цепи уменьшается реактивное сопротивление (емкостное) в два раза.

Групповые цепи:

- рельсовые цепи;
- цепи путевой блокировки;
- осветительные цепи;
- цепи электрической тяги.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каллер М.Я., Соболев Ю.В., Богданов А.Г. Теория линейных электрических цепей железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. Учебник для вузов ж.-д. трансп. – М.: Транспорт, 1987. – 335 с.
2. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. М.: Радио и связь, 1986. 544 с.
3. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1977. 608 с.
4. Завеке Г.В. Основы теории цепей. М.: Энергия, 1975. 751 с.
5. Ионкин П.А. Основы инженерной электрофизики, том 2, М.: Высшая школа, 1972. 634с.
6. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники, том 1. Л.: Энергия, 1967. 522 с.
7. Путевая блокировка и авторегулировка / Н.Ф. Котляренко, Ю.Ф. Соболев, И.З. Скрыпин и др.; под ред. Н.Ф. Котляренко. М.: Радио и связь, 1984. 320 с.