

# ЗАДАЧА 1

## РАСЧЕТ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Для электрической цепи рис. 1, выполнить следующее:

1. Определить все токи, напряжения и мощности на всех элементах цепи.
2. Составить баланс активных мощностей.
3. Построить в масштабе векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

Исходные данные приведены в табл. 1.

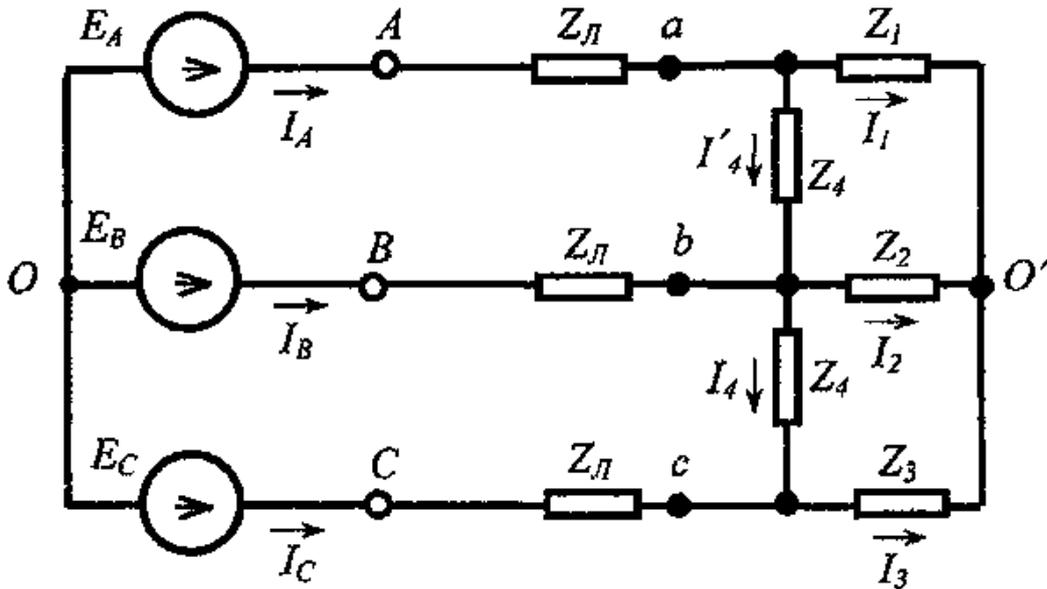


Рис. 1. Схема несимметричной трехфазной цепи

Таблица 1

Численные параметры трехфазной цепи

№	$Z_{\text{Л}},$ Ом	$Z_1,$ Ом	$Z_2,$ Ом	$Z_3,$ Ом	$Z_4,$ Ом	$E_{\text{ф}},$ В
2	$2+j4$	$30-j25$	$18+j20$	$20-j16$	$12+j25$	380

# 1. Токи, напряжения и мощности на всех элементах цепи

Перед расчетом к исходной схеме добавим соответствующие ЭДС трехфазного генератора (рис. 1) и, путем эквивалентных преобразований, сведем схему к соединению звездой.

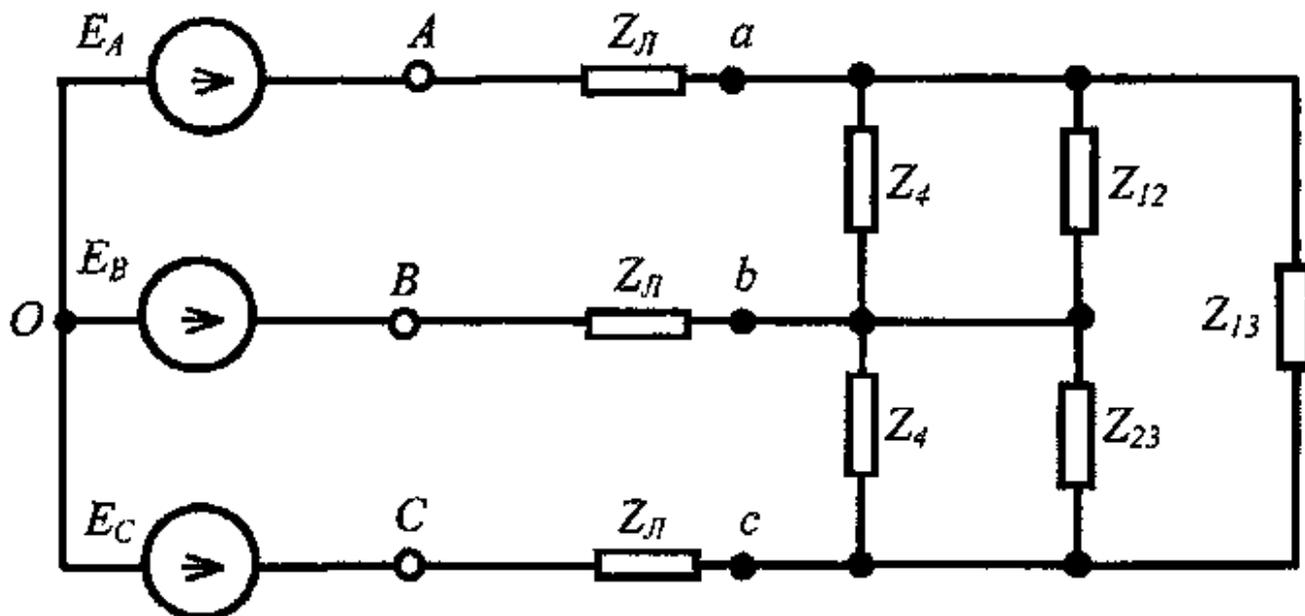


Рис. 2. Эквивалентные преобразования трехфазной цепи

Преобразуем звезду, состоящую из сопротивлений  $Z_1, Z_2, Z_3$ , в треугольник  $Z_{12}, Z_{13}, Z_{23}$  (рис. 2)

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3} = \\ &= (30 - 25j) + (18 + 20j) + \frac{(30 - 25j) \cdot (18 + 20j)}{20 - 16j} = 76.049 + 24.939j \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{13} &= Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2} = \\ &= (30 - 25j) + (20 - 16j) + \frac{(30 - 25j) \cdot (20 - 16j)}{18 + 20j} = 27.901 - 70.89j \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{23} &= Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1} = \\ &= (18 + 20j) + (20 - 16j) + \frac{(18 + 20j) \cdot (20 - 16j)}{30 - 25j} = 49.541 + 17.351j \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Преобразуем параллельно соединенные элементы  $Z_4, Z_{12}$  и  $Z_4, Z_{23}$ . Получим

$$Z_{412} = \frac{Z_4 \cdot Z_{12}}{Z_4 + Z_{12}} = \frac{(12 + 25j) \cdot (76.049 + 24.939j)}{(12 + 25j) + (76.049 + 24.939j)} = 13.209 + 17.5j \text{ Ом};$$

$$Z_{423} = \frac{Z_4 \cdot Z_{23}}{Z_4 + Z_{23}} = \frac{(12 + 25j) \cdot (49.541 + 17.351j)}{(12 + 25j) + (49.541 + 17.351j)} = 12.751 + 14.734j \text{ Ом}.$$

Преобразуем получившийся треугольник  $\underline{Z}_{412}, \underline{Z}_{423}, \underline{Z}_{13}$  в новую звезду  $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c$  (рис. 3)

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{412} + \underline{Z}_{423} + \underline{Z}_{13} =$$

$$= (13.209 + 17.5j) + (12.751 + 14.734j) + (27.901 - 70.89j) = 53.861 - 38.656j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{412} \cdot \underline{Z}_{13}}{\underline{Z}} = \frac{(13.209 + 17.5j) \cdot (27.901 - 70.89j)}{53.861 - 38.656j} = 23.66 + 8.661j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{412} \cdot \underline{Z}_{423}}{\underline{Z}} = \frac{(13.209 + 17.5j) \cdot (12.751 + 14.734j)}{53.861 - 38.656j} = -4.77 + 4.333j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{423} \cdot \underline{Z}_{13}}{\underline{Z}} = \frac{(12.751 + 14.734j) \cdot (27.901 - 70.89j)}{53.861 - 38.656j} = 21.493 + 6.276j \text{ Ом}.$$

Сложив сопротивления звезды, с соответствующими сопротивлениями линий (рис. 3) получим

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_л + \underline{Z}_a = (2 + 4j) + (23.66 + 8.661j) = 25.66 + 12.661j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = \underline{Z}_л + \underline{Z}_b = (2 + 4j) + (-4.77 + 4.333j) = -2.77 + 8.333j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = \underline{Z}_л + \underline{Z}_c = (2 + 4j) + (21.493 + 6.276j) = 23.493 + 10.276j \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{(25.66 + 12.661j)} = 0.03134 - 0.01546j \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{(-2.77 + 8.333j)} = -0.03592 - 0.10806j \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{(23.493 + 10.276j)} = 0.03573 - 0.01563j \text{ См}.$$

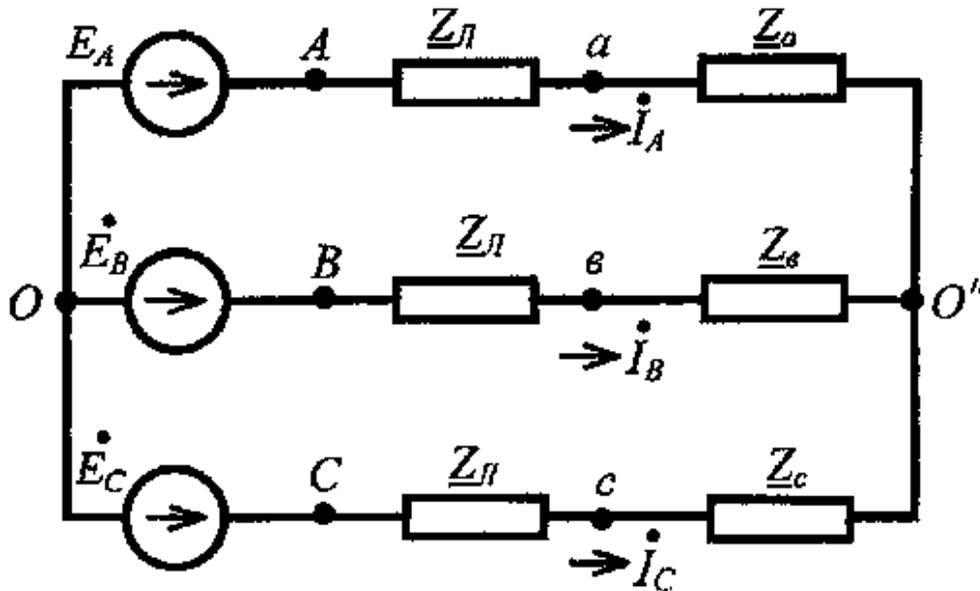


Рис. 3. Схема цепи с эквивалентной звездой

Фазные напряжения в комплексной форме

$$\dot{E}_A = 380 \cdot e^{j0^\circ} = 380 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = 380 \cdot e^{-j120^\circ} = -190 - 329.1j \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = 380 \cdot e^{j120^\circ} = -190 + 329.1j \text{ В}.$$

Напряжение смещения нейтрали (рис. 3), находим по формуле

$$\begin{aligned} \dot{U}_{O''O} &= \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{380 \cdot (0.03134 - 0.01546j) + 380 \cdot e^{-j120^\circ} \cdot (-0.03592 - 0.10806j) + 380 \cdot e^{j120^\circ} \cdot (0.03573 - 0.01563j)}{(0.03134 - 0.01546j) + (-0.03592 - 0.10806j) + (0.03573 - 0.01563j)} = \\ &= \frac{-18.47 + 41.2j}{0.0312 - 0.1392j} = \frac{45.16 \cdot e^{j114.15^\circ}}{0.1426 \cdot e^{-j77.38^\circ}} = 316.7 \cdot e^{-j168.47^\circ} = -310.3 - 63.3j \text{ В}. \end{aligned}$$

### Линейные токи

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A \cdot (\dot{U}_A - \dot{U}_{o'o}) =$$

$$= (0.03134 - 0.01546j) \cdot [380 - (-310.3 - 63.3j)] = 22.61 - 8.69j = 24.23 \cdot e^{-j 21.02^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \underline{Y}_B \cdot (\dot{U}_B - \dot{U}_{o'o}) =$$

$$= (-0.03592 - 0.10806j) \cdot [(-190 - 329.1j) - (-310.3 - 63.3j)] = -33.04 - 3.45j = 33.22 \cdot e^{-j 174.04^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \underline{Y}_C \cdot (\dot{U}_C - \dot{U}_{o'o}) =$$

$$= (0.03573 - 0.01563j) \cdot [(-190 + 329.1j) - (-310.3 - 63.3j)] = 10.43 + 12.14j = 16.01 \cdot e^{j 49.34^\circ} \text{ A}.$$

### Потенциалы точек цепи (рис. 1)

$$\dot{\varphi}_A = \dot{E}_A = 380 \cdot e^{j0^\circ} = 380 \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_B = \dot{E}_B = 380 \cdot e^{-j120^\circ} = -190 - 329.1j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_C = \dot{E}_C = 380 \cdot e^{j120^\circ} = -190 + 329.1j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_a = \dot{\varphi}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_{II} = 380 - (22.61 - 8.69j) \cdot (2 + 4j) = 300 - 73.1j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{\varphi}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_{II} = (-190 - 329.1j) - (-33.04 - 3.45j) \cdot (2 + 4j) = -137.7 - 190j \text{ В};$$

$$\dot{\varphi}_c = \dot{\varphi}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_{II} = (-190 + 329.1j) - (10.43 + 12.14j) \cdot (2 + 4j) = -162.3 + 263.1j \text{ В}.$$

### Токи отдельных потребителей по закону Ома

$$\dot{I}'_4 = \frac{\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b}{\underline{Z}_4} = \frac{(300 - 73.1j) - (-137.7 - 190j)}{12 + 25j} = 10.631 - 12.405j = 16.34 \cdot e^{-j 49.4^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{\varphi}_b - \dot{\varphi}_c}{\underline{Z}_4} = \frac{(-137.7 - 190j) - (-162.3 + 263.1j)}{12 + 25j} = -14.346 - 7.87j = 16.36 \cdot e^{-j 151.25^\circ} \text{ A}.$$

и по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_A - \dot{I}'_4 = (22.613 - 8.69j) - (10.631 - 12.405j) = 11.982 + 3.715j = 12.54 \cdot e^{j 17.23^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_C + \dot{I}_4 = (10.43 + 12.141j) + (-14.346 - 7.87j) = -3.916 + 4.271j = 5.8 \cdot e^{j 132.53^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_B + \dot{I}'_4 - \dot{I}_4 =$$

$$= (-33.043 - 3.45j) + (10.631 - 12.405j) - (-14.346 - 7.87j) = -8.066 - 7.985j =$$

$$= 11.35 \cdot e^{-j 135.28^\circ} \text{ A}.$$

Действующие значения токов и напряжений  
нагрузки

$$I_1 = 12.54 \text{ A}; \quad U_1 = I_1 \cdot Z_1 = 12.54 \cdot 39.05 = 490 \text{ В};$$

$$I_2 = 11.35 \text{ A}; \quad U_2 = I_2 \cdot Z_2 = 11.35 \cdot 26.91 = 305 \text{ В};$$

$$I_3 = 5.8 \text{ A}; \quad U_3 = I_3 \cdot Z_3 = 5.8 \cdot 25.61 = 149 \text{ В};$$

$$I_4 = 16.36 \text{ A}; \quad U_4 = I_4 \cdot Z_4 = 16.36 \cdot 27.73 = 454 \text{ В};$$

$$I'_4 = 16.34 \text{ A}; \quad U'_4 = I'_4 \cdot Z_4 = 16.34 \cdot 27.73 = 453 \text{ В};$$

линии

$$I_A = 24.23 \text{ A}; \quad U_{Aa} = I_A \cdot Z_{Л} = 24.23 \cdot 4.472 = 108 \text{ В};$$

$$I_B = 33.22 \text{ A}; \quad U_{Bb} = I_B \cdot Z_{Л} = 33.22 \cdot 4.472 = 149 \text{ В};$$

$$I_C = 16.01 \text{ A}; \quad U_{Cc} = I_C \cdot Z_{Л} = 16.01 \cdot 4.472 = 72 \text{ В}.$$

Комплекс полной мощности  
нагрузки

$$\tilde{S}_1 = P_1 + jQ_1 = I_1^2 \cdot \underline{Z}_1 = 12.54^2 \cdot (30 - 25j) = 4718 - 3931j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_2 = P_2 + jQ_2 = I_2^2 \cdot \underline{Z}_2 = 11.35^2 \cdot (18 + 20j) = 2319 + 2576j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_3 = P_3 + jQ_3 = I_3^2 \cdot \underline{Z}_3 = 5.8^2 \cdot (20 - 16j) = 673 - 538j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_4 = P_4 + jQ_4 = I_4^2 \cdot \underline{Z}_4 = 16.36^2 \cdot (12 + 25j) = 3212 + 6691j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}'_4 = P'_4 + jQ'_4 = I'^2_4 \cdot \underline{Z}_4 = 16.34^2 \cdot (12 + 25j) = 3204 + 6675j \text{ ВА};$$

линии

$$\tilde{S}_{ЛA} = P_{ЛA} + jQ_{ЛA} = I_A^2 \cdot \underline{Z}_{Л} = 24.23^2 \cdot (2 + 4j) = 1174 + 2348j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{ЛB} = P_{ЛB} + jQ_{ЛB} = I_B^2 \cdot \underline{Z}_{Л} = 33.22^2 \cdot (2 + 4j) = 2207 + 4414j \text{ ВА};$$

$$\tilde{S}_{ЛC} = P_{ЛC} + jQ_{ЛC} = I_C^2 \cdot \underline{Z}_{Л} = 16.01^2 \cdot (2 + 4j) = 513 + 1025j \text{ ВА}.$$

## 2. Баланс активных мощностей

Активная мощность источников энергии (трехфазного генератора)

$$\begin{aligned} P_{ист} &= \operatorname{Re}\{\dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^*\} = \\ &= \operatorname{Re}\left(380 \cdot 24.23 \cdot e^{j 21.02^\circ} + 380 \cdot e^{-j 120^\circ} \cdot 33.22 \cdot e^{j 174.04^\circ} + 380 \cdot e^{j 120^\circ} \cdot 16.01 e^{-j 49.34^\circ}\right) = \\ &= \operatorname{Re}\left(9207 e^{j 21.02^\circ}\right) + \operatorname{Re}\left(12624 e^{j 54.04^\circ}\right) + \operatorname{Re}\left(6084 e^{j 70.66^\circ}\right) = \\ &= 8594 + 7413 + 2015 = 18022 \text{ Вт} = 18.02 \text{ кВт}. \end{aligned}$$

Активная мощность потребителей энергии

$$\begin{aligned} P_{номр} &= P_{ЛА} + P_{ЛВ} + P_{ЛС} + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_4' = \\ &= 1.17 + 2.21 + 0.51 + 4.72 + 2.32 + 0.67 + 3.21 + 3.2 = 18.01 \text{ кВт}. \end{aligned}$$

Погрешность расчета

$$\delta_{p\%} = \frac{|P_{ист} - P_{номр}|}{P_{ист}} 100\% = \frac{|18.02 - 18.01|}{18.02} \cdot 100 = 0.1 \text{ \%}.$$

3. Построение векторной диаграммы токов (рис. 4) и топографической диаграммы напряжений (рис. 5).

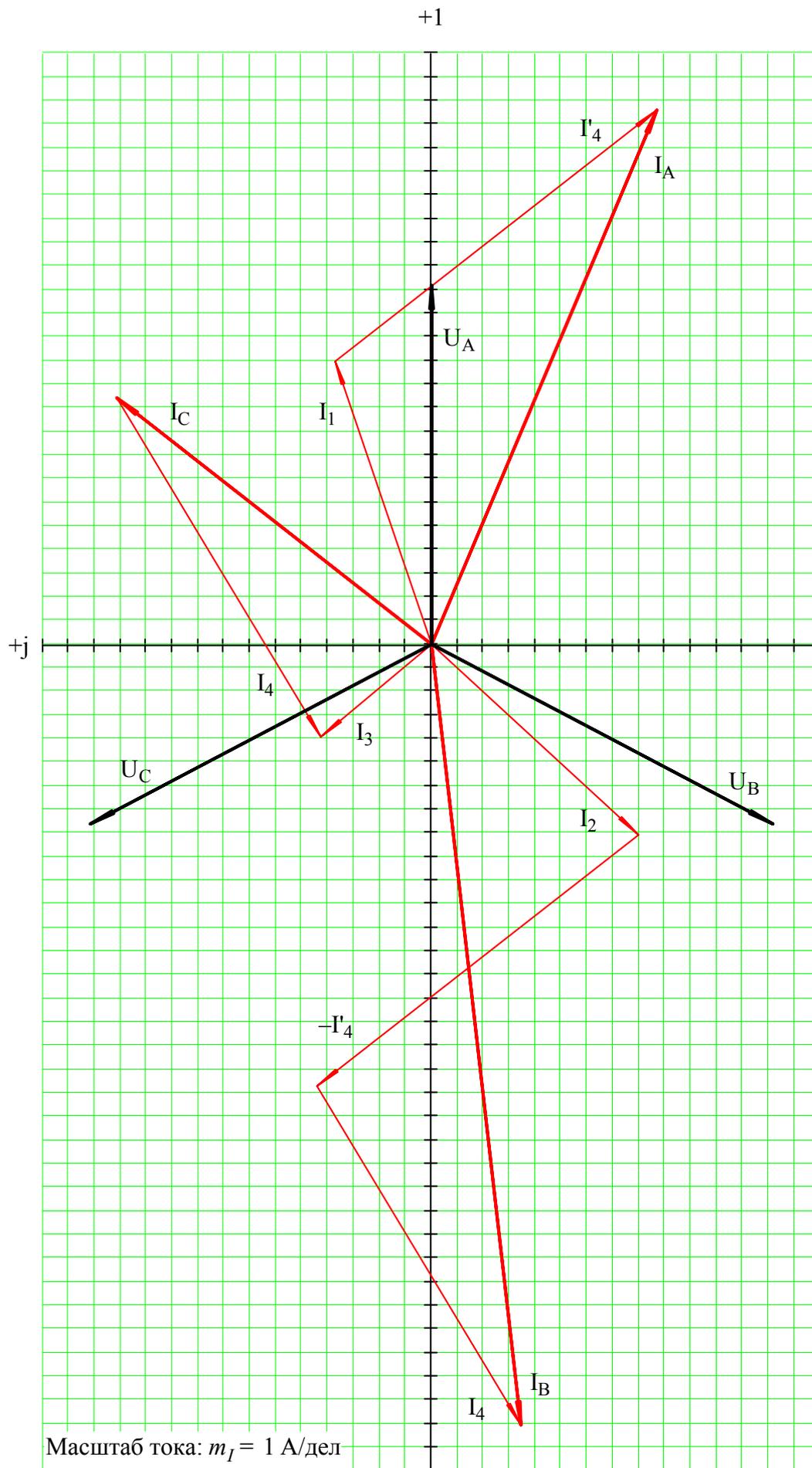


Рис. 4. Векторная диаграмма токов

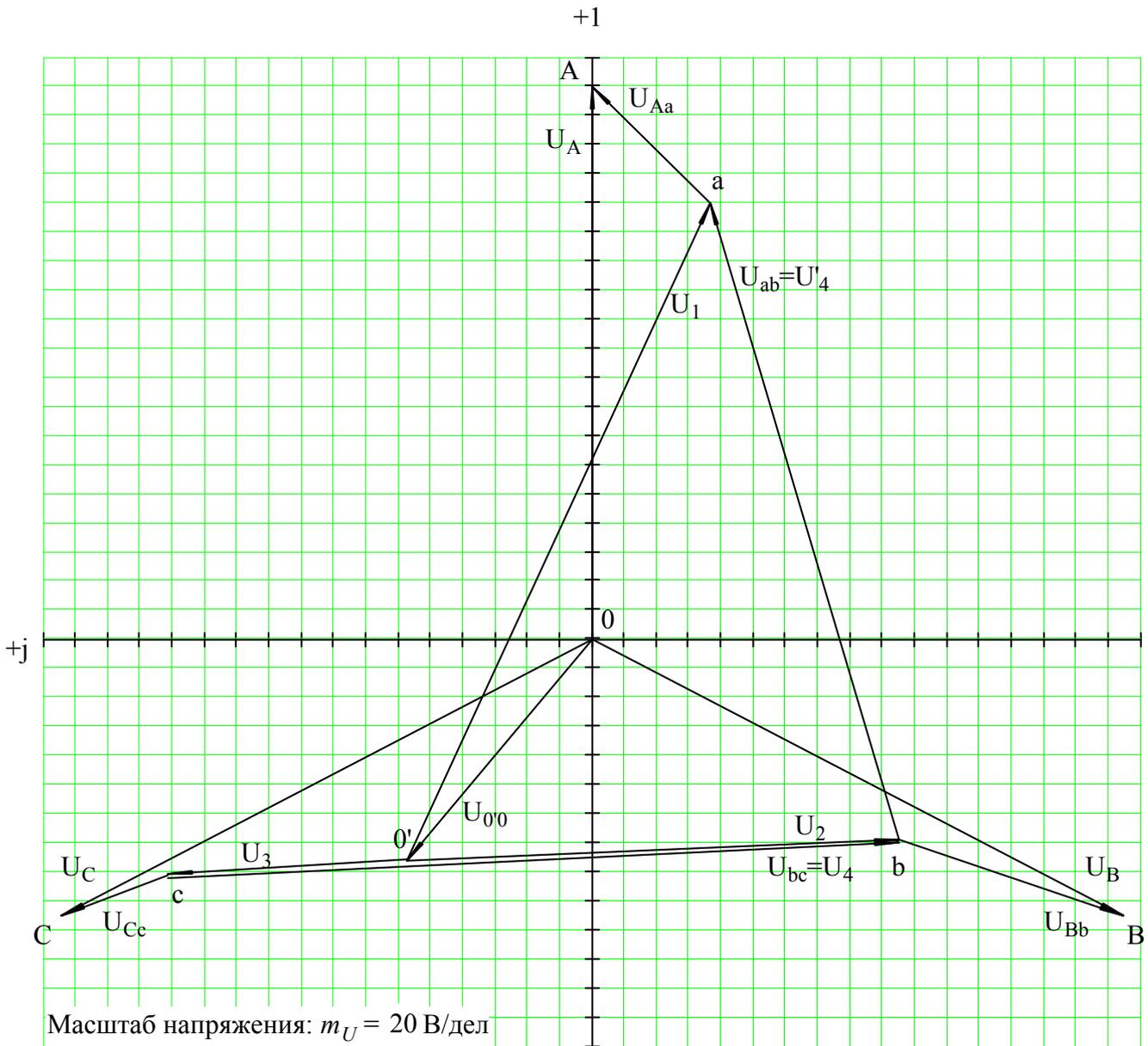


Рис. 5. Топографическая диаграмма напряжений

## ЗАДАЧА № 2

### РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОГО ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Дан  $\Pi$ -образный симметричный четырехполюсник, схема которого представлена на рис. 1, а исходные данные в табл. 1.

#### Требуется:

1. Определить сопротивление холостого хода  $Z_{xx}$  и короткого замыкания  $Z_{кз}$  четырехполюсника.
2. По найденным сопротивлениям найти коэффициенты четырехполюсника в форме  $A$  (т. е. коэффициенты  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$ ). Проверить соотношение между ними ( $\underline{A}\underline{D} - \underline{B}\underline{C} = 1$ ).
3. Определить напряжение  $U_2$ , токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$  и КПД ( $\eta$ ) четырехполюсника при значениях напряжения  $U_1$  и активном сопротивлении нагрузки  $R_n$ , подключенном к выходным зажимам.
4. Определить характеристическое сопротивление  $Z_c$  четырехполюсника и коэффициент передачи  $\gamma$ .

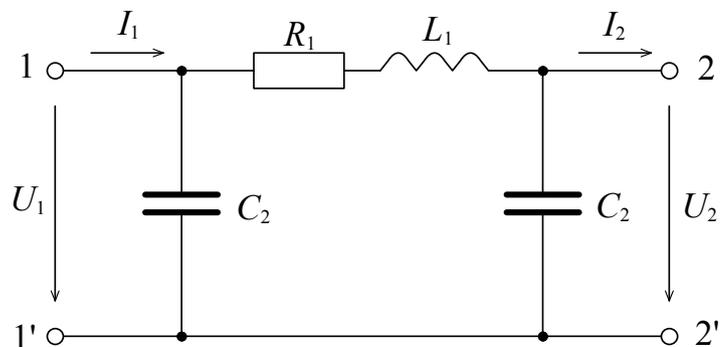


Рис. 1

Таблица 1  
Напряжение  $U_1$  и величины сопротивлений при частоте 50 Гц

№	$U_1, B$	$r_1, Ом$	$x_{L_1}, Ом$	$r_2, Ом$	$x_{C_2}, Ом$	$r_n, Ом$
2	220	6	9	—	18	22

1. Сопротивление холостого хода  $Z_{xx}$  и короткого замыкания  $Z_{кз}$  четырехполюсника определим методом преобразования цепи.

Комплексы сопротивлений

$$\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{L_1} = 6 + j9 = 10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = -jx_{C_2} = -j18 = 18 \cdot e^{-j 90^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = (6 + j9) + (-j18) = 6 - 9j = 10.817 \cdot e^{-j 56.31^\circ} \text{ Ом}.$$

Режим холостого хода (рис. 2).

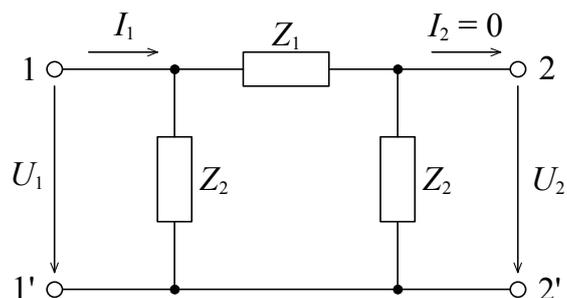


Рис. 2

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{xx} &= \frac{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \cdot \underline{Z}_2}{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \underline{Z}_2} = \\ &= \frac{10.817 \cdot e^{-j 56.31^\circ} \cdot 18 \cdot e^{-j 90^\circ}}{(6 - 9j) + (-j 18)} = 7.039 \cdot e^{-j 68.839^\circ} = 2.541 - 6.564j, \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Режим короткого замыкания (рис. 3).

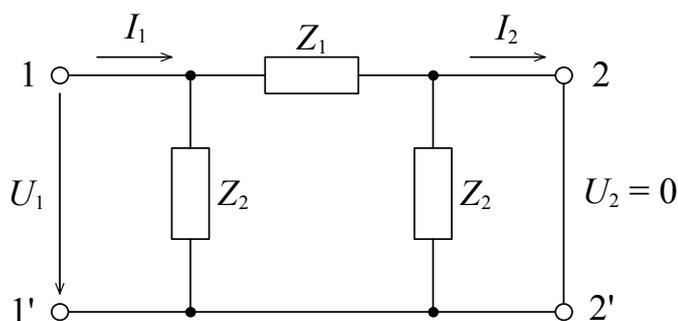


Рис. 3

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{кз} &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \\ &= \frac{10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ} \cdot 18 \cdot e^{-j 90^\circ}}{10.817 \cdot e^{-j 56.31^\circ}} = 18 \cdot e^{j 22.62^\circ} = 16.615 + 6.923j, \text{ Ом.} \end{aligned}$$

2. По найденным сопротивлениям найти коэффициенты четырехполосника в А форме.

Уравнения А-параметров четырехполосника.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 + \underline{D} \cdot \dot{I}_2 \end{cases} \quad (1)$$

Режим холостого хода (рис. 2).

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= 0, \\ \begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 \end{cases} \end{aligned}$$

Находим

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{xx}}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \underline{U}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_{кз}}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{A} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{кз}} = \frac{10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ}}{18 \cdot e^{j 22.62^\circ}} = 0.6009 \cdot e^{j 33.690^\circ} = 0.5 + 0.333j ;$$

$$\underline{C} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{xx}} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{xx}} = \frac{0.6009 \cdot e^{j 33.690^\circ}}{7.039 \cdot e^{-j 68.839^\circ}} = 0.08537 \cdot e^{j 102.529^\circ} \text{ См.}$$

Режим короткого замыкания (рис. 3).

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = 0, \\ \underline{U}_1 = \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{D} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

Находим

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{кз}}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_{кз}}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{B} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_1 = 10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ} = 6 + 9j , \text{ Ом;}$$

$$\underline{D} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{кз}} = \underline{A}.$$

Проверка

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} &= \left(0.6009 \cdot e^{j 33.690^\circ}\right)^2 - 10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ} \cdot 0.08537 \cdot e^{j 102.529^\circ} = \\ &= (0.139 + 0.333j) - (-0.861 + 0.333j) = 1 . \end{aligned}$$

3. Определим напряжение  $U_2$ , токи  $I_1$  и  $I_2$ , мощности  $P_1$  и  $P_2$  и КПД  $\eta$  четырехполюсника при значениях напряжения  $U_1 = 220 \text{ В}$  и активном сопротивлении нагрузки  $r_H = 22 \text{ Ом}$  (подключено к выходным зажимам).

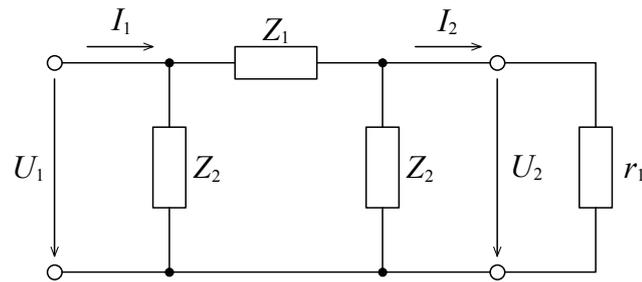


Рис. 4

$$\dot{U}_2 = R_H \cdot \dot{I}_2 \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\dot{U}_1 = \underline{A} \cdot \dot{U}_2 + \underline{B} \cdot \dot{I}_2 = (\underline{A} \cdot R_H + \underline{B}) \cdot \dot{I}_2 \quad (3)$$

$$\dot{I}_1 = \underline{C} \cdot \dot{U}_2 + \underline{D} \cdot \dot{I}_2 = (\underline{C} \cdot R_H + \underline{D}) \cdot \dot{I}_2 \quad (4)$$

Откуда

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_1}{\underline{A} \cdot R_H + \underline{B}} = \\ &= \frac{220}{(0.5 + 0.3333j) \cdot 22 + (6 + 9j)} = 6.73 - 6.465j = 9.332 \cdot e^{-j 43.854^\circ}, \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \cdot R_H = 9.332 \cdot e^{-j 43.854^\circ} \cdot 22 = 205 \cdot e^{-j 43.854^\circ}, \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= (\underline{C} \cdot R_H + \underline{D}) \cdot \dot{I}_2 = \\ &= [(-0.01852 + 0.08333j) \cdot 22 + (0.5 + 0.3333j)] \cdot 9.332 \cdot e^{-j 43.854^\circ} = 14.63 + 13.98j, \text{ А}; \end{aligned}$$

$$P_1 = \text{Re}(\dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^*) = \text{Re}[220 \cdot (14.63 - 13.98j)] = 3219, \text{ Вт};$$

$$P_2 = \text{Re}(\dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2^*) = \text{Re}(205 \cdot e^{-j 43.854^\circ} \cdot 9.332 \cdot e^{j 43.854^\circ}) = 1913, \text{ Вт};$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{1913}{3219} 100 = 59.4 \text{ \%}.$$

4. Определим:

а) *характеристическое сопротивление*  $\underline{Z}_C$  четырехполюсника:

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\underline{Z}_{xx} \cdot \underline{Z}_{кз}} = \sqrt{7.039 \cdot e^{-j 68.839^\circ} \cdot 18 \cdot e^{-j 22.62^\circ}} = 11.26 \cdot e^{-j 23.11^\circ}, \text{ Ом.}$$

Приняв сопротивление нагрузки  $\underline{Z}_H = \underline{Z}_C$ , из (3), (4) находим:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{вх} &= \frac{A \cdot \underline{Z}_C + B}{C \cdot \underline{Z}_C + D} = \\ &= \frac{0.601 \cdot e^{j 33.69^\circ} \cdot 11.26 \cdot e^{-j 23.11^\circ} + (6 + 9j)}{0.0854 \cdot e^{j 102.529^\circ} \cdot 11.26 \cdot e^{-j 23.11^\circ} + (0.5 + 0.333j)} = 11.26 \cdot e^{-j 23.11^\circ}, \text{ Ом,} \end{aligned}$$

откуда  $\underline{Z}_{вх} = \underline{Z}_C$ .

б) *постоянную передачи*  $g$  симметричного четырехполюсника определяем по формуле:

$$\underline{g} = a + jb = \ln(A + \sqrt{B \cdot C})$$

Находим

$$\begin{aligned} A + \sqrt{B \cdot C} &= \\ &= (0.5 + 0.333j) + \sqrt{10.817 \cdot e^{j 56.31^\circ} \cdot 0.0854 \cdot e^{j 102.529^\circ}} = 0.676 + 1.278j = 1.446 \cdot e^{j 62.11^\circ}. \end{aligned}$$

Собственное затухание

$$a = \ln(1.446) = 0.369 \text{ Нп;}$$

$$a = 0.369 \cdot 8.686 = 3.21 \text{ дБ.}$$

Коэффициент фазы

$$b = 62.11^\circ.$$

### Задача №3

## РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ТОКАХ

На рис.1 показана цепь с источником периодической несинусоидальной ЭДС. График функции  $e=f(\omega t)$  изображен на рис.2. Амплитуда ЭДС, угловая частота первой гармоники и параметры цепи даны в табл.1.

Для электрической цепи выполнить следующее:

1. Разложить аналитически в ряд Фурье заданную в виде графика периодическую несинусоидальную ЭДС  $e = f(\omega t)$ . Написать уравнение мгновенного значения ЭДС.
2. Определить действующее значение несинусоидальной ЭДС.
3. Вычислить токи гармоник на неразветвленном участке цепи и записать закон изменения суммарного тока.
4. Построить в масштабе гармоники входного напряжения и их графическую сумму, а также заданную кривую (в одних осях).
5. Построить в масштабе графики гармоник входного тока и их графическую сумму.
6. Определить активную, реактивную и полную мощности, а также коэффициент мощности и коэффициент искажения.

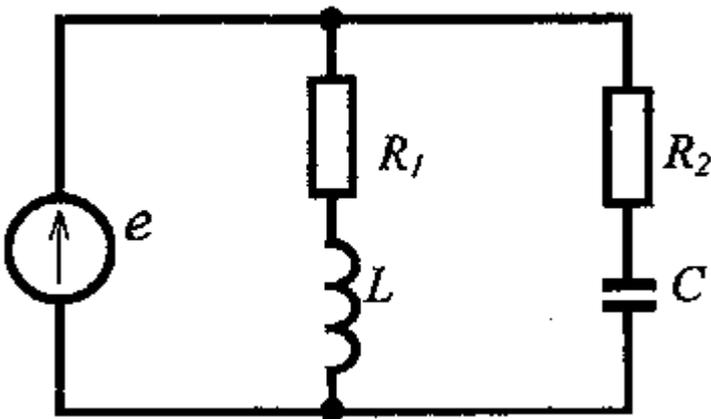


Рис. 1. Цепь с источником периодической несинусоидальной ЭДС

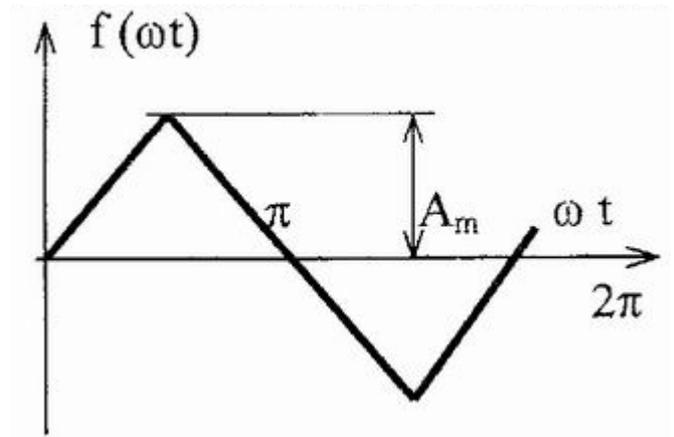


Рис. 2. График периодической несинусоидальной ЭДС

Таблица 1

Числовые данные параметров схемы

№	$E_m, В$	$\omega, \frac{рад}{с}$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$L, мГн$	$C, мкФ$
2	120	1000	10	40	10	10

### 1. Разложение периодической несинусоидальной ЭДС в Ряд Фурье (первые три гармоники)

$$\begin{aligned}
 e(\omega t) &= \frac{8 \cdot E_m}{\pi^2} \cdot \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 180^\circ) + \frac{1}{25} \cdot \sin(5 \cdot \omega t) + \frac{1}{49} \cdot \sin(7 \cdot \omega t + 180^\circ) \right) = \\
 &= \frac{8 \cdot 120}{\pi^2} \cdot \sin(\omega t) + \frac{8 \cdot 120}{9 \cdot \pi^2} \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 180^\circ) + \frac{8 \cdot 120}{25 \cdot \pi^2} \cdot \sin(5 \cdot \omega t) + \frac{8 \cdot 120}{49 \cdot \pi^2} \cdot \sin(7 \cdot \omega t + 180^\circ) = \\
 &= 97.267 \cdot \sin(\omega t) + 10.808 \cdot \sin(3 \omega t + 180^\circ) + 3.8907 \cdot \sin(5 \omega t) + 1.9851 \sin(7 \omega t + 180^\circ) + \dots, \text{ В.}
 \end{aligned}$$

### 2. Действующее значение периодической несинусоидальной ЭДС

Действующее значение несинусоидального напряжения не зависит от начальных фаз и определяется по действующим значениям гармонических составляющих:

$$U = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + \dots} = \sqrt{U_{(0)}^2 + \frac{U_{m(1)}^2}{2} + \frac{U_{m(2)}^2}{2} + \dots}$$

Для сигнала (рис. 2)

$$U \approx \sqrt{\frac{U_{m(1)}^2}{2} + \frac{U_{m(3)}^2}{2} + \frac{U_{m(5)}^2}{2}} = \sqrt{\frac{97.27^2}{2} + \frac{10.81^2}{2} + \frac{3.891^2}{2}} = 69.26 \text{ В.}$$

### 3. Ток на неразветвленно участке цепи

3.1. Постоянная составляющая  $I_0 = 0$  .

3.2. Первая гармоника

$$\dot{U}_{(1)} = 97.27 \cdot e^{j 0^\circ} \text{ В;}$$

$$X_{L(1)} = \omega \cdot L = 1000 \cdot 0.01 = 10 \text{ Ом;}$$

$$X_{C(1)} = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{1000 \cdot 10 \times 10^{-6}} = 100 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{(1)} = \frac{(R_1 + jX_{L(1)}) \cdot (R_2 - jX_{C(1)})}{(R_1 + jX_{L(1)}) + (R_2 - jX_{C(1)})} = \frac{(10 + j 10) \cdot (40 - j 100)}{(10 + j 10) + (40 - j 100)} = 11.7 + 9.06j = 14.79 \cdot e^{j 37.75^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{97.27 \cdot e^{j 0^\circ}}{14.79 \cdot e^{j 37.75^\circ}} = 6.575 \cdot e^{-j 37.75^\circ} \text{ А.}$$

Находим:

$$i_{(1)}(\omega t) = 6.575 \cdot \sin(\omega t - 37.75^\circ) \text{ А.}$$

### 3.3. Третья гармоника

$$\dot{U}_{(3)} = 10.81 \cdot e^{j 180^\circ} \text{ В};$$

$$X_{L(3)} = 3\omega \cdot L = 3 \cdot 1000 \cdot 0.01 = 30 \text{ Ом};$$

$$X_{C(3)} = \frac{1}{3\omega \cdot C} = \frac{1}{3 \cdot 1000 \cdot 10 \times 10^{-6}} = 33.33 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(3)} = \frac{(R_1 + jX_{L(3)}) \cdot (R_2 - jX_{C(3)})}{(R_1 + jX_{L(3)}) + (R_2 - jX_{C(3)})} = \frac{(10 + j 30) \cdot (40 - j 33.33)}{(10 + j 30) + (40 - j 33.33)} = 26.7 + 19.1j = 32.86 \cdot e^{j 35.57^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_{(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{10.81 \cdot e^{j 180^\circ}}{32.86 \cdot e^{j 35.57^\circ}} = 0.329 \cdot e^{j 144.43^\circ} \text{ А}.$$

Находим:

$$i_{(3)}(\omega t) = 0.329 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 144.43^\circ) \text{ А}.$$

### 3.4. Пятая гармоника

$$\dot{U}_{(5)} = 3.891 \cdot e^{j 0^\circ} \text{ В};$$

$$X_{L(5)} = 5\omega \cdot L = 5 \cdot 1000 \cdot 0.01 = 50 \text{ Ом};$$

$$X_{C(5)} = \frac{1}{5\omega \cdot C} = \frac{1}{5 \cdot 1000 \cdot 10 \times 10^{-6}} = 20 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(5)} = \frac{(R_1 + jX_{L(5)}) \cdot (R_2 - jX_{C(5)})}{(R_1 + jX_{L(5)}) + (R_2 - jX_{C(5)})} = \frac{(10 + j 50) \cdot (40 - j 20)}{(10 + j 50) + (40 - j 20)} = 36.5 + 14.1j = 39.11 \cdot e^{j 21.16^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_{(5)} = \frac{\dot{U}_{(5)}}{\underline{Z}_{(5)}} = \frac{3.891 \cdot e^{j 0^\circ}}{39.11 \cdot e^{j 21.16^\circ}} = 0.099 \cdot e^{-j 21.16^\circ} \text{ А}.$$

Находим:

$$i_{(5)}(\omega t) = 0.099 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 21.16^\circ) \text{ А}.$$

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2 + \dots} = \sqrt{I_{(0)}^2 + \frac{I_{m(1)}^2}{2} + \frac{I_{m(2)}^2}{2} + \dots}$$

Находим

$$I \approx \sqrt{\frac{I_{m(1)}^2}{2} + \frac{I_{m(3)}^2}{2} + \frac{I_{m(5)}^2}{2}} = \sqrt{\frac{6.575^2}{2} + \frac{0.329^2}{2} + \frac{0.099^2}{2}} = 4.656 \text{ А.}$$

Закон изменения тока

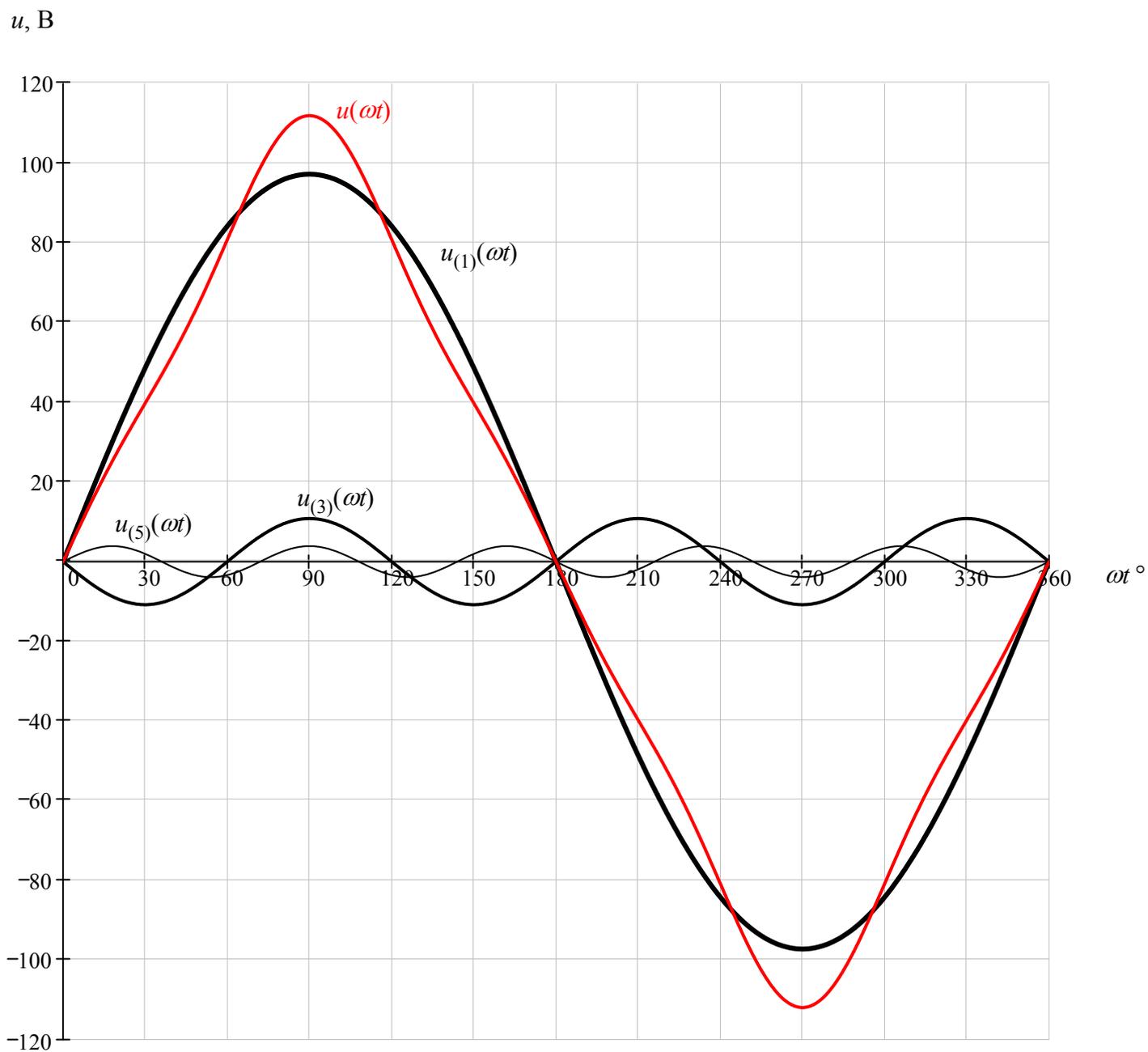
$$i(\omega t) = 6.575 \cdot \sin(\omega t - 37.75^\circ) + 0.329 \cdot \sin(3 \cdot \omega t + 144.43^\circ) + 0.099 \cdot \sin(5 \cdot \omega t - 21.16^\circ) \text{ А.}$$

#### 4. Гармоники входного напряжения и их графическая сумма

Таблица 2

Значения для первых трех гармоник входного напряжения

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\omega t, ^\circ$	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$u_{(1)}(\omega t), B$	0	48,63	84,24	97,27	84,24	48,63	0,00	-48,63	-84,24	-97,27	-84,24	-48,63	0,00
$\omega t, ^\circ$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$u_{(3)}(\omega t), B$	0	-5,40	-9,36	-10,81	-9,36	-5,40	0,00	5,40	9,36	10,81	9,36	5,40	0,00
$\omega t, ^\circ$	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
$u_{(5)}(\omega t), B$	0	1,95	3,37	3,89	3,37	1,95	0,00	-1,95	-3,37	-3,89	-3,37	-1,95	0,00



- $u_{(1)}(\omega t)$  – первая гармоника
- $u_{(3)}(\omega t)$  – третья гармоника
- $u_{(5)}(\omega t)$  – пятая гармоника
- $u(\omega t)$  – сумма трех первых гармоник

Рис. 3. Гармоники входного напряжения и их графическая сумма

На рисунке 4 построим график периодической несинусоидальной ЭДС  $e(\omega t)$  и график суммы первых трех гармоник  $u(\omega t)$  входного напряжения (рис.3).

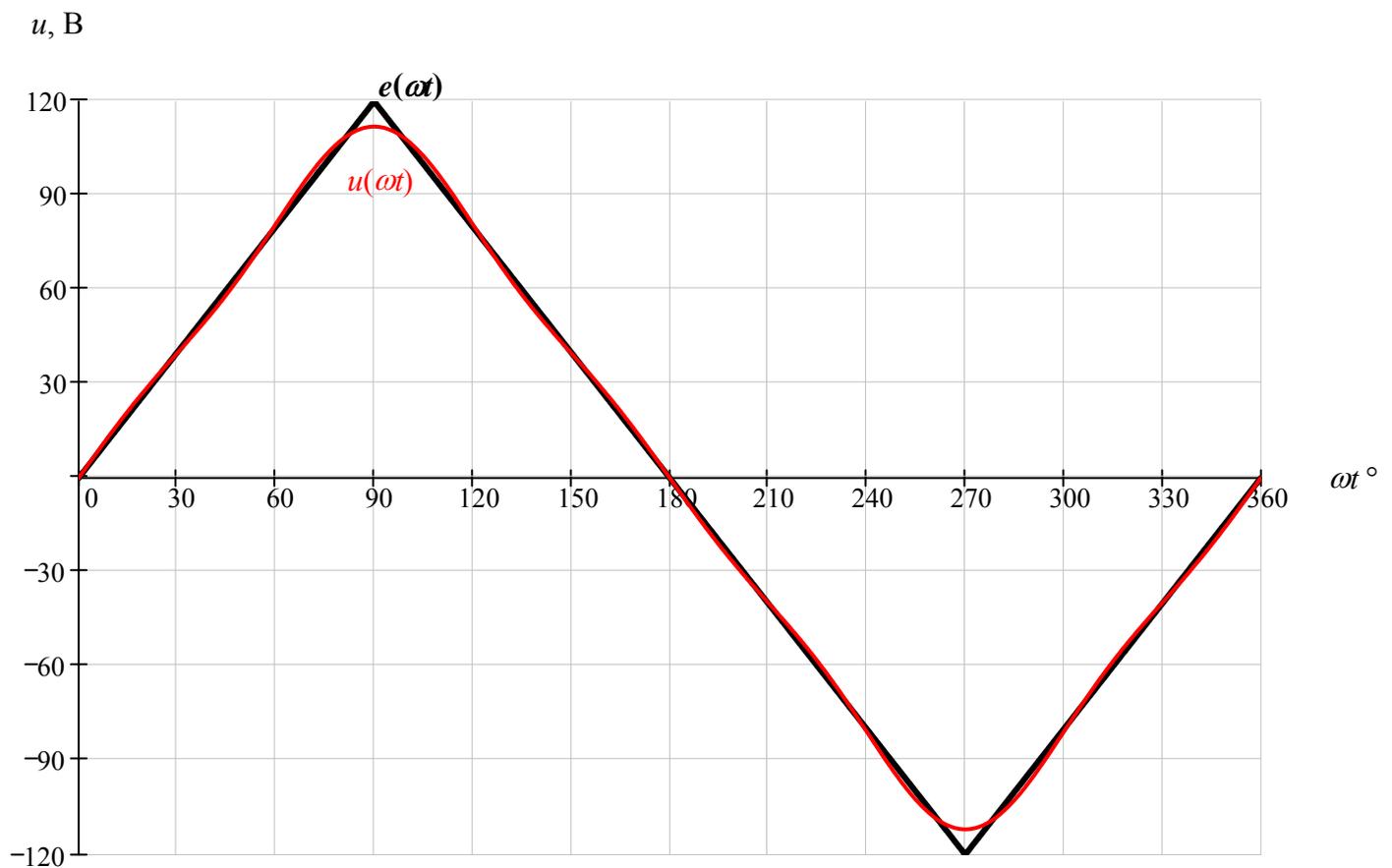


Рис. 4. Заданная несинусоидальная ЭДС  $e(\omega t)$  и сумма гармоник  $u(\omega t)$  входного напряжения

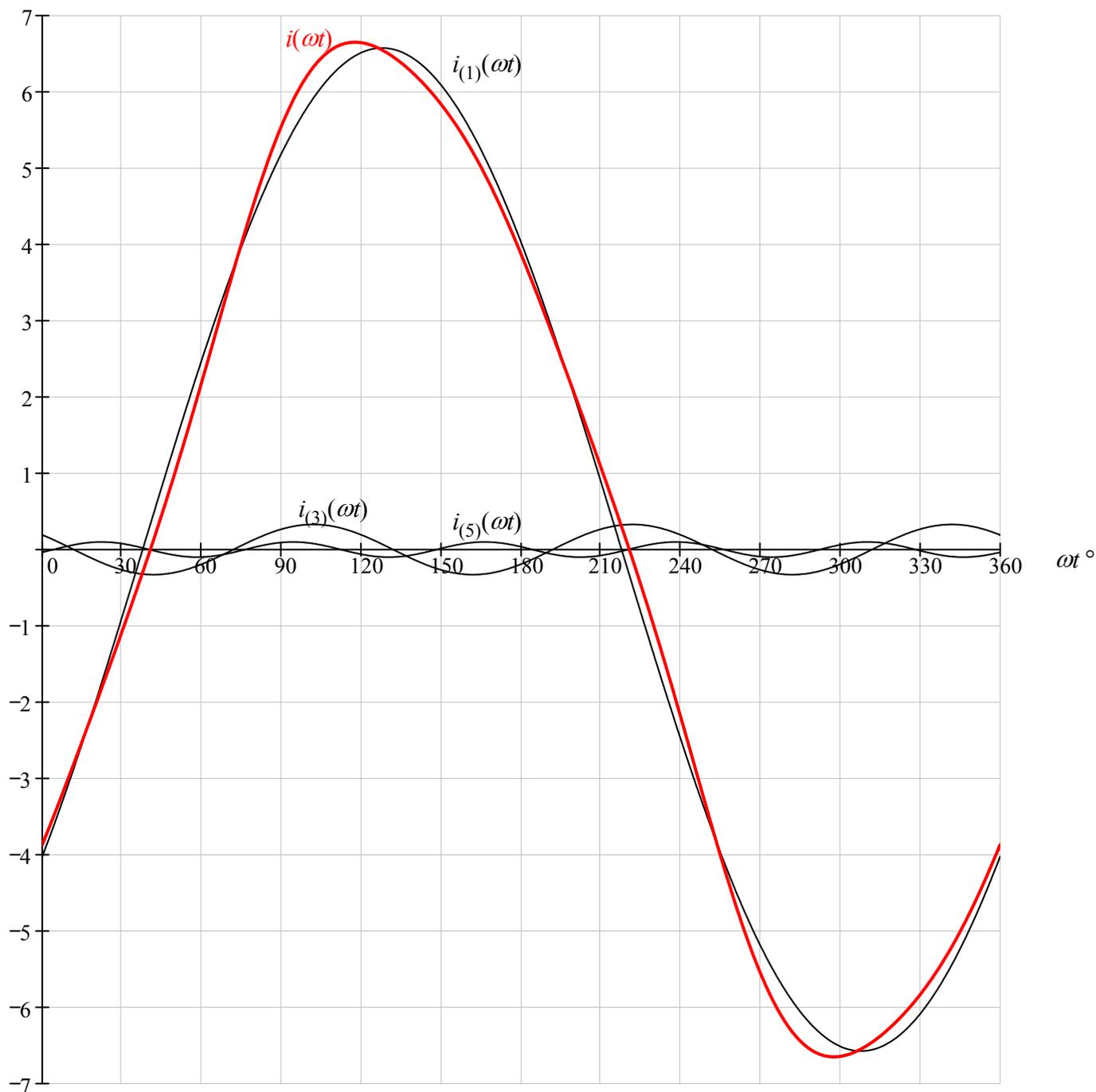
#### 5. График гармоник входного тока и их графическая сумма на неразветвленном участка цепи

Таблица 3

Значения для первых трех гармоник входного тока

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\omega t, ^\circ$	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i_1(\omega t), A$	-4,025	-0,886	2,490	5,199	6,515	6,085	4,025	0,886	-2,490	-5,199	-6,515	-6,085	-4,025
$\omega t, ^\circ$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$i_3(\omega t), A$	0,191	0,032	-0,136	-0,268	-0,327	-0,299	-0,191	-0,032	0,136	0,268	0,327	0,299	0,191
$\omega t, ^\circ$	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
$i_5(\omega t), A$	-0,036	0,015	0,062	0,093	0,098	0,077	0,036	-0,015	-0,062	-0,093	-0,098	-0,077	-0,036

$i, A$



$i_{(1)}(\omega t)$  – первая гармоника входного тока

$i_{(3)}(\omega t)$  – третья гармоника входного тока

$i_{(5)}(\omega t)$  – пятая гармоника входного тока

$i(\omega t)$  – сумма трех первых гармоник входного тока

Рис. 5. Гармоники входного тока на неразветвленном участке цепи и их графическая сумма

## 6. Определяем активную, реактивную, полную мощности цепи

Активная мощность

$$\begin{aligned} P &\approx U_{(0)} I_{(0)} + \frac{U_{m(1)} I_{m(1)}}{2} \cos(\varphi_{(1)}) + \frac{U_{m(3)} I_{m(3)}}{2} \cos(\varphi_{(3)}) + \frac{U_{m(5)} I_{m(5)}}{2} \cos(\varphi_{(5)}) = \\ &= 0 \cdot 0 + \frac{97.27 \cdot 6.575}{2} \cdot \cos(37.75^\circ) + \frac{10.81 \cdot 0.329}{2} \cdot \cos(35.57^\circ) + \frac{3.89 \cdot 0.099}{2} \cdot \cos(21.16^\circ) = 254 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность

$$\begin{aligned} Q &\approx \frac{U_{m(1)} I_{m(1)}}{2} \sin(\varphi_{(1)}) + \frac{U_{m(3)} I_{m(3)}}{2} \sin(\varphi_{(3)}) + \frac{U_{m(5)} I_{m(5)}}{2} \sin(\varphi_{(5)}) = \\ &= \frac{97.27 \cdot 6.575}{2} \cdot \sin(37.75^\circ) + \frac{10.81 \cdot 0.329}{2} \cdot \sin(35.57^\circ) + \frac{3.89 \cdot 0.099}{2} \cdot \sin(21.16^\circ) = 197 \text{ вар.} \end{aligned}$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{254^2 + 197^2} = 321 \text{ ВА.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{254}{321} = 0.791 \text{ .}$$

Коэффициент искажения сигнала

$$k_H = \frac{I_{(1)}}{I} = \frac{\frac{I_{m(1)}}{\sqrt{2}}}{I} = \frac{6.575}{\sqrt{2} \cdot 4.655} = 0.999 \text{ .}$$

## Список литературы

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М., “Энергия”,1996 – 425 с.
2. Зевеке Г.В. и др., Основы теории цепей. М., “Энергия”,1975. – 750 с.
3. Шебес М.Р. Теория линейных цепей в упражнениях и задачах. М., “Высшая школа”, 1987. – 450 с.