Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Уральский государственный университет путей сообщения
Кафедра «Электрические машины»

А. П. Сухогузов

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
для студентов заочного обучения по специальности

190401 – Электроснабжение железнодорожного транспорта

Екатеринбург
2012

Расчет переходного процесса в цепи с распределенными параметрами

7.1. Цель работы

Изучение и практическое применение методики расчета переходных процессов в цепи с распределенными параметрами.

7.2. Содержание работы

1. Рассчитать падающие волны напряжения и тока, возникающие на первой линии, после подключения ее к источнику.

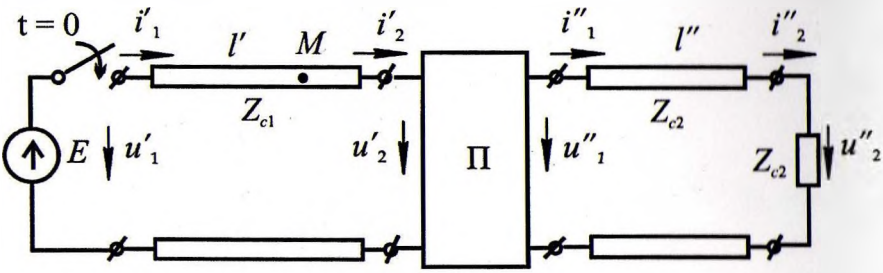
2. Пользуясь классическим или операторным методом, найти отраженные и преломленные волны напряжения и тока, возникающие в точке соединения двух линий.

3. Построить кривые распределения напряжения и тока вдоль обеих линий в момент времени, когда преломленные волны достигнут конца второй линии. Расчетные точки выбрать с шагом 50 км.

4. Построить кривые изменения напряжения и тока в функции времени в точке М первой линии, отстоящей от начала на расстоянии 300 км, для интервала времени 0 – 3,5 мс.

7.3. Общие указания и рекомендации

Задана цепь, состоящая из двух воздушных линий с различными волновыми сопротивлениями. В точке соединения линий включен четырехполюсник из элементов с сосредоточенными параметрами. В момент времени $t = 0$ первая линия подключается к источнику $E = 10$ кВ. Длина первой линии $l' = 400$ км, второй $l'' = 300$ км. Вторая линия нагружена на сопротивление, равное Z_{c2}.



7.1. Исходная схема

1. Схема четырехполюсника выбирается по рисунку 1–30 в соответствии с порядковым номером в журнале группы.

2. Числовые данные следует взять из табл. 7.1.

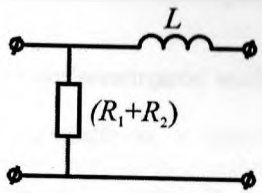
Примечание: скорость движения волн по обеим воздушным линиям принять равной $V = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Таблица 7.1

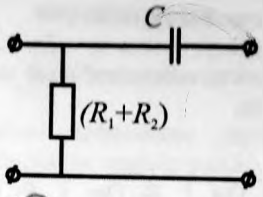
№	Z_{c1}, Ом	Z_{c2}, Ом	R_1, Ом	R_2, Ом	C,мкФ	L, мГн
1	1600	960	320	640	0,625	320
2	500	300	100	200	2,00	100
3	1500	900	300	600	0,667	300
4	600	360	120	240	1,67	120
5	1400	840	280	560	0,714	280
6	700	420	140	280	1,428	140
7	1300	780	260	520	0,769	260
8	800	480	160	320	1,25	160
9	1200	720	240	480	0,833	240
10	900	540	180	360	1,111	180
11	1100	660	220	440	0,909	220
12	1000	600	200	400	1,00	200
13	400	240	80	160	2,5	80
14	1800	1080	360	720	0,555	360
15	1250	750	250	500	0,8	250

Схемы четырехполюсников, включенных в месте соединения линий.

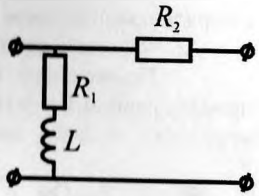
1



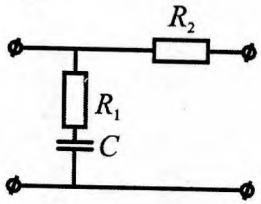
2



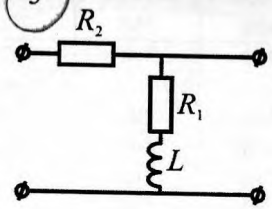
3



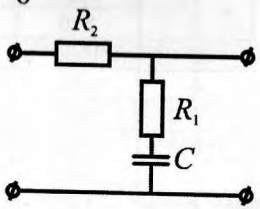
4



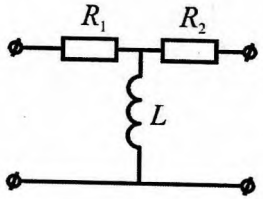
5



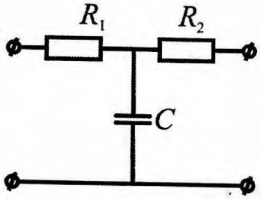
6



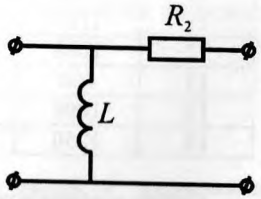
7



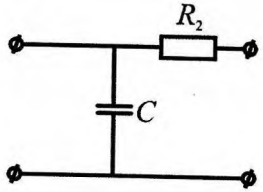
8



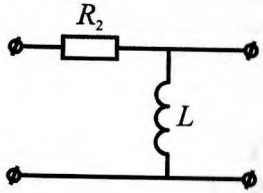
9



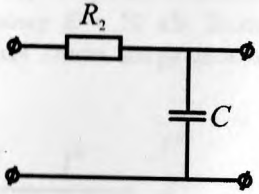
10



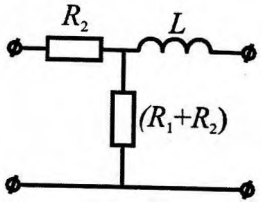
11



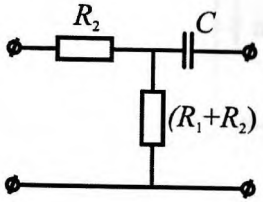
12



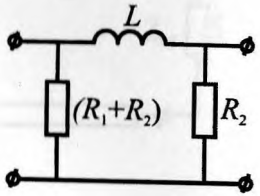
13



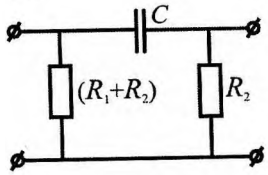
14



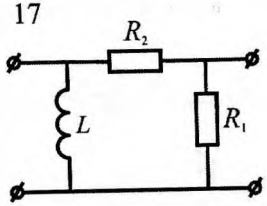
15



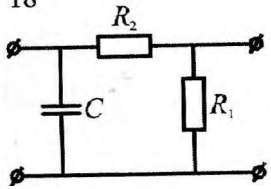
16



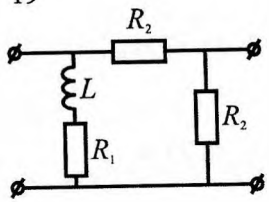
17



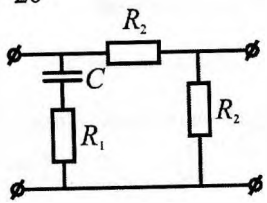
18



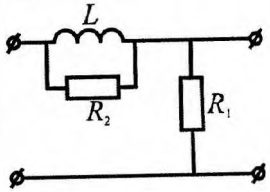
19



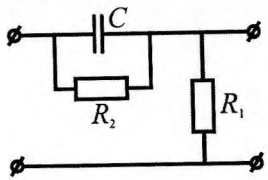
20



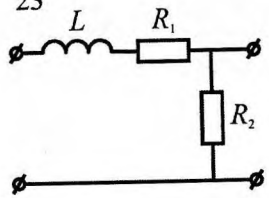
21



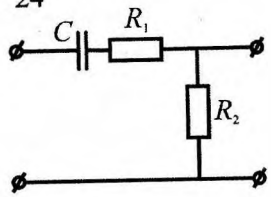
22



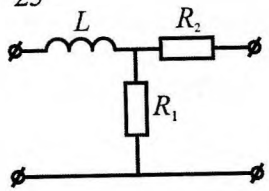
23



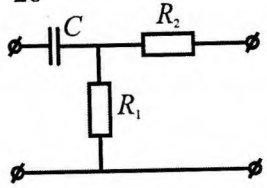
24



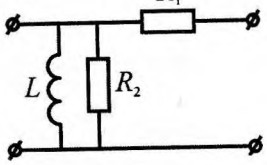
25



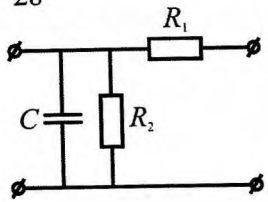
26



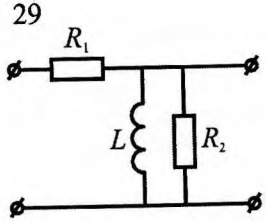
27



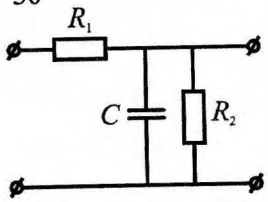
28



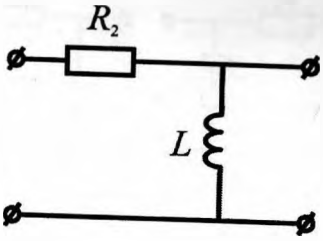
29



30



7.3.1. Примеры расчета переходного процесса

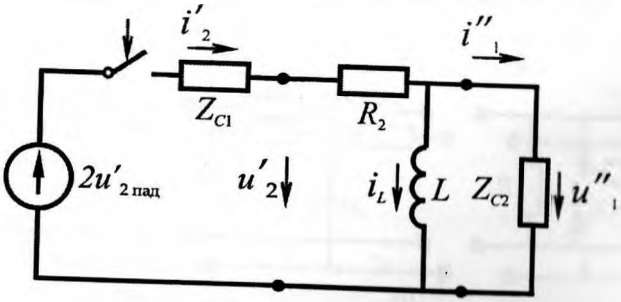


7 .2. Вариант схемы четырехполюсника

$Z_{c1} = 1200$ Ом;
$R_1 = 240$ Ом;
$E = 10000$ В;
$Z_{c2} = 720$ Ом;
$R_2 = 480$ Ом;
$L = 240$ мГн;
$l' = 400$ км;
$l'' = 300$ км.

Расчет падающих волн для первой линии:

$u'_{пад} = E = 10000$ В; $\quad i'_{пад} = u'_{пад} / Z_{c1} = 8{,}33$ А.



7.3. Схема для расчета п/п на четырехполюснике

Рубильник замыкается в момент времени:

$$t_0 = \frac{l'}{V} = \frac{400}{3 \cdot 10^5} = 1{,}333 \text{ мс}; \quad \theta = t - t_0; \quad u'_{пад\,2} = u'_{пад} = E.$$

3. Определение тока и напряжения на входе и выходе четырехполюсника

Так как $i_L(0) = 0$, то $i_2'(0) = \dfrac{2E}{Z_{c1} + R_2 + Z_{c2}} = \dfrac{20000}{2400} = 8{,}33$ А.

В принужденном режиме $i'_{2\,пр} = \dfrac{2E}{Z_{c1} + R_2} = \dfrac{20000}{1680} = 11{,}905$ А.

Характеристическое уравнение:

$$Z(P) = Z_{c1}+R_2+\frac{PL\cdot Z_{c2}}{PL+Z_{c2}};\quad PL\,(Z_{c1}+Z_{c2}+R_2)+Z_{c2}\,(Z_{c1}+R_2)=0;$$

$$P_1 = -\frac{Z_{c2}(Z_{c1}+R_2)}{L(Z_{c1}+Z_{c2}+R_2)} = -2100\ \text{c}^{-1}.$$

Ток в конце первой линии

$$i'_2(\theta) = i'_{2пр}+A\ e^{P_1\theta};\ A = i'_2(0) - i'_{2пр} = -3{,}572;\quad i'_2(\theta) = 11{,}905 - 3{,}572\,e^{P_1\theta}.$$

Далее находим напряжение в конце первой линии:

$$u'_2(\theta) = 2E - i'_2 Z_{c1} = 5714 + 4286{,}4\ e^{P_1\theta}\ \text{В}.$$

Находим также напряжение и ток в начале второй линии

$$u''_1(\theta) = 2E - i'_2(Z_{c1}+R_2) = 6000\,e^{P_1\theta}\ \text{В};$$

$$i''_1(\theta) = u''_1(\theta)\,/\,Z_{c2} = 8{,}33\cdot e^{P_1\theta}\ \ \text{А}.$$

Для первой линии далее нужно найти отраженные волны напряжения и тока, распространяющиеся от конца линии к началу [$u'_{отр}(\theta,Y')$ и $i'_{отр}(\theta,Y')$] и затем суммировать падающие и отраженные волны,
где Y' – расстояние от конца первой линии.

При источнике постоянного напряжения:

$$u_{пад} = u_{2\,пад} = E;\qquad i_{пад} = i_{2\,пад} = \frac{E}{Z_{c1}} = I_0;$$

Напряжение отраженной волны в точке подключения четырехполюсника

$$u'_{2\,отр}(\theta) = u'_2(\theta) - u'_{2пад}(\theta) = u'_2(\theta) - E.$$

Напряжение отраженной волны для координаты Y'

$$u'_{отр}(\theta,Y') = u'_2(\theta,Y') - E.$$

Тогда сумма падающих и отраженных волн на первой линии составит

$$u'(\theta,Y') = u'_{отр}(\theta,Y') + u'_{пад} = u'_2(\theta,Y') - E + E = u'_2(\theta,Y').$$

Аналогично находим $i'(\theta,Y') = i'_2(\theta,Y')$.

Таким образом, чтобы найти полные значения тока и напряжения в первой линии достаточно в выражениях $u'_2(\theta)$ и $i'_2(\theta)$ заменить $\theta \rightarrow (\theta - Y'/V)$. Поэтому

$$i'(\theta, Y') = 11{,}905 - 3{,}572\, e^{P_1\left(\theta - \frac{Y'}{V}\right)} \text{ A};$$

$$u'(\theta, Y') = 5713{,}6 + 4286{,}4\, e^{P_1\left(\theta - \frac{Y'}{V}\right)} \text{ B};$$

Напряжение и ток в начале второй линии $u''_1(\theta)$ и $i''_1(\theta)$ являются падающими волнами в ней, поэтому, если ввести дополнительную координату X'' – расстояние текущей точки от начала второй линии, то можно записать для этой текущей координаты X'':

$$u''\left(\theta - \frac{X''}{V}\right) = 6000\, e^{P_1\left(\theta - \frac{X''}{V}\right)}; \quad i''\left(\theta - \frac{X''}{V}\right) = 8{,}33\, e^{P_1\left(\theta - \frac{X''}{V}\right)}.$$

Введем единые переменные t и X (расстояние от начала первой линии):

$$\theta = t - t_0; \qquad Y' = l' - X; \qquad X'' = X - l'; \qquad t_0 = \frac{l'}{V}.$$

Тогда

$$\theta - \frac{Y'}{V} = t - t_0 - \frac{l' - X}{V} = t - 2\, t_0 + \frac{X}{V};$$

$$\theta - \frac{X''}{V} - t - t_0 - \frac{X - l'}{V} = t - \frac{X}{V}/$$

Отсюда

$$i' = 11{,}905 - 3{,}572\, e^{-2100\left(t - 2{,}666 \cdot 10^{-3} + X/3 \cdot 10^5\right)};$$

$$u' = 5713{,}6 + 4286{,}4\, e^{\left(t - 2{,}666 \cdot 10^{-3} + X/3 \cdot 10^5\right)};$$

$$i'' = 8{,}33\, e^{-2100\left(t - X/3 \cdot 10^5\right)};$$

$$u'' = 6000\, e^{-2100\left(t - X/3 \cdot 10^5\right)}.$$

4. Распределение тока и напряжения в момент времени, когда преломленные волны достигнут конца второй линии.

В этот момент $\theta_1 - l''/V = 300/3 \cdot 10^5 = 1$ мс, или $t_1 = t_0 + \theta = 2{,}333$ мс.

Подставив это значение в

$$i' = 11{,}905 - 3{,}572 e^{0{,}7} \cdot e^{-X/142{,}86} = 11{,}905 - 7{,}193 e^{-X/142{,}86};$$

$$u' = 5713{,}6 + 4286{,}4e^{0{,}7} \cdot e^{-X/142{,}86} = 5713{,}6 + 8632e^{-X/142{,}86};$$

$$i'' = 8{,}333e^{-4{,}9} \cdot e^{X/142{,}86} = 0{,}06205e^{X/142{,}86};$$

$$u'' = 6000e^{-4{,}9} \cdot e^{X/142{,}86} = 44{,}68e^{X/142{,}86}.$$

Поскольку к моменту времени t_1 отраженные волны на первой линии прошли расстояние 300 км, то первые две формулы справедливы на участке $100 \le X \le 400$ км,

а вторыми двумя можно пользоваться на участке $400 \le X \le 700$ км.

На участке X = 0 ÷ 100 км имеются только падающие волны напряжения и тока: $u'_{пад} = 10000$ В; $i'_{пад} = 8{,}333$ А.

Таблица 7.2

Расчет напряжения и тока

X	км	100	150	200	250	300	350	400
i'	А	8,33	9,39	10,13	10,66	11,02	11,28	11,47
u'	В	10000	8734	7842	7213	6770	6458	6238
X	км	400	450	500	550	600	650	700
i''	А	1,02	1,45	2,05	2,91	4,14	5,87	8,33
u''	В	735	1042	1479	2099	2979	4227	6000

5. Изменение во времени напряжения и тока в точке «М» с координатой $X_м = 300$км.

а) после подключения источника падающие волны достигнут точки М в момент $t' = \dfrac{300}{V} = 1$ мс;

б) начиная с этого момента, напряжение и ток определяются падающими волнами вплоть до момента, когда появятся отраженные волны $t'' = \dfrac{500}{V} = 1{,}666$ мс;

в) дальнейшее изменение тока и напряжения в точке М получим из выражений (1) и (2) подстановкой $X_м = 300$км:

$$i'_м = 11{,}905 - 3{,}572e^{3{,}5} \cdot e^{-2100t} = 11{,}905 - 118{,}29e^{-2100t};$$
$$u'_м = 5313{,}6 + 4286{,}4e^{3{,}5} \cdot e^{-2100t} = 5713{,}6 + 141946e^{-2100t}.$$

Эти выражения справедливы для $t \ge 1{,}667$ мс.

Таблица 7.3

t	мс	1,667	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5
$i'_м$	А	8,33	8,906	10,13	10,86	11,28	11,54	11,69	11,77	11,83
$u'_м$	В	10000	9312	7842	6973	6458	6154	5974	5868	5805

По данным таблиц строим кривые.

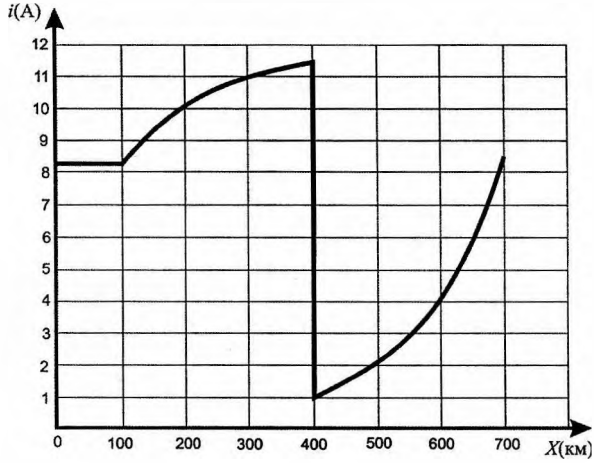


Рис. 7.4. Распределение тока вдоль линий при $\theta_1 = 10^{-3}$с

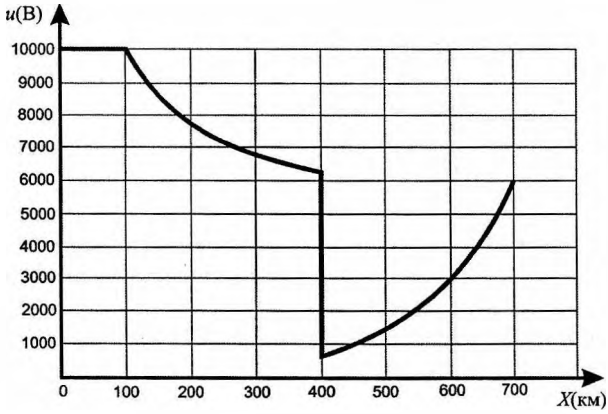


Рис.7. 5. Распределение напряжения вдоль линий в момент $\theta_1 = 10^{-3}$с

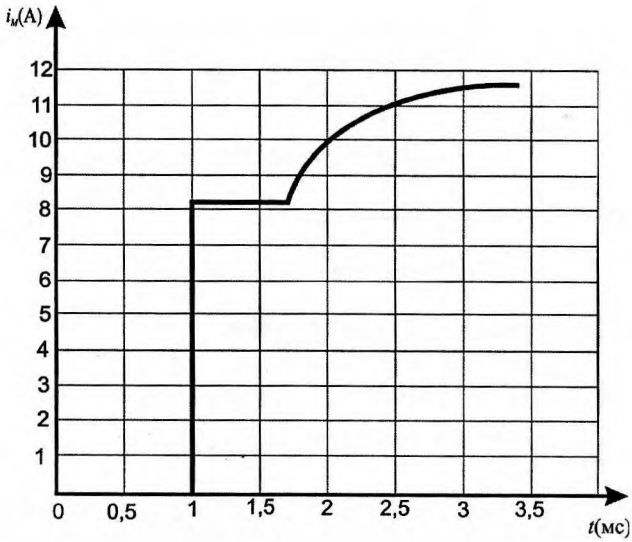


Рис. 7.6. Изменение тока во времени в точке «М»
с координатой Y' = 100км

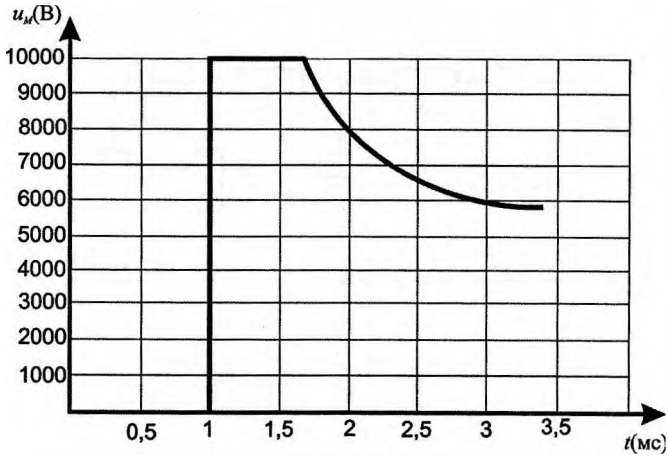


Рис. 7. 7. Изменение напряжения во времени в точке «М»
с координатой Y' = 100 км

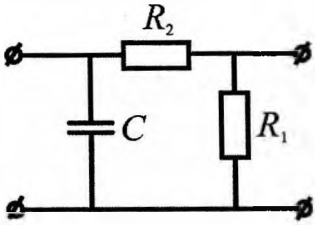


Рис. 7.8. Вариант схемы четырехполюсника

$Z_{c1} = 1400$ Ом;
$R_1 = 280$ Ом;
$E = 10000$ В;
$l' = 400$км;
$Z_{c2} = 840$ Ом;
$R_2 = 560$ Ом;
$C = 0{,}714$ мкФ;
$l'' = 300$км.

Расчет падающих волн для первой линии:

$$u'_{пад} = E = 10000 \text{ В}; \quad i'_{пад} = u'_{пад} / Z_{c1} = 7{,}14 \text{ А}.$$

$$t_0 = \frac{l'}{V} = \frac{400}{3 \cdot 10^5} = 1{,}333 \text{ мс}; \quad \theta = t - t_0; \quad u'_{2\,пад} = u'_{пад}.$$

В этот момент времени напряжение четырехполюсника на входе и на выходе первой линии будет равно 0: $u'_2(0) = u_C(0) = 0$.

Пусть $Z_э = R_2 + \dfrac{R_1 Z_{C2}}{R_1 + Z_{C2}} = 770$ Ом;

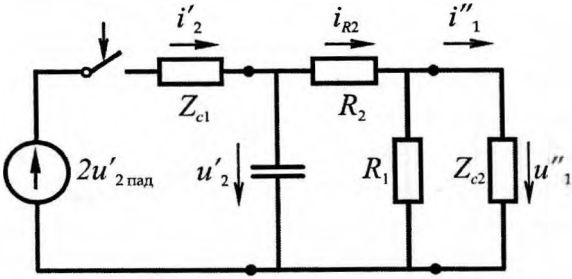


Рис. 7.9. Схема для расчета п/п на четырехполюснике

$$u'_{2пр} = u_{пр} = \frac{2E}{Z_{C1} + Z_Э} \cdot Z_Э = \frac{20000}{2170} = 7096{,}8.$$

Характеристическое уравнение

$$Z(P) = Z_{c1} + \frac{1/pc \cdot Z_Э}{1/pc + Z_Э}; \quad Z_{c1} + Z_э + pc \cdot Z_{c1} \cdot Z_{c2} = 0;$$

$$P_1 = -\frac{Z_{C1} + Z_Э}{C \cdot Z_{C1} \cdot Z_Э} = -2819{,}3 \text{ с}^{-1}.$$

Напряжение и ток в конце первой линии составит

$$u'_2 = u'_{2пр} + A\, e^{P_1 \theta}; \qquad A = u'_2(0) - u'_{2пр} = -7096{,}8;$$

$$u'_2 = 7096{,}8 - 7096{,}8 e^{P_1 \theta};$$

$$i'_2 = \frac{2E - u'_2}{Z_{C1}} = 9{,}216 + 5{,}069 e^{P_1 \theta}.$$

Напряжение и ток в начале второй линии

$$u''_1 = u'_2 - i_{R2} R_2 = u'_2 - \frac{u'_2}{Z_Э} R_2 = u'_2 \cdot 0{,}272727 = 1935{,}5\,(1 - e^{P_1 t});$$

$$i''_1 = \frac{u'_1}{Z_{C2}} = 2{,}304\,(1 - e^{P_1 t}).$$

Вводя единые переменные t и X на обеих линиях, напряжения и токи в любой точке и в любой момент:

$$i' = 9{,}216 + 5{,}069\, e^{P_1 (t - 2t_0 + X/V)}; \qquad u' = 7096{,}8(1 - e^{P_1 (t - 2t_0 + X/V)});$$

$$i'' = 2{,}304(1 - e^{P_1 (t - X/V)}); \qquad u'' = 1935{,}5(1 - e^{P_1 (t - X/V)});$$

где $P_1 = -2819{,}3\ \text{с}^{-1}$.

В момент $\theta = 1$мс, или $t_1 = t_0 + \theta = 2{,}333$ мс, имеем:

$$i' = 9{,}216 + 5{,}069\, e^{0{,}9397} \cdot e^{-\frac{X}{106{,}41}} = 9{,}216 + 12{,}973\, e^{-\frac{X}{106{,}41}}; \qquad (7.1.)$$

$$u' = 7096{,}8\,(1 - e^{0{,}9397} \cdot e^{-\frac{X}{106{,}41}}) = 7096{,}8 - 18162{,}2\, e^{-\frac{X}{106{,}41}}; \qquad (7.2.)$$

$$i'' = 2{,}304\,(1 - e^{-6{,}578} \cdot e^{\frac{X}{106{,}41}}) = 2{,}304 - 0{,}003203\, e^{\frac{X}{106{,}41}}; \qquad (7.3.)$$

$$u'' = 1935{,}5\,(1 - e^{-6{,}578} \cdot e^{\frac{X}{106{,}41}}) = 1935{,}5 - 2{,}691\, e^{\frac{X}{106{,}41}}. \qquad (7.4.)$$

Уравнения (7.1) и (7.2) пригодны для $100 \le X \le 400$ км, уравнения (7.3) и (7.4) для $400 \le X \le 700$ км.

Таблица 7.4

Распределение тока и напряжения вдоль обеих линий в момент времени $t_1 = 2{,}333$ мс

X	км	100	150	200	250	300	350	400
i'	A	14,28	12,38	11,2	10,45	9,99	9,7	9,52
u'	B	0	2661	4324	5364	6013	6420	6673
X	км	400	450	500	550	600	650	700
i"	A	2,17	2,08	1,95	1,74	1,40	0,86	0
u"	B	1820	1751	1640	1463	1179	725	0

Изменение во времени тока и напряжения в точке «М» с координатой $X_M = 300$км.

После подключения источника падающие волны достигнут точки М в момент $t' = 300/V = 1$мс.

До этого напряжение в точке М равно нулю. Начиная с момента t' ток и напряжение в точке М определяются падающими волнами до момента $t'' = 500/V = 1{,}666$ мс, когда появятся отраженные волны. Дальнейшее изменение u'_M и i'_M получим, подставив в общие выражения i' и u'' значения X = 300 км, $2t_0 = 2{,}666$ мс.

$$i'_M = 9{,}216 + 5{,}069\, e^{-2819{,}3(t-2{,}666\cdot 10^{-3}+X/3\cdot 10^5)} = 9{,}216 + 557{,}7 e^{-2819.3\,t};$$

$$u'_M = 7096{,}8\,(1 - e^{-2819{,}3(t-2{,}666\cdot 10^{-3}+X/3\cdot 10^5)}) = 7096{,}8 - 777934\, e^{-2819.3\,t}.$$

Таблица 7.5

Изменение во времени тока и напряжения в точке «М»

t	мс	1,667	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5
i'_M	A	14,29	13,23	11,2	10,2	9,7	9,45	9,33	9,27	9,24
u'_M	B	0	1496	4329	5729	6421	6763	6932	7015	7056

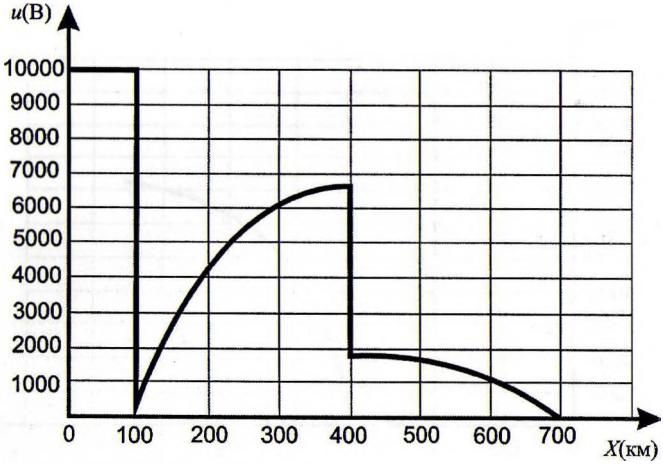


Рис. 7.10. Распределение напряжения вдоль линий в момент времени $t_1 = 2{,}333$ мс

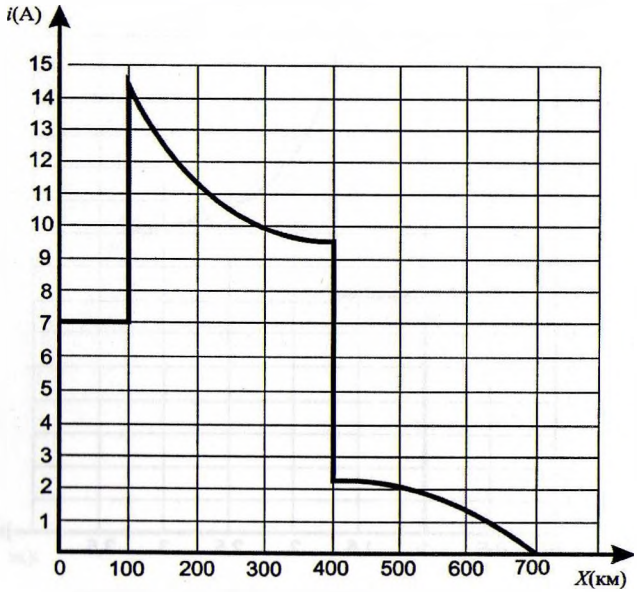


Рис. 7.11. Распределение тока вдоль линий в момент времени $t = 2{,}333$мс

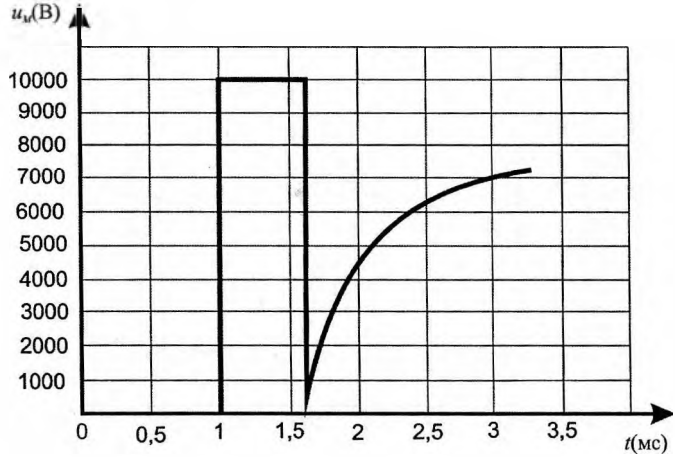


Рис.7.12. Изменение во времени напряжения в точке М с координатой $Y' = 100$ км

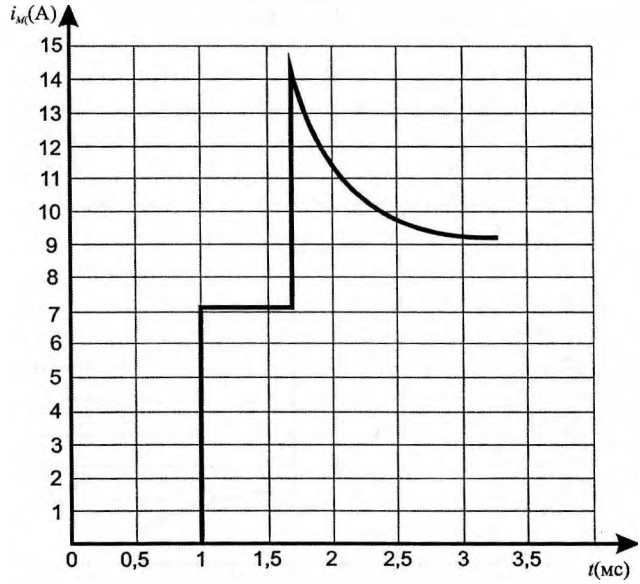


Рис. 7.13. Изменение во времени тока в точке М с координатой $Y' = 100$ км