МПС СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ ЗАОЧНЫЙ ИНСТИТУТ
ИНЖЕНЕРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ПОДЛЕЖИТ ВОЗВРАТУ

Одобрено кафедрой
Автоматики, телемеханики
и связи

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ

Задание на контрольную работу № 2
с методическими указаниями
для студентов IV курса

специальности

АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Москва — 1991

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

ЗАДАЧА 1

Определить устойчивость линейной системы автоматического регулирования, переходный процесс в которой описывается уравнением $T_a P(T_s P + 1)(T_r P^2 + T_к P + \delta) + 1 = 0$ при временных параметрах, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

№ варианта	Критерий устойчивости	Временные параметры уравнения				
		T_a, с	T_s, с	T_r, с	$T_к$, с	δ
1	Гурвица	10	0,5	0,05	0,02	0,04
2	Рауса	8	0,6	0,08	0,06	0,05
3	Гурвица	15	0,7	0,18	0,07	0,06
4	Рауса	14	0,8	0,03	0,17	0,01
5	Гурвица	8	0,9	0,05	0,21	0,02
6	Рауса	21	0,3	0,17	0,08	0,03
7	Гурвица	12	0,7	0,13	0,05	0,07
8	Рауса	18	0,4	0,14	0,01	0,08
9	Гурвица	10	0,9	0,06	0,13	0,05
10	Рауса	7	0,3	0,15	0,08	0,03
11	Гурвица	9	0,5	0,15	0,18	0,04
12	Рауса	12	1,0	0,10	0,20	0,08
13	Гурвица	14	1,5	0,08	0,13	0,09
14	Рауса	16	2,0	0,04	0,17	0,04
15	Гурвица	13	1,6	1,00	0,21	0,05
16	Рауса	7	1,5	0,90	0,19	0,07
17	Гурвица	6	1,1	1,30	0,09	0,08
18	Рауса	5	1,2	0,70	0,07	0,04
00	Гурвица	10	0,8	1,50	0,02	0,03

Вариант выбирается по сумме двух последних цифр шифра студента.

Зак. 50

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ 1

Работа системы автоматического регулирования (САР) оценивается степенью поддержания заданного режима объекта в заданных пределах (допусках). Из этого следует, что САР должна обладать определенной устойчивостью. Под устойчивостью понимают способность системы, выведенной из состояния равновесия различными возмущающими силами, автоматически возвращаться в равновесное состояние.

На практике разработаны ряд признаков состояния САР, которые позволяют без детального решения характеристического уравнения оценить устойчивость конкретной системы, определить условия, необходимые и достаточные для того, чтобы переходные процессы в системе протекали устойчиво. Такие процессы или признаки носят название критериев устойчивости.

Работа большинства реальных систем может быть описана нелинейными дифференциальными уравнениями, которые для упрощения решения можно линеаризовать. С учетом допустимости такой линеаризации, при которой можно судить об устойчивости САР, в системах могут иметь место как малые, так и достаточно большие отклонения регулируемой величины от заданных значений.

Изучению вопросов устойчивости САР посвящено большое количество научных исследований. Особое место среди них занимают работы А. М. Ляпунова. При исследовании устойчивости САР он пришел к следующим выводам использования линеаризованных уравнений:

1. Если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет все корни с отрицательными вещественными частями, то действительная система будет устойчива.
2. Если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один корень с положительной вещественной частью, то действительная система будет неустойчива.
3. Если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один нулевой корень или пару чисто мнимых сопряженных корней, то поведение системы не может быть определено ее линеаризованным уравнением.

При оценке устойчивости систем, поведение которых описывается нелинейным дифференциальным уравнением, возможны случаи, когда система, устойчивая с малым отклонением, оказывается неустойчивой при больших отклонениях.

Для исследования устойчивости нелинейных систем необходимо оговорить и степень начальных отклонений, поскольку система может иметь несколько состояний равновесия, из которых одни являются устойчивыми, а другие — нет.

Прямой путь определения устойчивости линейной системы состоит в составлении уравнения системы, описывающего ее движения, и исследовании решения этого уравнения. Дифференциальное уравнение составляется на основе знания передаточной функции замкнутой системы.

В настоящее время применяются два основных метода проверки устойчивости: метод исследования коэффициентов дифференциального уравнения и метод амплитудно-фазовых характеристик (частотный метод).

Первый метод обычно применяется в форме критерия Рауса—Гурвица. При пользовании этим методом необходимо составить систему дифференциальных уравнений звеньев САР. Затем эту систему уравнений преобразовать в одно общее дифференциальное уравнение и решить его. Проверить, удовлетворяют ли его корни определенным неравенствам. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейной САР заключается в том, что действительные корни характеристического уравнения будут отрицательны, а все комплексные корни будут иметь отрицательную действительную часть.

Оценка устойчивости САР по критерию Рауса

Допустим, что характеристическое уравнение исследуемой САР имеет вид $a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + \dots + a_{n-1} P + a_n = 0$. Для определения устойчивости составим таблицу Рауса (табл. 2) по следующим правилам: первая строка составляется из четных коэффициентов уравнения (a_0, a_2 и т. д.), а вторая — из нечетных (a_1, a_3 и т. д.), в третью и последующие строки записывается разность произведений коэффициентов, деленная на нечетный коэффициент предыдущей строки, находящийся в первом столбце.

Составление таблицы прерывается, как только первый элемент какой-либо строки оказывается отрицательным или равным нулю. Если при анализе данных этой таблицы окажется, что все элементы первого столбца будут отличны от нуля и положительны при условии, что коэффициент a_0 старшего члена уравнения больше нуля, то система устойчива.

Таблица 2

№ строки	№ столбца 1	2	3	4
1	a_0	a_2	a_4	a_6
2	a_1	a_3	a_5	a_7
3	$a_{31}=\dfrac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1}$	$a_{32}=\dfrac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}$	$a_{33}=\dfrac{a_1a_6-a_0a_7}{a_1}$	$a_{34}=\ldots$
4	$a_{41}=\dfrac{a_3a_{31}-a_{31}a_1}{a_{31}}$	$a_{42}=\dfrac{a_{31}a_5-a_1a_{33}}{a_{31}}$	$a_{43}=\dfrac{a_{31}a_7-a_1a_{34}}{a_{31}}$	$a_{44}=\ldots$
5	$a_{51}=\dfrac{a_{41}a_{32}-a_{31}a_{42}}{a_{41}}$	$a_{52}=\dfrac{a_{41}a_{33}-a_{31}a_{13}}{\ldots}$	$a_{53}=\dfrac{\ldots}{\ldots}$	$a_{54}=$
6	...	...	...	...

Пример. Проверить устойчивость системы, имеющей характеристическое уравнение

$$T_a P(T_s P+1)(T_r P^2+T_к P+\delta)=0 \qquad (1)$$

$(T_a=10$ с, $T_s=0{,}25$ с, $T_r=0{,}005$ с, $T_к=0{,}05$ с, $\delta=0{,}04)$.

После подстановки получим уравнение:

$$0{,}0000625p^4+0{,}12525p^3+0{,}6p^2+0{,}4p+1=0.$$

Составим таблицу Рауса (табл. 3).

Таблица 3

№ строки	№ столбца 1	2	3
1	0,0000625	0,6	1
2	0,12525	0,4	0
3	$\dfrac{0{,}75125}{0{,}12525}=0{,}52$	1	0
4	$\dfrac{0{,}08275}{0{,}52}=0{,}16$	0	0
5	1		

Из таблицы следует, что данная система устойчива.

Оценка устойчивости САР по критерию Гурвица

Критерий устойчивости Гурвица основан на построении специальных определителей характеристического уравнения, называемых определителями Гурвица. При составлении главного определителя уравнений системы пользуются следующими правилами:

по главной диагонали выписываются в порядке возрастания все коэффициенты от a_1 до a_n;

все столбцы определителя дополняются вверх по диагонали коэффициентами с последовательно возрастающими и вниз с последовательно убывающими индексами;

наибольший порядок главного определителя Гурвица принимается равным степени характеристического уравнения n;

на место коэффициентов, индексы которых больше n и меньше нуля, ставятся нули.

В общем случае главный определитель имеет следующий вид:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & & & & a_n \end{vmatrix}.$$

Из главного определителя отчеркиванием m столбцов и m строк получают определитель m-го порядка Δ_m. Так, определитель первого порядка $\Delta_1 = a_1$, определитель второго порядка $\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3$ и т. д.

Критерий Гурвица формируется следующим образом. Система устойчива, если при $a_0 > 0$ все определители m-го порядка Δ_m больше нуля (где $m = 1, 2, 3 \ldots$). Согласно этому критерию можно установить простые условия устойчивости при невысокой степени характеристического уравнения САР.

Пример. Определим, устойчива ли система, имеющая характеристическое уравнение $p^4 + 8p^3 + 18p^2 + 16p + 5 = 0$:

$a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3$

$$\Delta_1 = a_1 = 8 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = 8 \cdot 18 - 1 \cdot 16 = 128 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 =$$

$$= a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 = 16(8 \cdot 18 - 1 \cdot 16) - 64 \cdot 5^2 = 108 > 0.$$

При положительных коэффициентах характеристического уравнения для системы четвертого порядка достаточно проверить выполнение неравенства:

$$a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0.$$

Так как определитель Δ_2 входит множителем в положительную часть определителя Δ_3, последний может быть положительным при $a_3>0$ только когда $a_2>0$.

В данной системе условие устойчивости по критерию Гурвица выполнено.

При выполнении контрольной работы на основе данных табл. 3 уравнение (1) следует привести к виду

$$a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + \dots + a_{n-1} P + a_n = 0.$$

После этого, используя критерии Гурвица и Рауса, определить устойчивость САР при заданных параметрах регулирования 1, 2, ..., n.

ЗАДАЧА 2

Определить передаточную функцию магнитного усилителя, работающего на активную нагрузку при исходных данных, приведенных в табл. 4.

Таблица 4

№ варианта*	Ток на выходе I_1, А	Сопротивление первичной цепи R_1, Ом	Ток нагрузки $I_{2н}$, А	Сопротивление нагрузки R_2, Ом	Частота источника питания, Гц	КПД вторичной цепи η	$k_{ос}$
А	0,01	1000	0,5	100	500	0,9	0,9
Б	0,2	1200	0,5	200	400	0,85	0,95
В	0,01	1500	1,0	300	400	0,95	0,85
Г	0,05	2500	0,5	300	400	0,85	0,81
Д	0,1	1000	1,0	400	500	0,8	0,92
Е	0,2	800	1,5	300	400	0,9	0,85
Ж, Ц	0,3	1250	0,5	600	500	0,95	0,82
З	0,02	800	0,3	250	400	0,9	0,87
И	0,04	1300	1,5	600	500	0,85	0,92
К	0,03	1000	0,3	300	400	0,88	0,9
Л	0,15	800	0,8	400	500	0,9	0,89
М	0,23	1000	0,5	300	400	0,92	0,9
Н	0,25	2000	0,8	200	500	0,82	0,91
О, Ч	0,35	1020	1,0	350	400	0,9	0,85
П, Ш	0,01	750	1,2	200	500	0,88	0,95
Р, Щ	0,03	1600	0,7	100	400	0,93	0,87
С	0,07	1000	1,35	150	50	0,92	0,91
Т, У	0,06	2000	1,5	350	500	0,9	0,85
Ц, Э	0,03	1000	0,5	200	400	0,92	0,88
Ф, Ю	0,075	1500	0,85	800	500	0,89	0,91
Х, Я	1,25	800	1,0	400	400	0,95	0,89

* Вариант определяется первой буквой фамилии студента.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ 2

В теории автоматического регулирования для упрощения записи уравнений динамики САР широко используются операторный метод, основанный на преобразовании Лапласа, и частотный метод исследований элементов и систем.

При этом сложные операции интегрирования над оригиналами заменяются алгебраическими действиями над соответствующими им изображениями. Это значительно упрощает определение оригинала выходной величины $y(t)$ с использованием обратного преобразования Лапласа. Если изображение $y(P)$ есть дробно-рациональная функция P, то оригинал достаточно часто определяют по функциям разложения. Операторный метод позволяет упростить исследование САР с помощью передаточной функции элемента и системы, под которой понимают отношение изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях.

Если, например, переходный процесс в системе описывается дифференциальным уравнением вида

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \ldots + b_m x,$$

то этому уравнению при нулевых начальных условиях соответствует уравнение в изображениях

$$(a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + \ldots + a_n)\, y(P) =$$
$$= (b_0 p^m + b_1 P^{m-1} + \ldots + b_m)\, x(P),$$

которое, по сути дела, является аналогичным уравнением. Тогда отношение $\frac{y(P)}{x(P)}$ называют передаточной функцией, обозначаемой $k(P)$:

$$k(P) = \frac{y(P)}{x(P)} = \frac{b_0 P^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + \ldots + a_n}. \qquad (2)$$

При $P=0$, что соответствует равновесию системы после завершения в ней переходного процесса, получим передаточный коэффициент элемента или системы $k = \frac{b_m}{a_n}$.

Отметим, что в разомкнутых системах с последовательным соединением звеньев передаточная функция равна произведению передаточных функций отдельных звеньев, а при параллельном включении звеньев передаточная функция определяется суммой передаточных функций ее элементов. Передаточная функция комплексного звена, состоящего из основного звена и звена обратной связи, охватывающего основное звено, определяется следующим соотношением:

$$k = \frac{k_1}{1 + k_1 k_2}, \tag{3}$$

где k_1 — передаточная функция основного звена;

k_2 — передаточная функция звена обратной связи.

Математическое выражение процесса регулирования замкнутой САР можно определить с помощью передаточной функции разомкнутой системы $k(P)$, и тогда

$$k_з(P) = \frac{k(P)}{1 + k(P)\,K_{oc}}. \tag{4}$$

Выражение передаточной функции замкнутой САР зависит от звена в системе, к которому приложено возмущающее воздействие.

Так, соотношение (4) относится к случаю, когда возмущающее воздействие приложено к чувствительному элементу. Если возмущение возникает в объекте регулирования (изменение нагрузки во времени), то передаточная функция составит:

$$k_з(P) = \frac{k_0(P)}{1 + k(P)},$$

где $k_0(P)$ — передаточная функция объекта регулирования.

В задании на контрольную работу передаточная функция усилителя составит

$$k(P) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{k_u}{1 + TP}, \tag{5}$$

где u_1 и u_2 — напряжения на входе и выходе усилителя;

T — постоянная усилителя при определенном КПД вторичной цепи.

Тогда коэффициент усиления по мощности $k_p = \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2}$.

Коэффициент усиления по напряжению $k_u = \frac{R_2 I_2}{R_1 I_1}$.

Постоянная времени $T = \frac{k_p}{4 f \eta}$.

Контрольные вопросы

I. Дать описание структуры микропроцессоров. Каково их назначение?

II. По варианту табл. 1 привести основные характеристики элементов:

1. Индуктивных датчиков.
2. Реле.
3. Емкостных датчиков.
4. Генераторов.
5. Датчиков Холла.
6. Модуляторов.
7. Пусковых узлов систем ТУ—ТС.
8. Демодуляторов.
9. Логических схем совпадения И.
10. Логических схем ИЛИ.
11. Логических схем И — НЕ.
12. Логических схем ИЛИ — НЕ.
13. Усилителей.
14. Шифраторов.
15. Дешифраторов.
16. Стабилизаторов.
17. Распределителей на транзисторах.
18. Распределителей на интегральных схемах.

00. Тензодатчиков.

Литература

1. Брылеев А. М. и др. Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики. М.: Транспорт, 1983.

2. Дмитренко И. Е., Ефимов Г. К., Калабин В. И. Теоретические основы автоматики и телемеханики. М.: ВЗИИТ, 1986. С. 13—75.